

**ОСНОВНІ НАУКОВІ ЗДОБУТКИ ВІДДІЛУ ТЕОРЕТИЧНОЇ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ У 2009 РОЦІ**

Зроблено стислий огляд основних наукових результатів, отриманих за останній рік відділом теоретичної електротехніки, за темами «Комплекс-2» та «Енергоефективність» з таких напрямків: створення аналітичних методів дослідження нелінійних електричних кіл (група під керівництвом чл.-кор. НАН України Н.А. Шидловської); аналіз та оптимізація параметрів індуктивних накопичувачів енергії (група докт. техн. наук Ю.М. Васецького); розробка методів та систем статистичної діагностики електротехнічного обладнання (група докт. техн. наук М.В. Мисловича); розробка математичних моделей та алгоритмів для чисельного дослідження електромагнітних полів у елементах конструкції потужного електротехнічного обладнання (група канд. техн. наук І.В. Хімюка).

Сделан короткий обзор основных научных результатов, полученных за последний год отделом теоретической электротехники, по темам «Комплекс-2» и «Энергоэффективность» по следующим направлениям: создание аналитических методов исследования нелинейных электрических цепей (группа под руководством чл.-кор. НАН Украины Н.А. Шидловской); анализ и оптимизация параметров индуктивных накопителей энергии (группа докт. техн. наук Ю.М. Васецького); разработка методов и систем статистической диагностики электротехнического оборудования (группа докт. техн. наук М.В. Мисловича); разработка математических моделей и алгоритмов для численного исследования электромагнитных полей в элементах конструкции мощного электротехнического оборудования (группа канд. техн. наук И.В. Химюка).

Аналітичний метод дослідження нелінійних розрядних кіл. У роботі [18] авторами розроблено аналітичний метод розрахунку процесів у слабконелінійних коливальних колах з втратами, який ґрунтується на розкладанні розв'язків слабо нелінійної системи по розв'язках незбуреної (породжуючої) системи. Основна перевага запропонованого методу полягає в тому, що завдяки спеціальній заміні змінних відбувається перехід від нелінійного рівняння другого порядку до системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, що значно розширює клас задач, які можуть бути досліджені за його допомогою. Метод детально викладений у роботах [20–22]. Розглянуто три розрядних кола, в яких нелінійним по чергово вважається один з елементів, а решта – лінійні.

При вивченні розрядних кіл з одним нелінійним елементом доводиться розв'язувати диференціальне рівняння, одержане за законом Кірхгофа:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega^2 q = \varepsilon F\left(q, \frac{dq}{dt}\right). \quad (1)$$

Тут $2\delta = \frac{R}{L}$; $\omega^2 = \frac{1}{LC}$; q – величина заряду на конденсаторі; L – індуктивність, що відповідає лінійному випадку; C – ємність конденсатора; R – опір; ε – малий параметр.

Зазначимо, що вигляд нелінійної функції F у правій частині рівняння (1) визначається особливостями конкретного кола. Для побудови наближеного розв'язку рівняння (1) виконується заміна незалежної змінної

$$x_1 = q, \quad x_2 = \frac{dq}{dt} = \dot{x}_1, \quad (2)$$

і рівняння (1) зводиться до еквівалентної системи диференціальних рівнянь, яку можна записати наступним чином:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2\delta & -\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon F(x_1, x_2) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Виконаємо заміну змінних:

$$x = Sy, \quad S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де $\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega^2}$ – характеристичні корені незбуреного (при $\varepsilon = 0$) рівняння (1).

Враховуючи заміну (4), від системи (3) перейдемо до системи рівнянь

$$\dot{y} = Wy + \varepsilon H(y), \quad (5)$$

де $W = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, а $H(y)$ залежить від типу нелінійності в колі і буде наведено нижче.

Розв'язок системи (5) будемо шукати у вигляді

$$y = \varphi(t, z) = \begin{pmatrix} U(t, z) \\ V(t, z) \end{pmatrix}; \quad z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де z – нова невідома вектор-функція змінної t , а функції $U(t, z)$ та $V(t, z)$ зобразимо так:

$$U(t, z) = u_{10}z_1 + u_{01}z_2 + u_{20}z_1^2 + u_{11}z_1z_2 + u_{02}z_2^2 + u_{30}z_1^3 + u_{21}z_1^2z_2 + u_{12}z_1z_2^2 + u_{03}z_2^3 + \dots;$$

$$V(t, z) = v_{10}z_1 + v_{01}z_2 + v_{20}z_1^2 + v_{11}z_1z_2 + v_{02}z_2^2 + v_{30}z_1^3 + v_{21}z_1^2z_2 + v_{12}z_1z_2^2 + v_{03}z_2^3 + \dots, \quad (7)$$

де $u_{10}, v_{10}, \dots, u_{03}, v_{03}, \dots$ – деякі невідомі функції, залежні від змінної t , явний вигляд яких буде визначено пізніше. Вектор-функцію z можна вибрати так, щоб вона задовольняла рівнянню

$$\dot{z} - Wz = 0, \quad (8)$$

яке отримуємо з (5) при нульовому значенні малого параметра і загальний розв'язок якого має вигляд

$$z_1 = C_1 e^{\lambda_1 t}; \quad z_2 = C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (9)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, які визначаються з відповідних початкових умов.

Після математичних перетворень отримуємо систему з двох диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{du_{10}}{dt} z_1 + \frac{du_{01}}{dt} z_2 + \frac{du_{20}}{dt} z_1^2 + \frac{du_{11}}{dt} z_1 z_2 + \frac{du_{02}}{dt} z_2^2 + \frac{du_{30}}{dt} z_1^3 + \frac{du_{21}}{dt} z_1^2 z_2 + \frac{du_{22}}{dt} z_1 z_2^2 + \frac{du_{03}}{dt} z_2^3 = \\ = (\lambda_1 - \lambda_2) u_{01} z_2 + \lambda_1 (u_{21} - 2u_{20}) z_1^2 - \lambda_2 u_{11} z_1 z_2 + (\lambda_1 - 2\lambda_2) u_{02} z_2^2 - 2\lambda_1 u_{30} z_1^3 - \\ - (\lambda_1 + \lambda_2) u_{21} z_1^2 z_2 - 2\lambda_2 u_{12} z_1 z_2^2 + (\lambda_1 - 3\lambda_2) u_{03} z_2^3 + \varepsilon H_1(y); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{11}}{dt} z_1 + \frac{dv_{12}}{dt} z_2 + \frac{dv_{21}}{dt} z_1^2 + \frac{dv_{22}}{dt} z_1 z_2 + \frac{dv_{23}}{dt} z_2^2 + \frac{dv_{31}}{dt} z_1^3 + \frac{dv_{32}}{dt} z_1^2 z_2 + \frac{dv_{33}}{dt} z_1 z_2^2 + \frac{dv_{34}}{dt} z_2^3 = \\ = (\lambda_2 - \lambda_1) v_{10} z_1 + (\lambda_2 - 2\lambda_1) v_{20} z_1^2 - \lambda_1 v_{11} z_1 z_2 - \lambda_2 v_{02} z_2^2 + (\lambda_2 - 3\lambda_1) v_{30} z_1^3 - \\ - 2\lambda_1 v_{21} z_1^2 z_2 - (\lambda_1 + \lambda_2) v_{12} z_1 z_2^2 - 2\lambda_2 v_{03} z_2^3 + \varepsilon H_2(y), \end{aligned} \quad (11)$$

де $H_1(y)$ та $H_2(y)$ відповідно залежать від типу і вигляду характеристики нелінійного елемента і мають бути записані з урахуванням виразів (6), (7).

Невідомі функції $u_{10}, u_{01}, v_{10}, v_{01}, u_{20}, u_{11}, u_{02}, v_{20}, v_{11}, v_{02}, \dots$ визначаються з рівнянь, які отримуються з (10), (11) шляхом прирівнювання коефіцієнтів при однакових степенях z_1, z_2 у лівій і правій частині співвідношень.

Необхідно відмітити, що функції $u_{10}, v_{10}, \dots, u_{03}, v_{03}$ набувають однакового вигляду для послідовного RLC кола незалежно від того, який з елементів є нелінійним, і визначаються як частинні розв'язки системи диференціальних рівнянь (10), (11):

$$u_{10} = 1; \quad u_{01} = 0; \quad v_{10} = 0; \quad v_{01} = 1; \quad u_{20} = u_{11} = u_{02} = 0; \quad v_{20} = v_{11} = v_{02} = 0. \quad (12)$$

Подальший аналіз проведемо з урахуванням особливостей нелінійних елементів і знайдемо наближені розв'язки системи (5) для кожного виду нелінійного розрядного кола.

1. Для кола, яке містить *нелінійну індуктивність* з феромагнітним осердям, що описується співвідношенням [19]

$$\psi = L \frac{dq}{dt} - \varepsilon \left(\frac{dq}{dt} \right)^3, \quad (13)$$

з урахуванням закону Кірхгофа можна записати

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = -\varepsilon \frac{3}{L} \left[\frac{R}{L} \left(\frac{dq}{dt} \right)^3 + \frac{q}{LC} \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Застосуємо для цього кола описану вище методику. Функції $H_1(y)$ та $H_2(y)$ при такому типі нелінійної залежності відповідно набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} H_1(y) = & \frac{r}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ (\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10})^2 (\lambda_1^2 u_{10} + \lambda_2^2 v_{10}) z_1^3 + (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01})^2 (\lambda_1^2 u_{01} + \lambda_2^2 v_{01}) z_2^3 + \right. \\ & + (\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10}) z_1^2 z_2 \left[3\lambda_1^3 u_{10} u_{01} + 3\lambda_2^3 v_{10} v_{01} + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1) u_{10} v_{01} + \right. \\ & \left. \left. + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2) v_{10} u_{01} \right] + (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01}) z_1 z_2^2 \left[3\lambda_1^3 u_{10} u_{01} + 3\lambda_2^3 v_{10} v_{01} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2) u_{10} v_{01} + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1) v_{10} u_{01} \right] \right\}; \\ H_2(y) = & \frac{-r}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ (\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10})^2 (\lambda_1^2 u_{10} + \lambda_2^2 v_{10}) z_1^3 + (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01})^2 (\lambda_1^2 u_{01} + \lambda_2^2 v_{01}) z_2^3 + \right. \\ & + (\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10}) z_1^2 z_2 \left[3\lambda_1^3 u_{10} u_{01} + 3\lambda_2^3 v_{10} v_{01} + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1) u_{10} v_{01} + \right. \\ & \left. \left. + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2) v_{10} u_{01} \right] + (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01}) z_1 z_2^2 \left[3\lambda_1^3 u_{10} u_{01} + 3\lambda_2^3 v_{10} v_{01} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1) v_{10} u_{01} + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2) u_{10} v_{01} \right] \right\}. \quad (15) \end{aligned}$$

Функції u_{03}, v_{03}, \dots визначимо як частинні розв'язки системи рівнянь (10), (11):

$$\begin{aligned} u_{30} = \frac{\varepsilon r \lambda_1^3}{2(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad v_{30} = \frac{\varepsilon r \lambda_1^4}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - 3\lambda_1)}; \quad u_{21} = \frac{\varepsilon r \lambda_1^2 \lambda_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} (\lambda_2 + 2\lambda_1); \quad v_{21} = -\frac{\varepsilon r \lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_2 + 2\lambda_1); \\ u_{12} = \frac{\varepsilon r \lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_1 - \lambda_2)} (\lambda_1 + 2\lambda_2); \quad v_{12} = -\frac{\varepsilon r \lambda_1 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} (\lambda_1 + 2\lambda_2); \quad u_{03} = -\frac{\varepsilon r \lambda_2^4}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - 3\lambda_2)}; \quad v_{03} = -\frac{\varepsilon r \lambda_2^3}{2(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (16) \end{aligned}$$

Таким чином, підставляючи отримані значення функцій $u_{10}, v_{10}, \dots, u_{03}, v_{03}, \dots$ в (6) та враховуючи заміни (4) і (2), одержуємо формули для наближеного розв'язку рівняння (14):

$$\begin{aligned} q = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} - \varepsilon \frac{r \lambda_1^3 C_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{2(\lambda_2 - 3\lambda_1)} - \varepsilon \frac{r \lambda_2^3 C_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{2(\lambda_1 - 3\lambda_2)} + \\ + \varepsilon \frac{r \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2)}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} C_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t} + \varepsilon \frac{r \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1) C_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{2(\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} - \varepsilon \frac{3r \lambda_1^4 C_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{2(\lambda_2 - 3\lambda_1)} - \varepsilon \frac{3r \lambda_2^4 C_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{2(\lambda_1 - 3\lambda_2)} + \\ + \varepsilon \frac{r \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2)^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} C_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t} + \varepsilon \frac{r \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + 2\lambda_1)^2 C_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{2(\lambda_1 + \lambda_2)}. \quad (18) \end{aligned}$$

Сталі інтегрування C_1, C_2 визначаються з початкових умов

$$q|_{t=0} = Q, \quad \left. \frac{dq}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (19)$$

і мають вигляд

$$C_1 = -\frac{\lambda_2 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} + \varepsilon \frac{r \lambda_1^3 \lambda_2^2 Q^3}{(\lambda_1 - \lambda_2)^4} \left\{ \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1 - 3\lambda_2} + \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} \right\}, \quad C_2 = \frac{\lambda_1 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} + \varepsilon \frac{r \lambda_1^2 \lambda_2^3 Q^3}{(\lambda_1 - \lambda_2)^4} \left\{ \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2 - 3\lambda_1} + \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} \right\}.$$

2. У випадку розряду **нелінійного конденсатора** з сегнетодіелектриком, кулон-вольтна характеристика якого має вигляд [19]

$$u_C = \frac{q}{C} + dq^3, \quad (20)$$

процеси у колі описуються рівнянням

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} + \frac{d}{L} q^3 = 0. \quad (21)$$

Введемо додаткові позначення

$$k = L^{-1}; \quad d = \varepsilon - \text{малий параметр}. \quad (22)$$

Використовуючи описану вище методику з урахуванням (22), рівняння (21) можна звести до системи рівнянь (10) і (11), в яких $H(y)$ має вигляд

$$\begin{pmatrix} H_1(y) \\ H_2(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} H(y), \quad H(y) = \frac{k}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ (u_{10} + v_{10})^3 z_1^3 + \right. \\ \left. + 3(u_{10} + v_{10})^2 (u_{01} + v_{01}) z_1^2 z_2 + 3(u_{10} + v_{10})(u_{01} + v_{01})^2 z_1 z_2^2 + (u_{01} + v_{01})^3 z_2^3 \right\}. \quad (23)$$

Частинними розв'язками цих диференціальних рівнянь є такі функції:

$$\begin{aligned} u_{30} &= -\frac{\varepsilon k}{2\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad v_{30} = -\frac{\varepsilon k}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - 3\lambda_1)}; \quad u_{21} = -\frac{3\varepsilon k}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad v_{21} = \frac{3\varepsilon k}{2\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)}; \\ u_{12} &= -\frac{3\varepsilon k}{2\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad v_{12} = \frac{3\varepsilon k}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad u_{03} = \frac{\varepsilon k}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - 3\lambda_2)}; \quad v_{03} = \frac{\varepsilon k}{2\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Підставляючи отримані значення функцій $u_{10}, v_{10}, \dots, u_{03}, v_{03}, \dots$ (12), (24) в (7) та враховуючи заміни (2) та (4), одержуємо

$$\begin{aligned} q &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \varepsilon \frac{kC_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{2\lambda_1(\lambda_2 - 3\lambda_1)} + \varepsilon \frac{kC_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{2\lambda_2(\lambda_1 - 3\lambda_2)} - \varepsilon \frac{3kC_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t}}{2\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)} - \varepsilon \frac{3kC_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{2\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)}; \\ \frac{dq}{dt} &= \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} + \varepsilon \frac{3kC_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{2(\lambda_2 - 3\lambda_1)} + \varepsilon \frac{3kC_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{2(\lambda_1 - 3\lambda_2)} - \\ &- \varepsilon \frac{3k(\lambda_1 + 2\lambda_2)C_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t}}{2\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2)} - \varepsilon \frac{3k(2\lambda_1 + \lambda_2)C_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{2\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)}. \end{aligned} \quad (25)$$

З урахуванням початкових умов (19) сталі інтегрування мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{\lambda_2 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} - \varepsilon \frac{kQ^3}{2(\lambda_1 - \lambda_2)^4} \left\{ 3\lambda_1^2 + \frac{\lambda_2^3}{\lambda_1} + \frac{2\lambda_1^3}{\lambda_1 - 3\lambda_2} - \frac{6\lambda_1 \lambda_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right\}; \\ C_2 &= \frac{\lambda_1 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} - \varepsilon \frac{kQ^3}{2(\lambda_1 - \lambda_2)^4} \left\{ 3\lambda_2^2 + \frac{\lambda_1^3}{\lambda_2} + \frac{2\lambda_2^3}{\lambda_2 - 3\lambda_1} - \frac{6\lambda_1^2 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right\}. \end{aligned}$$

3. Нелінійність активного опору, як правило (коли нелінійність не лежить в основі функціонування пристрою), описується співвідношенням [9]

$$R = R_0(1 + \varepsilon i^2). \quad (26)$$

З урахуванням рівняння Кірхгофа для послідовного RLC кола з нелінійним опором можна записати

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} + \varepsilon \frac{R}{L} \left(\frac{dq}{dt} \right)^3 = 0. \quad (27)$$

Використовуючи описану методику, рівняння (27) можна звести до системи рівнянь (10), (11), в якій $H(y)$ описується співвідношенням

$$\begin{pmatrix} H_1(y) \\ H_2(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} H(y);$$

$$H(y) = -\frac{2\delta}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ (\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10})^3 z_1^3 + 3(\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10})^2 (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01}) z_1^2 z_2 + \right. \\ \left. + 3(\lambda_1 u_{10} + \lambda_2 v_{10})(\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01})^2 z_1 z_2^2 + (\lambda_1 u_{01} + \lambda_2 v_{01})^3 z_2^3 \right\}, \quad (28)$$

а функції $u_{30}, v_{30}, \dots, u_{03}, v_{03}, \dots$ мають вигляд

$$u_{30} = -\frac{\varepsilon \delta \lambda_1^2}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad v_{30} = -\frac{2\varepsilon \delta \lambda_1^3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - 3\lambda_1)}; \quad u_{21} = -\frac{6\varepsilon \delta \lambda_1^2 \lambda_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad v_{21} = \frac{3\varepsilon \delta \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}; \\ u_{12} = -\frac{3\varepsilon \delta \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad v_{12} = \frac{6\varepsilon \delta \lambda_1 \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}; \quad u_{03} = \frac{2\varepsilon \delta \lambda_2^3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - 3\lambda_2)}; \quad v_{03} = \frac{\varepsilon \delta \lambda_2^2}{\lambda_1 - \lambda_2}. \quad (29)$$

Тоді аналогічно з попереднім випадком, підставляючи (12) і (29) в (6) і (7) та враховуючи заміни (2) і (4), маємо:

$$q = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \varepsilon \frac{\delta \lambda_1^2 C_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{\lambda_2 - 3\lambda_1} + \varepsilon \frac{\delta \lambda_2^2 C_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{\lambda_1 - 3\lambda_2} - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1 \lambda_2 C_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1 \lambda_2 C_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2}; \quad (30)$$

$$\frac{dq}{dt} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} + \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1^3 C_1^3 e^{3\lambda_1 t}}{\lambda_2 - 3\lambda_1} + \varepsilon \frac{3\lambda_2^3 C_2^3 e^{3\lambda_2 t}}{\lambda_1 - 3\lambda_2} - \\ - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + 2\lambda_2) C_1 C_2^2 e^{(\lambda_1 + 2\lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2} - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1 \lambda_2 (2\lambda_1 + \lambda_2) C_1^2 C_2 e^{(2\lambda_1 + \lambda_2)t}}{\lambda_1 + \lambda_2}. \quad (31)$$

Сталі інтегрування для рівнянь (30), (31) знаходимо з початкових умов (19):

$$C_1 = -\frac{\lambda_2 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1^2 \lambda_2^2 Q^3}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)(\lambda_1 - 3\lambda_2)}; \quad C_2 = \frac{\lambda_1 Q}{\lambda_1 - \lambda_2} - \varepsilon \frac{3\delta \lambda_1^2 \lambda_2^2 Q^3}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)(\lambda_2 - 3\lambda_1)}.$$

Для порівняння впливу нелінійностей різних елементів кола на процеси в ньому побудовано графіки залежностей струму від часу (рис.1–3). Величина малого параметра нелінійних характеристик вибиралась виходячи зі співвідношення між лінійною та нелінійною складовими: $k = \frac{R_n}{R_l} = \frac{\psi_n}{\psi_l} = \frac{Q_n}{Q_l} = 0,09$. На рис. 1–3 суцільною лінією позначено струм у колі з нелінійною індуктивністю, ємністю, опором відповідно, а пунктирною – струм у лінійному колі.

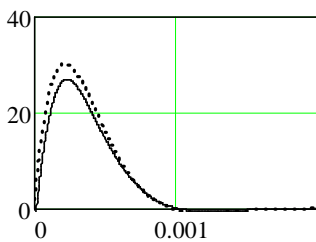


Рис. 1

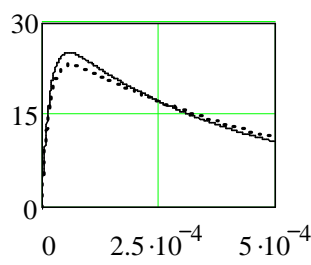


Рис. 2

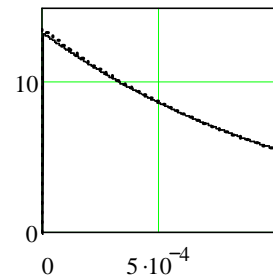


Рис. 3

При нелінійній індуктивності (рис. 1) нелінійність призводить до зменшення екстремуму струму та уповільнення його спаду, на що вказує перетин спадаючих частин характеристик. Крім того, крутизна наростання характеристик для лінійного випадку значно більша порівняно з нелінійним випадком.

У випадку присутньої у колі нелінійної ємності (рис. 2) нелінійність, навпаки, збільшує максимум струму порівняно з лінійним випадком та прискорює його спадання (на графіку наявна точка перетину його характеристик), при цьому крутизна наростання струму у нелінійному випадку більша.

Рис. 3 демонструє процеси у колі при наявності нелінійного опору. Як і у випадку нелінійної індуктивності, нелінійність призводить до завищення екстремуму струму, зменшен-

ня крутизни його наростання та незначного зниження швидкості його спадання. Зазначимо, що для всіх трьох випадків момент настання екстремумів фактично співпадає.

З викладеного можна зробити такі висновки: за допомогою оригінального аналітичного методу проаналізовані кола розряду конденсатора на індуктивно-активне навантаження при почерговій нелінійності усіх елементів кола за умови лінійності останніх. На графіках, що побудовані на основі одержаних розрахунків, наочно показано поведінку струму у колі залежно від того, який з його елементів нелінійний.

Дослідження спільного прояву теплових і електромагнітних процесів у рухомих електропровідних середовищах із тривимірною структурою полів є важливою і в той же час складною у розрахунковому відношенні проблемою. Завдання ще більш ускладнюється при необхідності вирішення оберненої задачі теорії поля – знаходження такої геометричної конфігурації електромагнітної системи, при якій забезпечується заданий розподіл джоулевої дисипації або температури середовища. У даному випадку в рамках задачі щодо визначення геометричних характеристик електромагнітної системи для рівномірного по ширині нагрівання металевої стрічки, що рухається у високочастотному електромагнітному полі, ставиться мета на основі застосування наближених асимптотичних методів [2] дати оцінку основних геометричних параметрів електромагнітної системи, проаналізувати струмові контури канонічної форми просторової і плоскої конфігурацій.

В роботі [5] показано, що для електромагнітної системи у вигляді в загальному випадку просторового контура зі змінним струмом I , розташованим над плоскою електропровідною смугою, яка рухається зі швидкістю v , з електропровідністю γ й відносною магнітною проникністю μ (рис. 4), рішення задачі розрахунку поля може бути представлене у вигляді асимптотичного ряду, членами якого є функції від поля, створеного контуром зі струмом, дзеркально відбитим від границі поділу середовищ.

Для одержання оцінок впливу різних умов нагрівання при досить високій частоті поля можна обмежитися тільки першим членом розкладання в ряд густини потоку електромагнітної енергії p_z усередину металевої поверхні [3, 4]:

$$p_z \approx \frac{I^2 \zeta}{\pi^2 h^2} \cdot \frac{1}{(1 + \xi^2 / h^2)^2}, \quad (32)$$

де $\zeta = \sqrt{\omega \mu \mu_0 / 2\gamma}$ – модуль величини поверхневого імпедансу.

Сумарна кількість переданої протягом усього процесу нагрівання електромагнітної енергії характеризується лінійною густиною переданої енергії:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_z dy. \quad (33)$$

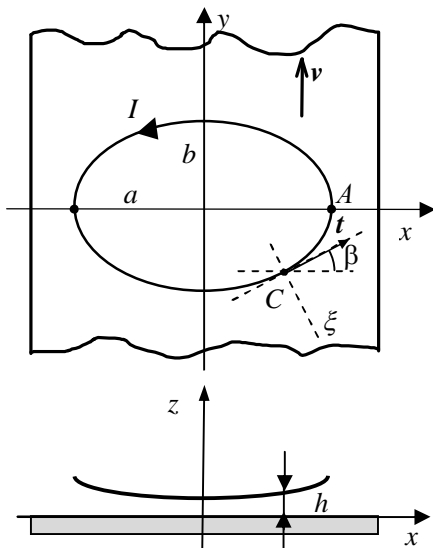


Рис. 4

Оскільки $P(x)$ залежить від характерного часу, протягом якого відповідний елемент середовища перебуває під контуром, то вплив геометрії контура виявляється різним для ділянок, віддалених від країв (точка C , рис. 4) і поблизу краю контура, де напрямок дотичної до нього є паралельним до вектора швидкості стрічки (точка A , рис. 4).

Для ділянок контура вдалині від країв при інтегруванні (33) знайдемо

$$P(x_C) = \int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi(y, \beta), h) dy = \frac{I^2 \zeta}{2\pi h_C \cos \beta}. \quad (34)$$

Для ділянок контура поблизу країв при інтегруванні необхідно враховувати кінцевий радіус кривизни R і залежність кута нахилу β від координати y . Можна показати, що у цьому випадку безпосередньо під краєм контура

$$P(x_A) = \frac{3I^2 \zeta}{4\pi} \frac{R^{1/2}}{h_A^{3/2}}. \quad (35)$$

Знайдені прості вирази для оцінки величини лінійної густини переданої енергії дозволяють проаналізувати геометричні параметри індукторів для високочастотного індукційного нагрівання металевих стрічок. У даній роботі основна увага приділяється рівномірному виділенню тепла в межах певної ширини стрічки. Розглядаються два типи конфігурацій контурів: просторові з піднятими краями $h = \text{var}$ і постійним радіусом кривизни $R = \text{const}$ – контури круглої форми; плоскі $h = \text{const}$ еліптичної форми, що мають змінний радіус кривизни $R = \text{var}$.

Просторові контури круглої форми $h = \text{var}$, $R = \text{const}$. У відповідності з (34) і (35) рівність $P(x_A) = 2P(x_C)$ величин лінійної густини переданої енергії під краєм і вдалині від нього призводить до наступної умови, що накладається на геометричні параметри:

$$\frac{3}{4} \frac{R^{1/2} h_C \cos \beta}{h_A^{3/2}} = 1. \quad (36)$$

Звідси видно, що, наприклад, для контура, проекція якого на плоску границю поділу середовищ має форму окружності $R = \text{const}$, ефективним методом вирівнювання $P(x)$ по ширині стрічки може бути збільшення відстані h_A , тобто краї контура повинні бути підняті відносно його центральної частини. Результати показують задовільну відповідність оцінки (36) з даними повного розрахунку джоулевих тепловиділень.

Плоскі контури еліптичної форми $h = \text{const}$, $R = \text{var}$. Для цього випадку знайдемо геометричні параметри контурів, для яких виконується умова $P(x_A) = 2P(x_C)$ при $x_C = 0$. Мінімальний радіус кривизни контура еліптичної форми буде у точці A , де його величина виявляється $R = b^2/a$. Підставляючи це значення в (35), знайдемо оцінку відношення довжин півосей еліпса, при якому лінійна густина теплової енергії, що виділилася, однакова в центральній $x = 0$ точці і під краєм $x = a$ контура:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{h}{a}}. \quad (37)$$

На рис. 5 наведено результати повного розрахунку для двох значень відношення h/a : $a - h/a = 0,2$; $б - h/a = 0,1$. Криві 2 показують відносні значення лінійної густини переданої енергії з відношенням півосей еліпса відповідно до (37). Видно, що тепловиділення в точках $x = 0$ і $x = a$ практично збігаються. Розподіл теплової енергії, що виділилася, по ширині стрічки стає значно більш рівномірним у порівнянні з контуром круглої форми, розрахункові дані для яких представлені кривими 1.

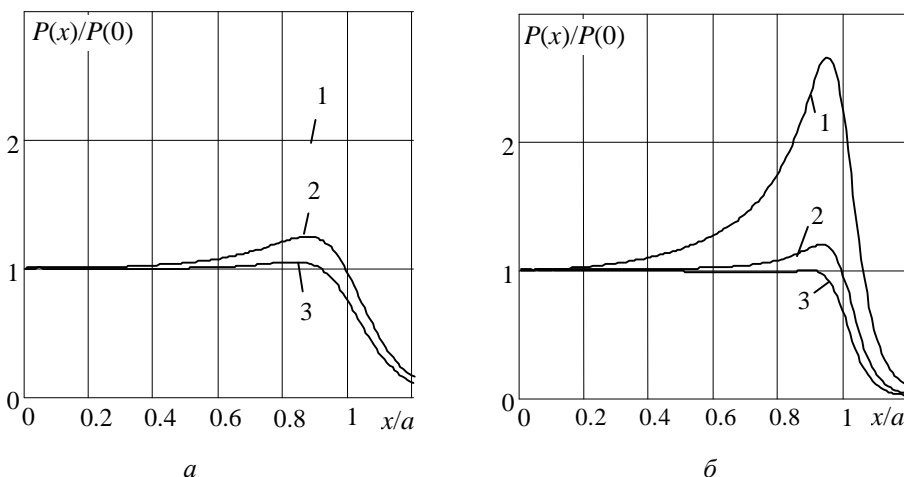


Рис. 5

Ступінь нерівномірності тепловиділень по ширині стрічки з використанням плоских контурів еліптичної форми можна значно зменшити в межах, трохи менших, ніж поперечний розмір контура a . Для цього відношення півосей еліпса b/a необхідно вибрати меншим, ніж те, що забезпечує виконання умови (37). На рис. 5

криві 3 відповідають відношенню півосей еліпсів, що становлять 80 % від відношення півосей, обраних у відповідності з (37). Видно істотне зменшення ступеня нерівномірності лінійної густини енергії, що виділилася, у тому числі і тоді, коли контур розташований ближче до поверхні стрічки і відповідно абсолютні значення інтенсивності тепловиділень зростають.

Розробка методів та систем статистичної діагностики рухомих частин електротехнічного обладнання. Процес проектування та побудови інформаційно-вимірювальних систем (ІВС) діагностики елементів та вузлів енергетичного обладнання складається з декількох етапів, а саме: з етапів математичного моделювання сигналів, що досліджуються, визначення основних діагностичних ознак отриманих сигналів, розробки технічної частини ІВС діагностики та навчання створеної системи для забезпечення можливості побудови вирішуючих правил при виконанні задач діагностики.

У роботі [8] розглянуто особливості побудови ІВС діагностики рухомих частин енергетичних машин з використанням бездротового каналу передачі інформації з вузлів, що діагностуються. Результати практичного використання створеного експериментального зразка ІВС [7] дозволяють перейти до проведення навчання створеної системи.

Головна мета проведених у цьому напрямку досліджень – розгляд питань, пов'язаних з формуванням навчальних сукупностей при проведенні вібродіагностики вузлів рухомих частин енергетичних машин із застосуванням лабораторного макету ІВС діагностики, що використовує бездротовий канал передачі вимірної інформації [7].

Основні принципи формування навчальних сукупностей. На основі проведених експериментів [7, 9], включаючи також імітаційне моделювання [13], визначені діагностичні ознаки технічного стану вузлів енергетичних машин, які можуть використовуватися при кореляційному аналізі: число точок екстремумів s_j , $j = 1, 2, \dots$ на деякому інтервалі T_H корелограми $B(s)$; оцінки величин коефіцієнтів затухання β_j , $j = \overline{1, n}$; оцінка величини коефіцієнта взаємної кореляції R вібрацій вузлів енергетичних машин; при спектральному аналізі: амплітуди і частоти основних максимумів спектрограми; число основних максимумів спектрограми у фіксованій смузі частот.

Для проведення діагностування з використанням таких параметрів, насамперед, необхідно вибрати діагностичні простори та сформувані в обраних просторах навчаючі сукупності, що відповідають визначеним технічним станам рухомих вузлів енергетичних машин, які досліджуються.

Навчальні сукупності – це множина тих значень параметрів, що відповідають умовно справному стану об'єкта діагностування або його стану, пов'язаному з наявністю одного з дефектів, що діагностується.

Джерело діагностичної інформації створює деякий процес, що залежить від діагностичних параметрів, кожний з яких являє собою вектор або скаляр. У найпростішому випадку розглядається тільки один параметр, що може набувати двох різних значень. Кожному з цих значень відповідає одна з гіпотез: основна H_0 і альтернативна або конкуруюча H_1 .

Попередня статистична обробка будується таким чином. Припускається, що вже відомо, яка гіпотеза є вірною, і, базуючись на такому знанні, отримується цілком визначена точка в просторі спостережень. Припускається, що на цьому етапі додається деяка адитивна випадкова компонента, що не залежить від гіпотез і яка може виникати як на виході джерела діагностичної інформації, так і в процесі її статистичної обробки. Вона спотворює значення діагностичного параметра, тому з кожним гіпотетичним значенням параметра пов'язується імовірнісний закон розподілу.

Простір спостережень містить у собі всі можливі значення вимірювальних параметрів, яких вони можуть набувати в процесі експерименту. В результаті дії завад, у просторі спостережень множини точок, що відповідають різним гіпотезам, перетинаються, а іноді і зовсім збігаються. У зв'язку з цим робиться розбивка простору спостережень на підмножини спостережень, що не перетинаються – образи, які відповідають кожній із гіпотез.

Використання лабораторного зразка ІВС для формування навчальних сукупностей. Для отримання діагностичних даних, потрібних при формуванні навчальних сукупностей на

етапі навчання ІВС діагностики, був використаний лабораторний зразок ІВС діагностики рухомих частин енергетичних машин, який базується на застосуванні радіоканалу стандарту Bluetooth для забезпечення передачі вимірних сенсорами даних з вузлів, що діагностуються [7].

Блок сенсорів [7], розташований на якорі електричної машини постійного струму типу П-51, надав можливість отримувати діагностичну інформацію про вібраційні процеси, виміряні на рухомому вузлі електричної машини, у смузі частот від 0,01 Гц до 6 кГц.

Пакет програм, спеціально розроблений для згаданої вище ІВС, дає змогу визначити оцінки початкових і центральних моментів до четвертого включно, коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, інтервалу варіювання, будувати гістограми і згладжувати їх по системі кривих Пірсона, а також одержувати згладжені оцінки спектрів потужності і взаємних амплітудних спектрів з оцінкою дисперсії отриманих оцінок спектрів. Основні математичні співвідношення та алгоритми, що покладено в основу створеного пакету програм статистичної обробки вібраційних сигналів, розглянуто в роботах [8, 9, 16].

Експериментальна перевірка ступеня пресування шихтованого магнітопроводу якоря електричної машини П-51. Експеримент з діагностування стану пресування пластин магнітопроводу проводився наступним чином. За допомогою зажимних гайок стягувався пакет пластин магнітопроводу з зусиллям 30 Н·м. Після цього вмикався та налагоджувався макет ІВС діагностики та вмикалася електрична машина П-51. Під час роботи електричної машини, що діагностується, вібраційний сигнал, який знімався з її якоря, надходив до блока приймання та обробки інформації [7]. Результати обробки цих вібраційних сигналів за допомогою програми спектрального аналізу представлені на рис. 6 а.

Після цього повністю відпускалися зажимні гайки та знову стягувався пакет пластин магнітопроводу з зусиллям 10 Н·м, що є недостатнім для нормальної роботи якоря електричної машини П-51. Результати спектральної обробки вимірювань вібраційного сигналу, зареєстрованого на якорі електричної машини П-51 при недостатньому стягуванні пакету пластин магнітопроводу, представлені на рис. 6 б.

При зменшенні стягуючого зусилля в спектрограмі вібрацій шихтованого магнітопроводу крім основної частоти в області 600 Гц відмічаються інтенсивні частотні складові майже у всій смузі частот, що аналізується. Така багаторезонансна структура вібрацій у шихтованого магнітопроводу з ослабленим пресуванням пояснюється вібраціями окремих пластин, що утворюють магнітопровід.

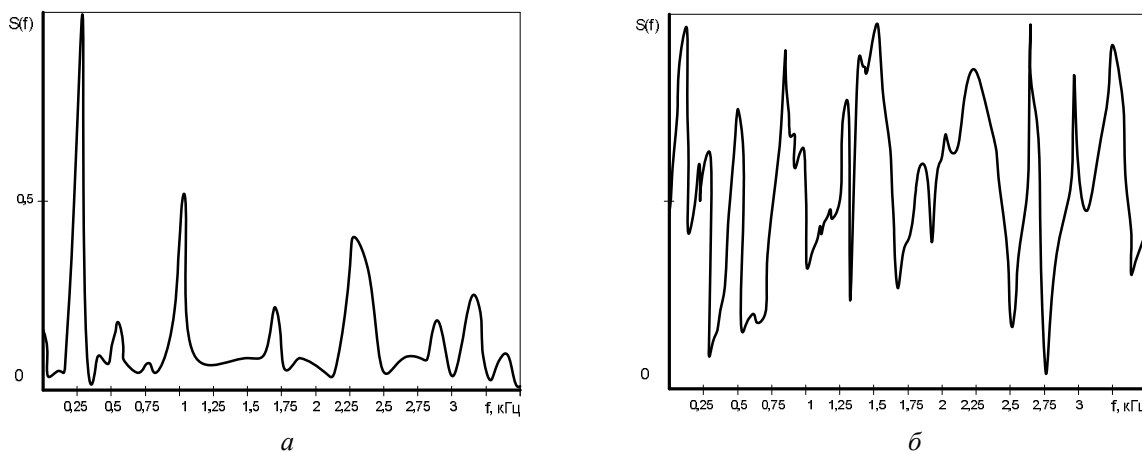


Рис. 6

Таким чином, проведені експерименти підтвердили теоретичне припущення, що в якості діагностичних ознак стану пресування шихтованого магнітопроводу можуть бути використані амплітуди та частоти основних максимумів, а також число основних частотних максимумів у фіксованій смузі частот [10].

Формування навчальних сукупностей. Для формування навчаючих сукупностей у діагностичному просторі Θ проведено 200 експериментів по дослідженню вібрацій шихтова-

ного магнітопроводу, що виникають під час роботи електричної машини П-51. На рис. 7 а представлені навчаючі сукупності, побудовані за результатами аналізу 100 спектрограм вібрацій шихтованого магнітопроводу, що досліджувався. Навчаючі сукупності представляють собою гістограми числа максимумів Θ досліджуваних спектрограм на рівні 0,5. Однак їх зручніше будувати не по гістограмах, а по згладжуючих їх кривих, що входять у систему Пірсона. Побудова згладжуючих кривих передбачена програмними засобами макету ІВС [7].

На рис. 7 б представлені криві, що згладжують гістограми усередненого числа Θ максимумів спектрограм вібрацій шихтованого магнітопроводу. Вони є навчаючими сукупностями в одновимірному діагностичному просторі Θ . Розподілення числа Θ , що відповідає різним пресуванням магнітопроводу, зміщені одне відносно іншого та мають різні математичні сподівання: $\Theta_1 = 4,53$ та $\Theta_2 = 8,67$.

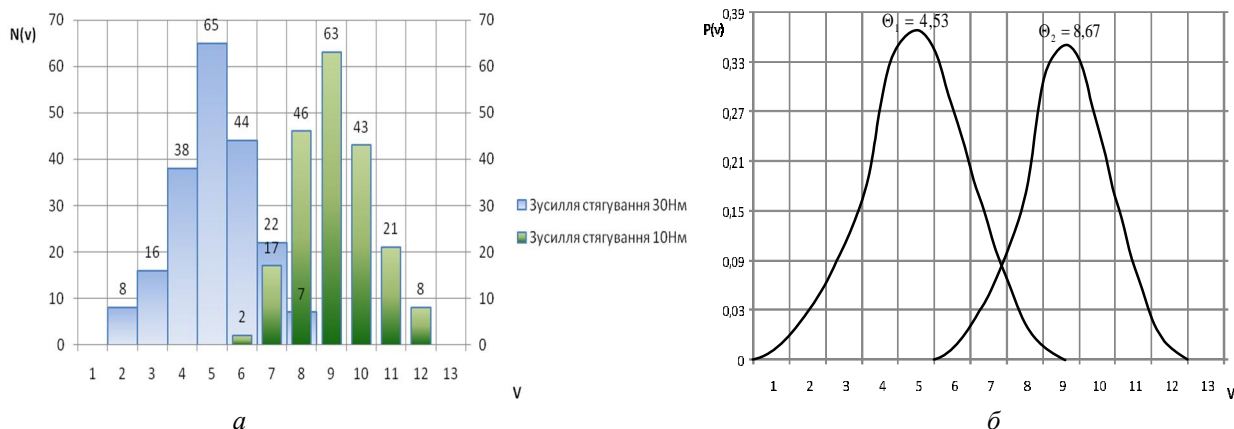


Рис. 7

Висновки. При використанні розробленої ІВС діагностики рухомих вузлів електричних машин були проведені експериментальні дослідження вібраційних сигналів, виміряних безпосередньо з якоря електричної машини постійного струму П-51. Після побудови гістограм та згладжуючих їх кривих, що входять у систему Пірсона, отримано навчаючі сукупності, що дозволяють у подальшому формувати вирішуючі правила, завдяки яким при виконанні діагностики буде визначатися технічний стан шихтованого магнітопроводу якоря електричної машини П-51.

Розрахункові дослідження електромагнітного поля і магнітопружних деформацій магнітних систем потужного електротехнічного обладнання. Протягом останнього року продовжувались роботи, пов'язані з розробкою алгоритмів та проведенням розрахункових досліджень електромагнітного поля та параметрів потужних трансформаторів і реакторів. Основні результати досліджень за минулий рік наведені в [11, 12, 23]. Слід зазначити, що алгоритмічні розробки та розрахункові дослідження в [11, 12, 23, 24] орієнтовані на платформу ANSYS, але можуть бути використані для інших програмних платформ, де для розрахунку використовується метод скінченних елементів.

Як відомо, робота багатьох електротехнічних пристроїв супроводжується підвищеним звуковим навантаженням, що має шкідливий вплив на оточення. Одним з важливих джерел шуму, зокрема, силових трансформаторів та електричних реакторів, є віброактивність магнітних систем (МС) за рахунок магнітострикції електротехнічної сталі МС у змінному магнітному полі з частотою 50...60 Гц. Механічні коливання МС через охолоджуюче масло, конструктивні елементи та бак трансформатора передаються в оточуюче середовище. Шум трансформаторів відображає якість застосованих матеріалів, інтенсивність електромагнітних навантажень, їх технічний стан. За інтенсивністю і частотним аналізом звукового випромінювання визначають діагностичні показники роботи трансформатора в цілому або його окремих елементів. У даний час магнітострикція та явища, що її супроводжують (вібрації,

шум), в основному вивчаються експериментально. Тому чисельні дослідження магнітострикції та магнітопружних деформацій можуть бути основою для подальшого чисельного дослідження вібрацій та шумів у потужному електроенергетичному устаткуванні.

Останнім часом проблемі впливу ефекту магнітострикції на магнітопружні деформації присвячена достатньо велика кількість робіт. Ґрунтовний огляд наукових розробок наведено у [26]. Слід зазначити, що основна частина робіт у [26] носить суто теоретичний характер, що дає змогу для вивчення ефекту магнітострикції та практичного застосування запропонованих підходів та ідей у практичних цілях при розробці потужного енергетичного устаткування. Проведений аналіз вказує на доцільність розробки алгоритмів та проведення чисельних досліджень магнітопружних деформацій МС потужного електроенергетичного устаткування на основі спільного розв'язку задачі механіки та магнітного поля. Основні співвідношення для магнітострикції наведені у [12, 24].

Зв'язана задача магнітострикції і механіки. Густина внутрішньої енергії для феромагнітного матеріалу має вигляд [1, 6, 12, 24]

$$E = \int_V W^e dV + \int_V W^m dV, \quad (38)$$

де W^e – густина пружної енергії, що запасється в тілі; W^m – магнітопружна енергія. За наявності зовнішнього напруження σ_{ij} ця енергія рівна

$$W^m = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}, \quad (39)$$

де σ_{ij} – напруження, що пов'язані з магнітострикцією.

Рішення лінійної задачі можна знайти, виходячи з принципу мінімуму енергії. Наближене рішення (39) знаходиться мінімізацією функціонала E щодо переміщень [15].

Зв'язана задача магнітного поля і магнітопружних деформацій. Спочатку розв'язується задача розрахунку магнітного поля, а потім значення магнітної індукції та інших необхідних величин використовуються для обчислення магнітопружних деформацій. Для вирішення задачі використовується програмне середовище ANSYS і скінченний елемент, що має шість ступенів свободи [25]:

$$\{q^e\}^T = \{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3\}, \quad (40)$$

де u, v – значення переміщень у вузлах елемента по осях координат.

Виконуючи стандартні обчислення, які детально наведені у [12, 24], отримуємо наступний вираз функціонала для елемента:

$$E^e = \frac{1}{2} \{q^e\}^T [K^e] \{q^e\} - \{g^e\}^T \{q^e\}, \quad (41)$$

де $[K^e]$ – матриця жорсткості елемента; $\{g^e\}$ – узагальнений вектор зусиль, що враховує магнітострикцію.

Вектор $\{g^e\}$ визначається виразом

$$\{g^e\} = \frac{S}{2|S|} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \eta_1 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) - \eta_1 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon + \frac{3}{2} \xi_1 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \\ \frac{3}{2} \xi_1 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) + \xi_1 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon - \frac{3}{2} \eta_1 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \\ -\frac{3}{2} \eta_2 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) - \eta_2 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon + \frac{3}{2} \xi_2 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \\ \frac{3}{2} \xi_2 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) + \xi_2 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon - \frac{3}{2} \eta_2 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \\ -\frac{3}{2} \eta_3 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) - \eta_3 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon + \frac{3}{2} \xi_3 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \\ \frac{3}{2} \xi_3 (C_{11} - C_{12}) \lambda \left(\alpha_1^2 - \frac{a}{3} \right) + \xi_3 (C_{11} + 2C_{12}) a \varepsilon - \frac{3}{2} \eta_3 (C_{11} - C_{12}) \lambda \alpha_1 \alpha_2 \end{pmatrix}, \quad (42)$$

де $\xi_1 = x_3 - x_2$; $\xi_2 = x_1 - x_3$; $\xi_3 = x_2 - x_1$; $\eta_1 = y_3 - y_2$; $\eta_2 = y_1 - y_3$; $\eta_3 = y_2 - y_1$;

$$S = \xi_2 \eta_3 - \xi_3 \eta_2; \quad a = 1 - \frac{C_{12}}{C_{11}}. \quad (43)$$

Виходячи з принципу мінімуму енергії для (41) $\frac{\partial E^e}{\partial \{q^e\}} = 0$, отримаємо наступне спів-

відношення для елемента:

$$[K^e] \{q^e\} = \{g^e\}. \quad (44)$$

Підсумовуючи вираз (44) по всіх скінченних елементах, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для всього ансамблю скінченних елементів:

$$[K] \{q\} = \{g\}, \quad (45)$$

розв'язок якої дає змогу визначити деформації і переміщення пристрою з врахуванням магнітострикції.

Приклад чисельного розрахунку. Чисельне моделювання проведено для однофазного масляного трансформатора потужністю 40 МВА. Ескіз розрахункової моделі магнітної системи, обмоток, розраховане магнітне поле, деформація стержнів магнітної системи трансформатора наведено на рис. 8–10.

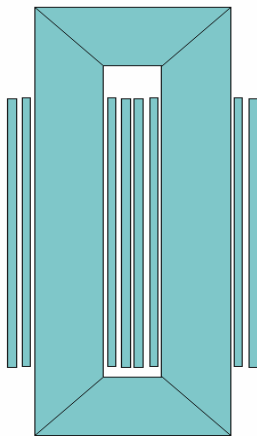


Рис. 8

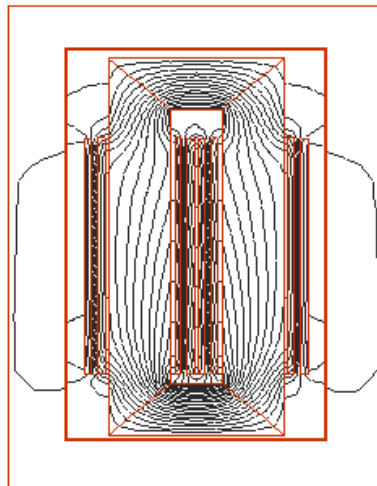


Рис. 9



Рис. 10

Висновок. Запропонований у роботі чисельний алгоритм розрахунку магнітопружних деформацій за допомогою програмного середовища ANSYS може бути застосований при дослідженні потужного електроенергетичного устаткування (трансформаторів, реакторів).

1. Белов К.П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнитных металлах. – М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1951. – 254 с.
2. Васьків Ю.М. Электромагнитное поле импульсного тока, протекающего над проводящим полупространством. – Киев, 1992. – 37с. (Препр. / АН Украины. Ин-т электродинамики; № 721).
3. Васьків Ю.М., Мазуренко И.Л. Геометрические параметры электромагнитных систем для высокочастотного индукционного нагрева металлических лент // Техн. электродинамика. – 2009. – № 5. – С. 47–55.
4. Васьків Ю. М., Мазуренко И.Л. Оценка геометрических параметров высокочастотных электромагнитных систем по заданному условию джоулевой диссипации в движущейся металлической полосе // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Мат. 6-ї Міжнар. наук.-техн. конф. «Математичне моделювання в електротехніці й електроенергетиці» (ММЕлектро–2009). – 2009. – № 654. – С. 23–28.
5. Васьків Ю.М., Мазуренко И.Л. Приближенные математические модели электромагнитных систем с пространственными токовыми контурами, расположенными над проводящей средой // Техн. электродинамика. Темат. вып. «Проблеми сучасної електротехніки». – 2002. – Ч.4. – С. 3–7.
6. Вонсовский С.В. Магнетизм. – М.: Наука, 1971. – 1032 с.
7. Гижко Ю.І., Мислович М.В. Деякі питання практичної реалізації та застосування інформаційно-вимірювальних систем діагностики обертових частин роторних енергетичних машин // Техн. электродинамика. Темат. вып. «Проблеми сучасної електротехніки». – 2008. – Ч. 4. – С. 53–58.

8. *Гижко Ю.І., Мислович М.В.* Особливості побудови інформаційно-вимірвальних систем діагностики рухомих частин електротехнічного обладнання // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України: Зб. наук. пр. – К.: ІЕД НАНУ. – 2007. – № 2(17). – С. 107–115.
9. *Гижко Ю.І., Мислович М.В.* Особливості формування навчаючих сукупностей при проведенні вібродіагностики вузлів рухомих частин енергетичних машин // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2009. – № 654. – С. 35–40.
10. *Городжа К.А., Мислович М.В., Сисак Р.М.* Моделювання відгуків електротехнічного обладнання на ударний вплив та використання його результатів при створенні автоматизованих систем діагностики // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2009. – № 654. – С. 65–70.
11. *Іванков В.Ф., Басова А.В., Хімюк І.В., Кокошин С.С., Іванков В.Ф.* Розрахунок магнітного поля, втрат та нагріву у пресувальній пластині і електростатичному екрані на стрижні трансформатора і шунтувально-го реактора // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 6. – С. 46–53.
12. *Іванков В.Ф., Кокошин С.С., Хімюк І.В.* Чисельне дослідження магнітопружних деформацій в потужному трансформаторі // Вісн. НУ «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2009. – № 654. – С. 88–92.
13. *Качанов Л.М.* Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. – М.: Наука, 1965. – 202 с.
15. *Лейбензон Л.С.* Курс теории упругости. – М.-Л.: ОГИЗ, 1947. – 464 с.
16. *Марченко Б.Г., Мислович М.В.* Вибродіагностика подшипниковых узлов электрических машин. – К.: Наук. думка, 1992. – 196 с.
17. *Поливанов К.М.* Теоретические основы электротехники. Ч. 3 – М.: Энергия, 1969. – 352 с.
18. *Потороча В.В., Кравченко О.П., Самойленко В.Г., Шидловська Н.А.* Побудова наближених розв'язків слабо збурених диференціальних рівнянь теорії нелінійних електричних кіл // Крайові задачі для диференціальних рівнянь. – 2006. – № 14. – С. 168–175.
19. *Филиппов Е.* Нелинейная электротехника. – М.: Энергия, 1976. – 496 с.
20. *Шидловська Н.А., Кравченко О.П., Самойленко В.Г.* Аналітичний метод дослідження нелінійних розрядних кіл // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 5. – С. 3–10.
21. *Шидловська Н.А., Кравченко О.П., Самойленко В.Г.* Дослідження нелінійних розрядних кіл в режимах роботи, близьких до резонансних // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 6. – С. 3–7.
22. *Шидловська Н.А., Кравченко О.П., Самойленко В.Г., Кучерява І.М.* Порівняльний аналіз аналітичного та чисельного методів розрахунку процесів у нелінійному електричному колі // Техн. електродинаміка. – 2009. – № 1. – С. 3–6.
23. *Ivankov V., Kokoshyn S., Khimjuk I.* Modeling of magnetoelastic deformations of magnetic materials in electro-energy devices // X-th International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering. (Waplewo, Poland, September 17-19, 2009. – P. 42–48. <http://cpee.iem.pw.edu.pl>).
24. *Ivankov V., Kokoshyn S., Khimjuk I.* Modeling of magnetoelastic deformations of magnetic materials in electro-energy devices, *Przeglad Elektrotechniczny, CPPE- 2009, № 1/2010.* – P. 152–154.
25. *ANSYS /Structural/Emag3D.* Ліцензійна версія ВАР “ЗТР” від 22.11.2002.
26. *Anders Lundgren.* On measurement and modelling of 2D magnetization and magnetostriction of SiFe sheets. KTH Reprocentral, Stockholm, 1999. – 199 p.