НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

В. Ф. Іванков, А. В. Басова, І. В. Хімюк

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ

КИЇВ
2017

УДК 621.31:621.3.01
ББК 31.27:34.41

Рецензенти:
Л.І. Мазуренко, д-р техн. наук, професор,
Київський національний університет будівництва та архітектури
М.В. Мисловіч, д-р техн. наук, професор,
Інститут електродинаміки НАН України

Рекомендовано до друку Вченою радою
Інституту електродинаміки Національної академії наук України.
Протокол №8 від 15 червня 2017 року.

Методи моделювання трансформаторів та реакторів:
Монографія / В. Ф. Іванков, А. В. Басова, І. В. Хімюк. –
К.: Ін-т електродинаміки НАН України, 2017. – 490 с.
ISBN 978-966-02-8297-1

У монографії розглянуто аналітичні та чисельні методи розрахунку електромагнітних, теплових та механічних процесів у силових трансформаторах та реакторах. Основну увагу приділено методології розрахунків і досліджень, у тому числі систематизації шляхів створення науково обґрунтованих методів, необхідних для практики. Наведено аналітичні розв'язки краєвих задач електромагнітного поля, що використовуються при дослідженнях втрат на вихрові стуми в елементах конструкції трансформаторного устаткування. Представлено аналітичні та чисельні методи моделювання індуктивностей, розподілу струмів провідності в складних схемах обмоток трансформаторів та в замкнених електромагнітних екранах реакторів. Наведено методи та приклади чисельного моделювання полів температур в активних частинах трансформаторів і реакторів та швидкостей масла в обмотках трансформаторів та реакторів, а також методи та результати моделювання електричного поля і механічних процесів. Більшість з них проілюстровано розрахунками конкретного устаткування, а також верифіковано експериментальними дослідженнями. Представлено впровадження розроблених методів моделювання в систему автоматизованого проектування силових трансформаторів та електричних реакторів САПР ТЕР.

Для наукових співробітників, інженерів, а також викладачів, аспірантів і студентів вищих навчальних закладів, які цікавляться питаннями моделювання силового трансформаторного устаткування.

ISBN 978-966-02-8297-1

© Іванков В.Ф., Басова А.В., Хімюк І.В., 2017
© Інститут електродинаміки НАН України, 2017

ЗМІСТ

Список скорочень **8**

Передмова **9**

Розділ 1. Конструкція трансформаторів та реакторів, фізичні процеси, задачі моделювання та основні рівняння **13**
1.1. Конструкція, фізичні процеси, задачі моделювання **14**
1.2. Рівняння електромагнітного поля **19**
1.3. Втрати електроенергії в провідниках та сталях **31**
1.4. Рівняння гідравліки та теплообміну **37**
Література до розділу 1 **40**
Розділ 2. Аналітичні однострижневі моделі магнітного поля трансформаторів та реакторів **45**
2.1. Опис однострижневих моделей **48**
2.2. Розв'язки крайових задач для магнітного поля замкнених моделей **50**
2.3. Визначення складових індукції магнітного поля замкнених моделей **60**
2.4. Магнітне поле відкритих моделей **65**
2.5. Визначення магнітного поля моделей з дискретними феромагнетиками **68**
2.6. Застосування однострижневої циліндричної моделі до синтезу сил намагнічування випробувального трансформаторного пристрою **73**
2.7. Розрахунки магнітного поля однострижневих моделей **78**
2.8. Визначення інтегральних характеристик магнітного поля в обмотках **81**
Література до розділу 2 **82**
Розділ 3. Аналітичні тривимірні моделі магнітного поля трансформатора **87**
3.1. Опис чисельно-аналітичних тривимірних моделей трансформатора без бака і з баком **88**
3.2. Скомпенсоване вісесиметричне поле окремого стрижня і безвихрове поле поза системою феромагнітних циліндрів **89**
3.3. Безвихрове поле поза системою феромагнітних циліндрів **90**
3.4. Магнітне поле багатострижневої моделі трансформатора без бака **93**
3.5. Модель трансформатора із прямокутним баком **96**
3.6. Розрахунок магнітного поля квазітривимірних моделей трансформатора та реактора **103**
Література до розділу 3 **105**

Розділ 4. Чисельне моделювання електромагнітних параметрів трансформаторів та реакторів **107**
4.1. Основи методу скінченних елементів для електромагнітних розрахунків та припущення при його практичному застосуванні **108**
4.2. Верифікація процедур чисельного моделювання електромагнітного поля і втрат у немагнітній і феромагнітній сталі **114**
4.3. Основні підходи до розробки чисельних електромагнітних моделей трансформаторного устаткування **118**
Література до розділу 4 **127**
Розділ 5. Аналітичні методи розрахунку вихрових струмів і втрат в елементах конструкції з немагнітної сталі **131**
5.1. Математична постановка крайових задач **133**
5.2. Модель нескінченної немагнітної пластини **137**
5.3. Контактні немагнітні і феромагнітні нескінченні пластини **139**
5.4. Немагнітна пластина в кусково-періодичному магнітному полі **141**
5.5. Прямокутна пластина з круговими вирізами **146**
5.6. Нескінченна пластина з круговим вирізом **151**
5.7. Система контактних пластин з круговими вирізами і феромагнітними пакетами на їх поверхні **154**
5.8. Суцільна немагнітна пластина, що контактує з феромагнітними ділянками **156**
Література до розділу 5 **158**
Розділ 6. Розрахунок індуктивностей і струмів провідності в обмотках та в замкнених провідних екранах **161**
6.1. Розрахунок індуктивностей трансформаторів і реакторів на основі замкненої циліндричної моделі **162**
6.2. Формування і розв'язок комплексних систем рівнянь для схем заміщення з активно-індуктивними параметрами **164**
6.3. Розрахунок струмів провідності в обмотках трансформатора із фольги **166**
6.4. Струми провідності в обмотках реакторів із фольги **171**
6.5. Дослідження розподілу струмів і втрат в замкнених провідних екранах реактора без сталі **172**
6.6. Розрахунок індуктивності і вольт-амперної характеристики статичного шунтувального реактора **176**
6.7. Розрахунок індуктивності шунтувального реактора з регулюванням під навантаженням **185**
6.8. Використання замкненої циліндричної моделі при дослідженні насичення стрижня магнітної системи трансформатора **188**
Література до розділу 6 **192**

Розділ 7. Розрахунок втрат в баках від магнітного поля обмоток **195**
7.1. Основні припущення і підходи до розрахунку магнітного поля, втрат в баках чисельно-аналітичними методами **197**
7.2. Розрахунок магнітного поля в повітрі по контуру бака на основі квазітривимірних розрахункових моделей **199**
7.3. Розрахунок магнітного поля і втрат в баку без магнітних екранів **201**
7.4. Розрахунок поля і втрат в баках з урахуванням магнітних екранів **203**
7.5. Приклади чисельно-аналітичних розрахунків втрат в баках **203**
7.6. Розрахунок втрат в ділянках бака реактора з немагнітної сталі **206**
7.7. Розрахунок магнітного поля і втрат в баках методом скінченних елементів **207**
Література до розділу 7 **212**
Розділ 8. Розрахунок втрат в частинах баків від магнітного поля багатоамперних відведень **215**
8.1. Фізичні і розрахункові моделі для дослідження вихрових струмів та втрат в баку від відведень **217**
8.2. Зниження втрат в кришці бака електромагнітним контуром **224**
8.3. Числове моделювання втрат і нагріву в кришці бака трансформатора **231**
8.4. Дослідження вихрових струмів, втрат та нагріву в кожухах відведень **236**
Література до розділу 8 **239**
Розділ 9. Розрахунок втрат в елементах конструкції активних частин **241**
9.1. Визначення електромагнітного поля для розрахунку втрат в елементах конструкції **244**
9.2. Аналітичний розрахунок втрат в ярмовій балці з немагнітної сталі **246**
9.3. Чисельний поетапний розрахунок втрат та нагріву в ярмовій балці з немагнітної сталі **249**
9.4. Розрахунок втрат в пресувальних кільцях та в ярмових балках з феромагнітної сталі **251**
9.5. Немагнітні пресувальні пластини на стрижнях магнітних систем **253**
9.6. Крайні пакети стрижнів магнітних систем **259**
9.7. Електростатичний екран **260**
9.8. Розрахунок втрат в пресувальних кільцях з немагнітної сталі **261**
9.9. Синтез сил намагнічування при мінімізації втрат в провідному півпросторі **267**

9.10. Моделювання нелінійними схемами заміщення ділянок стиків пластин в магнітній системі трансформатора **271**
9.11. Сумарні додаткові втрати в елементах конструкції **276**
Література до розділу 9 **277**
Розділ 10. Розрахунки нагріву масла, тепловіддачі елементів конструкції, нагріву обмоток з фольги та сухих трансформаторів **281**
10.1. Інженерний розрахунок комбінованої масляної системи охолодження трансформаторів **283**
10.2. Визначення коефіцієнтів тепловіддачі з поверхонь елементів конструкції **291**
10.3. Теплова модель нагріву масла в вертикальному каналі **296**
10.4. Розрахунок нагріву обмоток з фольги та стрічки методом розділення змінних **300**
10.5. Розрахунок зв'язаного нагріву магнітної системи та обмоток трансформатора з повітряно-бар'єрною ізоляцією **304**
Література до розділу 10 **316**
Розділ 11.Теплові розрахунки елементів конструкції **319**
11.1. Аналітичні моделі нагріву пресувальних пластин і крайніх пакетів магнітних систем **321**
11.2. Аналітичні методи розрахунку нагріву внутрішніх пакетів магнітних систем **330**
11.3. Оцінки нагріву електростатичних екранів **340**
11.4. Метод скінченних елементів для розрахунку нагріву пресувального кільця з немагнітної сталі **343**
11.5. Чисельні розрахунки нагріву пресувальної пластини і крайніх пакетів магнітних систем **346**
11.6. Розрахунки нагріву частин магнітних систем трансформаторів та реакторів методом скінченних елементів **347**
11.7. Верифікація чисельного теплового розрахунку ярмових балок **352**
Література до розділу 11 **354**
Розділ 12. Моделювання гідродинаміки та теплообміну **357**
12.1. Основні підходи до моделювання гідродинаміки та теплообміну трансформаторів і реакторів **360**
12.2. Комплексні теплові моделі трансформаторів та реакторів **368**
12.3. Приклади розрахунків теплових моделей автономних обмоток **371**
12.4. Зв'язана електромагнітна і теплова модель реактора без сталі **375**
Література до розділу 12 **380**
Розділ 13. Моделювання електричних полів **383**
13.1. Методи розрахунку електростатичного поля **386**
13.2. Опис моделей головної ізоляції для методу інтегральних рівнянь **389**

13.3. Приклади розрахунку вісесиметричних скінченноелементних моделей головної ізоляції **397**
13.4. Двовимірні скінченноелементні моделі установок введення **399**
13.5. Двовимірні скінченноелементні моделі відведень **401**
13.6. Розрахунок електричного поля в тривимірних чисельних моделях відведень **402**
Література до розділу 13 **405**
Розділ 14. Методи моделювання механічних процесів **407**
14.1. Моделювання системи обмоток трансформатора при дії осьових сил короткого замикання **411**
14.2. Чисельне моделювання міцності обмоток, деталей активної частини та баку **421**
14.3. Чисельне дослідження магнітопружних деформацій в магнітній системі трансформатора **430**
14.4. Емпірико-аналітичний метод розрахунку шуму силових трансформаторів **436**
14.5. Вібрації бака шунтувального реактора **443**
14.6. Розрахунково-експериментальна оцінка сейсмостійкості **446**
Література до розділу 14 **448**
Розділ 15. Моделювання трансформаторів та реакторів в системі автоматизованого проектування САПР ТЕР **453**
15.1. Структура та функції розрахункової підсистеми **457**
15.2. Синтез і параметрична оптимізація шунтувальних реакторів **458**
15.3. Параметрична оптимізація силових трансформаторів **465**
15.4. Програмно-методичні комплекси розрахункової підсистеми **468**
15.5. Графічні пре - та постпроцесори розрахункових програм **475**
15.6. Інформаційно-пошукові системи **476**
15.7. Інтегрування з системою тривимірного конструювання **480**
Література до розділу 15 **483**

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ

АТ – автотрансформатор
ВН – вища напруга
ЕК – елементи конструкції
ЕТС – електротехнічна сталь
КЗ – коротке замикання
КТВ – коефіцієнт тепловіддачі
М-ЗПП – модель замкнена плоскопаралельна
М-НЦ – модель нескінченна циліндрична
М-НПП – модель нескінченна плоскопаралельна
М-ВЦ – модель відкрита циліндрична
М-ВПП – модель відкрита плоскопаралельна
М-ДФЦ – модель з дискретними феромагнетиками циліндрична
М-ДФПП – модель з дискретними феромагнетиками плоскопаралельна
МСЕ – метод скінченних елементів
МС – магнітна система
НН – нижча напруга
ННТ – найбільш нагріта точка
ПЗ – програмне забезпечення
ПМК – програмно-методичний комплекс
ПП – пресувальна (підйомна) пластина стрижня
РО – регулювальна обмотка
РПН – регулювання під навантаженням
РПС – розрахункова підсистема
САПР – система автоматизованого проектування
САПР ТОН – САПР Трансформаторов Общего Назначения
САПР ТЕР – САПР Трансформаторів і Електричних Реакторів
СЕА – скінченноелементний аналіз
СО – система охолодження
CFD – методи моделювання гідродинаміки і теплообміну
ТОС – температура охолодного середовища (повітря, води)
ФО – фольгові обмотки
ШР – шунтувальний реактор

ПЕРЕДМОВА

Силові високовольтні трансформатори і електричні реактори є важливими елементами систем перетворення і передачі електричної енергії від її генерації до кінцевого споживача. Сучасне силове трансформаторне устаткування у більшості випадків працює в умовах граничних електричних, електромагнітних, температурних і механічних навантажень.

Важливою умовою забезпечення надійності та тривалості експлуатації трансформаторного устаткування є ефективне відведення частини енергії, що виділяється у вигляді теплоти в провідних елементах конструкції: в магнітній системі, в обмотках, в баках, в ярмових балках, в металевих пресувальних кільцях, в пресувальних пластинах і в крайніх пакетах стрижнів та ярем магнітних систем і т.п. Саме ефективність тепловідведення багато в чому визначає технічні, масогабаритні та економічні характеристики устаткування. Тому при його проектуванні важливим є наявність достовірних методів моделювання електромагнітного поля, додаткових втрат, температур в обмотках і в елементах конструкції, методів розрахунку індуктивних параметрів, електромагнітних сил, електричної та механічної міцності і т. п. та їх широке застосування в системах автоматизованого проектування (САПР).

Розробка і поставка продукції на виробництво передбачає її моделювання, яке визначають як вивчення об’єкта (продукції) шляхом дослідження фізичної або математичної моделі, що відтворює або імітує окремі властивості об’єкта (продукції).

Серед різноманітних методів математичного моделювання трансформаторного устаткування виділяють три групи. Перша − методи чисельного моделювання. Серед сучасних методів цієї групи переважаючими є методи скінченноелементного аналізу (СЕА). До другої групи відносять вдосконалені версії еквівалентних схем заміщення устаткування. Вони досить широко використовуються в промисловості завдяки їх простоті та здатності забезпечити надійні результати. Третю групу складають експериментальні методи, які об'єднують дані вимірювання з аналітичними або іншими методами з метою забезпечення ефективності моделей для точного відтворення певних характеристик устаткування.

В роботі розглянуто методи моделювання трансформаторного устаткування для задач його дослідження на математичних моделях та методи побудови і вивчення таких моделей. Певні питання досліджено експериментально на фізичних моделях частин устаткування, а також на його натурних зразках.

У певний період часу розумінню основних процесів, значень основних параметрів (магнітного поля, реактивних опорів, втрат, нагріву, критичних параметрів електродинамічної стійкості, електричної міцності, критичних механічних зусиль вібрацій, шуму і т. п.) сприяли прямі експе-

риментальні дослідження на реальному устаткуванні, на фізичних масштабних моделях, а також математичне моделювання на напівпровідному папері, в електролітичних ваннах та на електричних сіткових моделях.

Тому традиційні інженерні методи ґрунтуються на великому масиві експериментальних досліджень на модельних і натурних зразках. Проте, застосування інженерних (емпіричних) методів обмежується експериментально вивченим діапазоном визначальних режимних і геометричних параметрів. Спрощено знаходяться значення і місце локалізації максимальних температур (найбільш нагрітих точок) в обмотках, що визначає навантажувальну здатність, надійність і довговічність (ресурс, термін експлуатації) устаткування. Подальше уточнення емпіричних методик вимагає значних витрат на виготовлення моделей та експериментальні дослідження. Із цих причин цей підхід в даний час практично не розвивається.

В той же час, значна увага приділялась розробці та постійному вдосконаленню розрахункових методів, особливо після впровадження в промислове проектування засобів обчислювальної техніки. При цьому можна виділити умовно дві основні групи розрахункових методів – аналітичні і чисельні. Перша група методів ґрунтується на формуванні крайових задач електромагнітного поля і теплопровідності, що допускають аналітичні розв'язки. До другої групи методів можна віднести чисельні методи, що ґрунтуються на використанні інтегральних рівнянь, скінченних різниць і скінченних елементів, граничних елементів, гібридних методів і т.п. Обидві групи методів широко застосовуються при розробці і проектуванні трансформаторного устаткування.

Слід зазначити, що використання аналітичних методів дає можливість розробки комплексних оптимізаційних і перевірних розрахункових систем, у тому числі з врахуванням взаємопов'язаних електромагнітних, теплових, механічних процесів у складі систем автоматизованого проектування.

Беззаперечні переваги є у застосуванні чисельних методів для дослідження складних тривимірних, нелінійних розрахункових моделей трансформаторного устаткування, а у ряді випадків для мультифізичного аналізу, який дозволяє провести одночасно розрахунок електромагнітного поля, нагріву та механічних навантажень. Застосування сучасних систем скінченноелементного аналізу з розвиненими засобами візуалізації результатів дає можливість «побачити» розподіл магнітного поля, вихрового струму, поля температур і швидкостей охолодного середовища. Це в значній мірі сприяє кращому розумінню процесів та розробці ефективних проектних рішень для зниження показників, що перевищують нормовані значення.

Комерційні системи СЕА і промислові САПР доступні користувачам у вигляді готових програмно-методичних комплексів, в яких розрахункові методи «заховані» в обчислювальних програмах. У той же час ефективне застосування проектувальниками трансформаторного устаткування вказаних систем, а також, при необхідності, їх

вдосконалення і подальшого розвитку, вимагає глибокого вивчення і розуміння основних принципів, переваг, обмежень і можливих проблем використання.

В роботі розглянуто аналітичні та чисельні методи розрахунку електромагнітних, теплових та механічних процесів в силових трансформаторах та реакторах. Основну увагу приділено методології розрахунків і досліджень, в тому числі проведено систематизацію методів, необхідних для практики. Наведено аналітичні розв'язки краєвих задач електромагнітного поля, які використовуються при дослідженнях втрат на вихрові стуми в елементах конструкції трансформаторного устаткування. Представлено аналітичні та чисельні методи моделювання індуктивностей, розподілу струмів провідності в складних схемах обмоток трансформаторів та в замкнених електромагнітних екранах реакторів. Наведено методи та приклади чисельного моделювання полів температур в активних частинах трансформаторів та реакторів і швидкостей охолодного масла в обмотках. Розглянуто методи моделювання механічних процесів. Більшість запропонованих методів проілюстровано розрахунками конкретного устаткування, а також представлено результати їх верифікації експериментальними дослідженнями.

У роботі, в певній мірі, використано розробки і дослідження, у тому числі спільні, які проведено багатьма фахівцями підприємств, Всеукраїнського інституту трансформаторобудування (ВІТ), Всесоюзного електротехнічного інституту (ВЕІ), Інститутів математики, електродинаміки, технічної теплофізики НАН України. Ці результати представляються, з вдячністю, в розділах цієї роботи шляхом посилань на відповідні публікації. Це такі фахівці (в алфавітному порядку): Барбарицька М.С., Басс О.М., Береза В.Л., Бікі М.А., Боднар В.В., Борю Н.В., Бунін А.Г., Вороненко В.І., Григоров І.Б., Дробишевський О.О., Жук В.В., Зіновкін В.О., Калайда Г.І., Каналюк В.Л., Карасьов В.В., Кирилов В.М., Кобилецький А.А., Кокошин С.С., Круковський П.Г., Конторович Л.Н., Кравченко А.М., Лазарєв В.І., Лейтес Л.В., Лур'є О.І., Мастрюков Л.О., Манькін Е.А., Михайловський Ю.О., Морозов Д.М., Панібратець А.М., Пуйло Г.В., Рассальський О.М., Родіонов В.Г., Савченко А.І., Сисуненко О.І., Тарчуткин О.Л., Уколов С.В., Фурман Я.І., Хубларов Н.Н., Цієр Г.І., Чорноготський В.М., Швідлер А.Б., Шафір Ю.Н., Шинкаренко О.В., Шифрін Л.Н., Шишка Ю.І., Яцевський В.А. та ін.

У часовому вимірі вони відображають розвиток і вдосконалення методів розрахунку трансформаторів і реакторів від простих аналітичних обчислень основних параметрів до використання сучасних методів розрахунку з використанням програмного забезпечення на основі СЕА та САПР.

Результати роботи вказаних фахівців впроваджено в практику промислового проектування у вигляді галузевих нормативних документів та у

вигляді відомих САПР трансформаторів загального призначення (САПР ТОН), трансформаторів і реакторів (САПР ТЕР).

Значний досвід конструювання, розрахункового проектування, заводських випробувань, дослідження, діагностики і моніторингу силового трансформаторного устаткування в експлуатації нині представлено в значному числі публікацій, галузевих і міжнародних нормативних документах.

Різноманітні питання розрахунку електромагнітних і теплових процесів у силовому трансформаторному устаткуванні узагальнено у відомих книгах Відмара М., Бікі М.А., Боднара В.В., Васютинського С.Б., Готтера Г., Ларина В.С., Лізунова С.Д. і Лоханіна А.К., Лейтеса Л.В., Лурье О. І., Кіша Л., Неймана Л.Р., Петрова Г.М., Подольцева О.Д., Сапожникова А.В., Тихомирова П.І., Фільца Р.В., Шафіра Ю.Н., Bertagnolli G., Del Vecchio R.M. et al., Kulkarni S.V. and Khaparde S.A., Turowsky J., Waters M. та інших.

Враховуючи вказану значну кількість публікацій на цю тематику, при написанні книги автори не ставили перед собою завдання вичерпного викладу усіх аспектів електромагнітних і теплових розрахунків трансформаторного устаткування. Автори обмежились представленням вдосконалених і розроблених нових чисельно-аналітичних методів, які використовуються безпосередньо при промисловому проектуванні із застосуванням САПР ТЕР, а також розроблених основних підходів і методів математичного моделюванням із застосуванням сучасних чисельних систем СЕА.

Значною мірою зміст книги грунтується на відповідних публікаціях авторів.

Автори висловлюють щиру вдячність рецензентам – доктору технічних наук, професору Мазуренко Л.І. і доктору технічних наук, професору Мисловичу М.В. за зауваження, рекомендації та допомогу при формуванні рукопису.

Особливу вдячність автори висловлюють доктору фізико-математичних наук, професору Нижнику Л.Н., під керівництвом і при безпосередній участі якого були розроблені представлені в цій роботі постановки та розв’язки багатьох крайових задач електромагнітного поля чисельно-аналітичними методами.

Робота розрахована на наукових співробітників, інженерів, а також викладачів, аспірантів і студентів вищих навчальних закладів, які цікавляться питаннями моделювання силових трансформаторів та електричних реакторів.

Київ, літо 2017 р. ***В.Ф. Іванков, А.В. Басова, І.В. Хімюк***

КОНСТРУКЦІЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ, ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ, ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ, ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

1.1. Конструкція, фізичні процеси, задачі моделювання

Силовий трансформатор є статичним електромагнітним пристроєм, що має індуктивно пов'язані обмотки і призначений для перетворення за допомогою електромагнітної індукції одних систем змінного струму в інші, а також для об'єднання високовольтних електричних мереж з різними напругами в єдині енергетичні мережі. Електричним реактором (некерованим) визначають статичний електромагнітний пристрій, що має обмотку розміщену на магнітній системі або без неї, який призначений для створення значної індуктивності для забезпечення економічного та стабільного процесу передавання електричної енергії. Силові трансформатори та електричні реактори характеризуються великою різноманітністю по конструкції, яку вибирають з урахуванням функціонального призначення, необхідної потужності і класу напруги [3, 4, 7, 8, 18, 25, 28, 29, 33].

Конструкція силових трансформаторів та електричних реакторів. В даній роботі розглядаються силові трансформатори і автотрансформатори зі стрижневою конструкцією магнітної системи (МС) і з концентричними котушковими або шаровими обмотками. Ескіз основних частин конструкції стосовно задач роботи показано на рис. 1.1. На ньому позначено: 1 – обмотки, 2 – МС з планарним шихтуванням анізотропних пластин електротехнічної сталі (ЕТС), 3 – стінка верхньої ярмової балки (можливі варіанти з немагнітної або феромагнітної сталі), 4 – верхня та нижня полиці (в більшості випадків – з немагнітної сталі) верхньої ярмової балки, 5 – пресувальна (підйомна) розрізана майже по всій висоті пластина з немагнітної сталі , 6 і 7 – крайні пакети стрижня і торцевого ярма МС.

Коротко представимо основні частини трансформаторів та реакторів [3, 4, 25, 28, 29]. МС у складі стрижнів з обмотками, вертикальних бокових та горизонтальних торцевих ярем, з бандажами на стрижнях та на ярмах, з пресувальними (підйомними) на стрижнях та бокових ярмах пластинами, з ярмовими балками та з елементами зчеплення балок і пластин, з ізоляційними деталями, з електростатичними екранами на стрижнях визначають як кістяк. Кістяк з обмотками та їх ізоляцією, із відведеннями, частинами регулювальних пристроїв, із пресувальними кільцями (клинами) з деталями пресування обмоток визначають як активну частину з елементами конструкції (ЕК). До неї можуть бути приєднані вбудований реактор, перемикач і т.п. для спільного переміщення з активною частиною. Для захисту від підвищених нагрівів та зменшення втрат від електромагнітного поля обмоток та відведень, в конструкції устаткування використовують магнітні екрани (шунти) з пластин ЕТС на ярмових балках, на металевих пресувальних кільцях, на баку і електромагнітні екрани з міді та алюмінію. Обмін електроенергією промислової частоти здійснюється через виводи вищої і нижчої напруги. З'єднання між обмотками, з перемикачами і з виводами виконується струмопроводами (відведеннями).

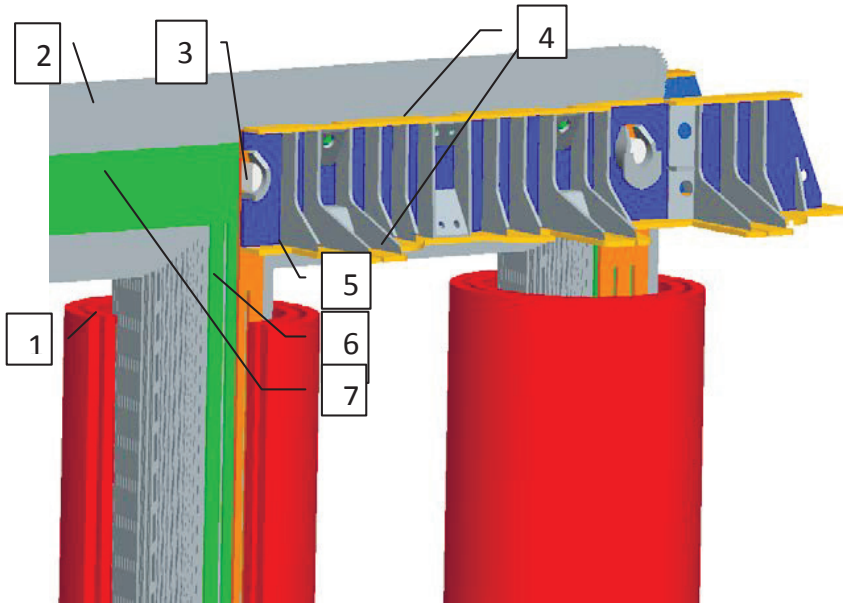


Рис. 1.1

В устаткуванні з масляним охолодженням активну частину з вказаними елементами захисту, а також з відповідною ізоляцією поміщають у герметичну ємність – бак, який виготовляється з конструкційних феромагнітних сталей різної товщини з необхідними вставками з немагнітних сталей. На баку розміщають та кріплять вводи з кожухами, необхідну запірну та іншу арматуру, розширник масла, елементи механічної жорсткості, пристрої для підйому та переміщення, а також транспортні кріплення. Система охолодження може бути навісною на бак, або встановленою на окремому фундаменті чи опорі. В експлуатаційний комплект трансформаторів та реакторів додатково входить комплект пристроїв захисту, контролю, вимірювань та управління у складі газового реле, захисного реле пристроїв перемикання, вказівник масла та датчик контролю рівня масла в розширник, запобіжний клапан для скинення підвищеного тиску масла в баку, реле наявності потоку масла при примусовому його руху, пристрої для виміру температури масла, температури обмоток, вбудовані трансформатори струму, пристрої та засоби діагностики, клемні коробки, шафи приладів трансформатора, шафи управління системами охолодження, пробивний запобіжник на стороні нижчої напруги, пристрої контролю параметрів високовольтних вводів, кабелі з'єднання пристроїв захисту і контролю із шафами. Для кріплення складових устаткування передбачено елементи кріплення та елементи для забезпечення герметичності бака. Устаткування заповнюється трансформаторним маслом відповідної якості до умов експлуатації.

Для так званих сухих трансформаторів (з повітряним охолодженням) бак замінюється кожухом з вентиляційними отворами.

Електричні некеровані реактори в даній роботі розглядаються двох типів конструкції: шунтувальні з немагнітними проміжками в стрижні та струмообмежувальні реактори без сталі з електромагнітними екранами.

Ескіз конструкції шунтувального реактора з проміжками в стрижні [4, 18] показано на рис.1.2, на якому позначено: 1 – обмотка, 2 – МС із стрижня, бокових вертикальних та горизонтальних ярем, 3 – диски стрижня, 4 – електростатичний екран на стрижні, 5 – верхня та нижня ярмові балки, 6 – бак, 7 – плоскоштамповані радіатори зовнішньої системи охолодження (СО), закріплені на баку реактора. МС виконується з планарним та з радіальним (у стрижнях) шихтуванням пластин ЕТС. Для зменшення втрат ярмові балки та стяжна шпилька, що розташовується в середині стрижнів реакторів з МС виконуються з немагнітної сталі.

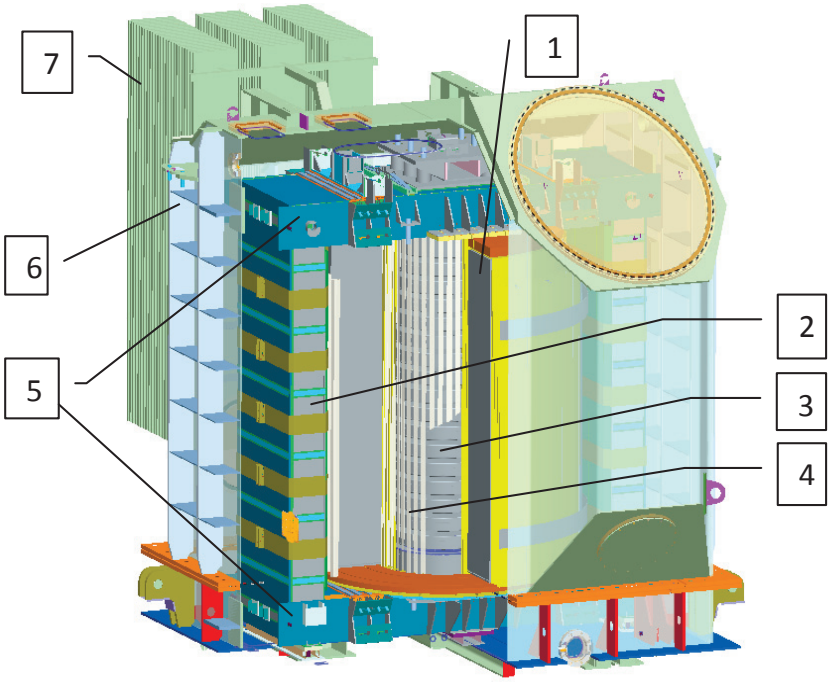


Рис.1.2

Конструкція реакторів без сталі включає обмотку, обмежену двома горизонтальними та вертикальним провідним екранами для зниження втрат в феромагнітних елементах та в баку реактора [4, 18].

Для виготовлення обмоток трансформаторів та реакторів використовуються провідники з міді, алюмінію прямокутного або круглого перерізу з паперовою і/або емалевою ізоляцією. За конструктивним виконанням

розрізняють прості, підрозділені та транспоновані проводи. Групи проводів (котушки) по висоті котушкових обмоток з міркувань нагріву та електричної міцності відділяються один від одного горизонтальними картонними прокладками (масляними каналами).

У просторі між проводами та прокладками обмоток, між опорними або прошивними вертикальними рейками, між ізоляційними вертикальними циліндрами, шайбами, в проміжках дискретної структури верхньої та нижньої ярмових ізоляцій, між обмотками з їх зовнішньою ізоляцією та баком рухається охолодне трансформаторне масло, яке через отвори у баках і систему трубопроводів заповнює частини зовнішньої СО.

Для СО застосовуються трубчасті, плоскоштамповані радіатори з природним або примусовим повітряним охолодженням (вентиляторами), з примусовим рухом масла, масляні колонки з водяним охолодженням.

Наведений опис конструкції трансформаторного устаткування є необхідним для розуміння задач, розглянутих в наступних розділах.

Фізичні процеси. Коротко вкажемо на фізичні процеси в трансформаторному устаткуванні в аспектах даної роботи з посиланням на відомі монографії та книги, в яких систематизовано відповідні дослідження на час їх публікації. Під дією прикладеної напруги в провідниках обмоток, відведень, вводів генеруються, як номінальні струми заданої (промислової) частоти, так і аварійні струми, зокрема, струми включення, короткого замикання [7, 25, 38, 41, 63]. Просторовий розподіл струмів збуджує змінне тривимірне електромагнітне поле [3, 23, 25, 18, 35, 52, 61 – 63], яке викликає в провідниках та провідних ЕК з немагнітних матеріалів вихрові струми та відповідні втрати, а в ЕК з феромагнітних сталей додатково виділяються втрати на перемагнічування [2, 7, 18, 25, 52, 62]. Внаслідок недосконалого розташування паралельних частин обмоток в нерівномірному магнітному полі виникають циркуляційні струми і відповідні втрати [37]. В магнітних системам локалізується основне магнітне поле і, відповідні основні магнітні потоки, втрати [7, 18, 25]. Під дією електромагнітного поля в обмотках та у відведеннях виникають електромагнітні сили, які внаслідок механічної інерції проявляються як електродинамічні [7, 38, 41, 52, 62, 63]. Всі види втрат активної енергії виділяються у вигляді тепла, для відведення якого служать елементи систем, як внутрішнього, так і зовнішнього охолодження. При масляному охолодженні теплообмін забезпечується рухом трансформаторного масла [14]. Можливі тривалі підвищені нагріви можуть спричиняти до прискорення старіння та розкладу ізоляції (в більшості, з целюлози) [5, 8]. Із-за зміни магнітного потоку в ЕТС МС виникають сили магнітострикції, які разом з вібрацією обмоток призводять до шуму устаткування [17]. В реакторах із проміжками в стрижнях додаються значні вібрації від сил електромагнітної взаємодії між вставками та між вставками і прилеглими частинами горизонтальних ярем [4]. Обмотки, введення і т.п. знаходяться під дією високовольтних напруг, в

які входять тривалі робочі напруги, квазістаціонарні, комутаційні, грозові та нестандартні перенапруги [7, 30]. Електрична міцність устаткування при цих діях визначається розподілом електричного поля в головній та подовжній ізоляції обмоток, між обмотками та установками введень і т.п. [30]. На етапах виготовлення та експлуатації трансформаторне устаткування знаходиться під дією механічних сил, що вимагає оцінки міцності його частин, а також сейсмо та вібростійкості.

При виробництві і експлуатації трансформаторного устаткування значна увага приділяється прямим вимірам, зокрема, напруг і струмів живлення обмоток, температур обмоток та ЕК, шуму, часткових розрядів, хімічних та діелектричних параметрів масла, газів і інших величин. Останніми роками широко впроваджуються прямі виміри температур за допомогою оптоволоконних датчиків, що встановлюються в найбільш нагрітих точках безпосередньо в обмотках, в МС, в деталях конструкції, в маслі. На базі відповідного вимірювального устаткування експлуатуються різні системи моніторингу та управління, в тому числі – роботою СО.

При аварійних режимах роботи вказані процеси ускладнюються. В умовах короткого замикання обмоток виникають значні електродинамічні сили, які можуть руйнувати обмотки, елементи їх кріплення і кріплення відведень. При підвищеній напрузі можливе так зване перезбудження МС, підвищений нагрів її частин, аж до «пожежі» пластин ЕТС. При аварійних струмах, наприклад, шунтувальних реакторів з проміжками в стрижні, ЕТС насичується, що призводить до зміни їх індуктивного опору.

Систематизований досвід спеціальних досліджень, проектування, експлуатації та нові напрямки в розвитку трансформаторного устаткування представлено в книгах [3, 4, 29]. Основні технологічні процеси транспортування, зберігання і монтажу силових трансформаторів на напруги 6 – 750 кВ наведено в книзі [34].

Задачі моделювання. Вказані фізичні процеси на сьогоднішній час в значній мірі моделюються, як методами схем заміщення, так і польовими методами.

Зокрема, схеми заміщення застосовуються для розрахунку розподілу магнітних потоків в частинах МС, розподілу струмів в послідовних і паралельних частинах обмоток, в тому числі циркуляційних струмів, для моделювання коливання частин обмоток під дією осьових аварійних електромагнітних сил, для розрахунку розподілу аварійних перенапруг в обмотках. Нелінійні гідравлічні схеми заміщення використовують для моделювання теплообміну, руху охолодного середовища (масла, повітря). Їх ефективність забезпечується експериментальними вимірами визначальних параметрів, зокрема, характеристик намагнічування ЕТС, основних характеристик трансформаторного масла, питомих електричних опорів, теплових провідностей і т.д.

Так звані польові методи, які ґрунтуються на розв'язку відповідних крайових задач аналітичними, чисельно-аналітичними методами математичної фізики або чисельними методами, можуть визначати параметри схем заміщення (наприклад, власних та взаємних індуктивностей частин обмоток), а також використовуватись для прямих досліджень електромагнітних полів, полів вихрових струмів в провідних частинах конструкції, полів втрат, полів температур та руху охолодного середовища, а також полів механічних напружень та деформацій.

В даній роботі основні напрямки обчислювального моделювання зосереджено на питаннях вдосконалення чисельно-аналітичних методів та розробці ефективних методів чисельних досліджень електромагнітного поля, визначення втрат в провідних ЕК, в тому числі на перемагнічування в феромагнітних сталях, на дослідження теплообміну в устаткуванні з масляним та повітряним охолодженням, на дослідженні шуму трансформаторів, на розрахунках електричного поля, на механічних розрахунках і т.д. Представлено процедури параметричної оптимізації трансформаторів та шунтувальних реакторів, які використовують точні перевірні методи розрахунку основних параметрів. Чисельно-аналітичні методи об'єднано в розрахункову підсистему САПР ТЕР. Для забезпечення точності та якості розрахункового проектування розроблено інформаційно-пошукові системи з даними випробувань устаткування. Показано шлях інтегрування розрахункової підсистеми з ефективним тривимірним твердотільним проектуванням.

Стан вказаних задач, огляд відомих робіт, задачі дослідження трансформаторів та реакторів на комп'ютерних моделях, методи побудови, вибір та обґрунтування вибраних моделей, результати вдосконалення та розвитку методів, результати аналізу та вивчення моделей, а також відповідні публікації авторів представлено в подальших розділах роботи.

1.2. Рівняння електромагнітного поля

Велика різноманітність електроенергетичного устаткування не дає можливості для створення єдиної універсальної математичної моделі, яка могла б використовуватись для моделювання та аналізу електромагнітного поля всіх типів електротехнічного обладнання. В кожному конкретному випадку обчислення електромагнітного поля перш за все виникає задача побудови математичної моделі, яка б з певною точністю (з тим чи іншим наближенням) була б адекватна фізичним явищам, що мають місце при роботі устаткування.

Загальною теоретичною базою, використовуючи яку можна отримувати такі математичні моделі, є система рівнянь Максвелла [1, 6, 11, 15, 16, 22, 26, 27, 31, 32, 39, 62]:

$$rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{1.2}$$

$$div\vec{D} = \rho, \tag{1.3}$$

$$div\vec{B} = 0, \tag{1.4}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r, \tag{1.5}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \tag{1.6}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} + \vec{J}^{cm} \tag{1.7}$$

де $\vec{J}$ – сумарна густина струму провідності та стороннього (заданого) струму; $\vec{E}$ та $\vec{H}$ – вектори електричної та магнітної напруженості поля; $\vec{B}$ та $\vec{D}$ – вектори магнітної та електричної індукції; $\vec{B}_r$ – вектор залишкової магнітної індукції.

Параметри μ, ε, σ характеризують електрофізичні властивості середовища і, відповідно, є магнітною проникністю, діелектричною проникністю та питомою електричною провідністю. В залежності від характеристик середовища, в якому визначається електромагнітне поле, величини μ, ε, σ можуть бути скалярами, тензорами або функціями від векторів електромагнітного поля. Густина електричного заряду ρ і густина струму $\vec{J}$ є джерелом електромагнітного поля і взаємно зв'язані диференціальним рівнянням $div\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, яке випливає з рівнянь Максвелла (1.3), (1.4) і являє собою закон збереження електричного заряду [11, 31, 32]. Та обставина, що електромагнітне поле описується рівняннями в частинних похідних, відображає «континуальний», неперервний характер розподілу поля в просторі і часі. Поле існує у всіх точках даної області простору і змінюється нерозривно при переході від однієї точки цього простору до іншої.

Система рівнянь Максвелла (1.1) – (1.4) разом з рівняннями (1.5) – (1.7), які характеризують середовище (матеріальні рівняння), повністю описують всі електромагнітні явища, що мають місце при роботі електротехнічного обладнання.

В обчислювальній практиці визначення електромагнітного поля ведеться, як правило, не за допомогою системи рівнянь (1.1) – (1.7), а за допомогою перетворення системи рівнянь Максвелла до еквівалентних їй рівнянь відносно одного з векторів електромагнітного поля ($\vec{E}, \vec{H}, \vec{B}, \vec{D}$) або відносно інших допоміжних величин (векторних або скалярних), які

мають назву потенціалів електромагнітного поля [1, 11, 15, 16, 22, 26, 27, 31, 32, 39, 42 – 44, 48, 49, 51, 53 – 61].

Наведемо рівняння відносно векторів електромагнітного поля, які еквівалентні системі рівнянь Максвелла (1.1) – (1.4).

Система рівнянь Максвелла у випадку лінійного ізотропного середовища може бути перетворена до еквівалентних їй рівнянь другого порядку відносно векторів електромагнітного поля наступного виду [1]:

$$\left(\Delta^2 - \sigma\mu\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{bmatrix}\vec{H}\\ \vec{E}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-rot\vec{J}^{cm}\\ grad\,\frac{\rho}{\varepsilon} + \mu\frac{\partial\vec{J}^{cm}}{\partial t}\end{bmatrix} \tag{1.8}$$

де Δ^2 - оператор Лапласа, а μ, ε, σ = const.

Для середовища, у якому відсутні сторонні струми та заряди (ρ = 0, $\vec{J}^{cm}$ = 0), із (1.8) отримуємо

$$\left(\Delta^2 - \sigma\mu\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{bmatrix}\vec{H}\\ \vec{E}\end{bmatrix} = 0\,.$$

Для лінійних анізотропних середовищ, параметри μ, ε, σ є тензорними величинами. При цьому рівняння для векторів поля $\vec{H}$ і $\vec{E}$ будуть мати такий вигляд [1]:

$$\Delta^2 - \hat{\sigma}\,\hat{\mu}\frac{\partial}{\partial t} - \hat{\varepsilon}\,\hat{\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\begin{Bmatrix}\vec{H}\\ \vec{E}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-rot\vec{J}^{cm}\\ grad\,\frac{\rho}{\hat{\varepsilon}} + \hat{\mu}\frac{\partial\,\vec{J}^{cm}}{\partial t}\end{Bmatrix}. \tag{1.9}$$

У рівнянні (1.9) $\hat{\sigma}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\varepsilon}$ – тензорні величини.

У випадку, коли середовище, в якому визначається електромагнітне поле, є лінійним, але неоднорідним ($\mu = \mu(x_i)$, $\sigma = \sigma(x_i)$, $\varepsilon = \varepsilon(x_i)$), де x_i - координата *i*-тої точки середовища, тобто електрофізичні параметри середовища є функціями координат, отримуємо:

$$\nabla^2 - \sigma(x_i)\mu(x_i)\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon(x_i)\mu(x\,)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\begin{Bmatrix}\vec{H}\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}\vec{E}\end{Bmatrix}} =$$
$$= \frac{\left\{-rot\vec{J}^{cm} - \left|grad\,\sigma, \vec{E}\right|\right\} + graddiv\vec{H}}{\mu\frac{\partial\vec{J}^{cm}}{\partial t} + \left[grad\,\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right] + grad\,\frac{\rho}{\varepsilon}}\quad. \tag{1.10}$$

Із рівняння (1.10) можна отримати ряд частинних випадків, які будуть відповідати більш простим випадкам (відсутність зарядів, сторонніх струмів, залежність від координат тільки одного з параметрів, тощо).

Нелінійне середовище відрізняється від лінійного тим, що всі параметри середовища μ, ε, σ ,або один з них, залежать від векторів електромагнітного поля. Для випадку, коли середовище характеризується залежностями $\vec{B} = \mu\left(\left|\vec{H}\right|\right)\vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $J = \sigma\vec{E}$, із рівнянь Максвелла випливає [1]:

$$\nabla^2\vec{H} - \sigma\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu\left(\left|\vec{H}\right|\right)\vec{H}\right) - \varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\mu\left(\left|\vec{H}\right|\right)\vec{H}\right) = -rot\vec{J}^{cm} + graddiv\,\vec{H}$$

Аналогічне рівняння можна отримати для $\vec{E}$ в середовищі, яке характеризується нелінійним законом Ома $\vec{B} = \mu\vec{H}$, $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $\vec{J} = \sigma\left(\left|\vec{E}\right|\right)\vec{E}$.

Із рівнянь Максвелла знаходимо [1]:

$$\nabla^2\vec{E} - \mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\sigma\left(\left|\vec{E}\right|\right)\vec{E}\right) - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu\frac{\partial\vec{J}^{cm}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon}grad\rho\,.$$

Для середовищ, у яких вектор $\vec{D} = \varepsilon\left(\left|\vec{E}\right|\right)\vec{E}$, а параметри μ і σ = const, отримуємо [1]:

$$\nabla^2\vec{E} - \sigma\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} - \mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\varepsilon\left(\left|\vec{E}\right|\right)\vec{E}\right] = \mu\frac{\partial\vec{J}^{cm}}{\partial t} + graddiv\vec{E}\,.$$

Наведені вище векторні лінійні та нелінійні диференційні рівняння другого порядку для векторів електромагнітного поля $\vec{E}$, $\vec{H}$ є еквівалентами системи рівнянь Максвелла при обчисленні електромагнітного поля і служать основою як для аналітичних розв'язків, так і для побудови чисельних алгоритмів.

Рівняння Максвелла в квазістаціонарному наближенні. Загальна система рівнянь Максвелла (1.1) – (1.7), як вже відзначалось, повністю описує всі електромагнітні явища, що мають місце під час роботи електротехнічного устаткування різних типів. У обчислювальній практиці в якості загальної математичної моделі використовуються рівняння Максвелла у квазістаціонарному наближенні [1, 11, 15, 16, 22, 26, 27, 31, 32, 39, 40, 42 – 44, 47 – 59].

Квазістаціонарне наближення – це частинний випадок системи рівнянь Максвелла, при якому в рівнянні (1.1) нехтують величиною $\partial\vec{D}/\partial t$ (струмом зміщення). При цьому в провідному середовищі, при наявності струму провідності, нехтування величиною струму зміщення не вносить суттєвої похибки, якщо

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} >> \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \approx \varepsilon\omega\vec{E}\,, \qquad (1.11)$$

тобто при $\omega << \sigma / \varepsilon$. Якщо для провідних середовищ прийняти, що $\sigma \approx 10^{17} c^{-1}$, ε=1, то прийдемо до висновку, що умова (1.11) є більш слабкою ніж так звана умова адіабатичності [11, 31, 32], яка вимагає щоб $\omega << 10^{13} c^{-1}$.

В непровідному середовищі $\vec{J} = 0$ і можливість нехтувати струмом зміщення оцінюється із порівнянь просторових і часових похідних напруженості поля. Використовуючи для цих цілей рівняння (1.1) і (1.2), знайдемо [11, 31, 32]:

$$l << \lambda \tag{1.12}$$

де λ – довжина хвилі електромагнітного поля; l – характерна довжина провідного середовища (провідника). Нерівність (1.12) обмежує розмір провідного середовища $L << l$.

З іншого боку, при достатньому віддаленні від провідного середовища, де напруженість поля змінюється по степеневому закону, роль L грає величина r – віддаль від точки спостереження до провідного середовища.

Тому квазістаціонарне наближення може використовуватись в тій частині області біля провідного середовища, де $r<<\lambda$. З точки зору фізики, ця умова означає нехтування ефектом запізнення при розповсюдженні електромагнітного поля [1, 11, 31, 32].

Рівняння Максвелла в квазістаціонарному наближенні мають вигляд:

$$rot\vec{H} = \vec{J}, \quad rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$
$$div\vec{D} = \rho, \quad div\vec{B} = 0. \tag{1.13}$$

Рівняння Максвелла для електромагнітного поля, що гармонічно змінюється у часі. У багатьох випадках розглядаються процеси, що змінюються у часі по гармонійному закону. При цьому із системи рівнянь (1.1) – (1.4) отримаємо:

$$rot\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{J}} + i\omega\dot{\vec{D}}, \quad rot\dot{\vec{E}} = -i\omega\dot{\vec{B}},$$
$$div\dot{\vec{D}} = \rho, \quad div\dot{\vec{B}} = 0. \tag{1.14}$$

У системі (1.14) величини векторів являють собою вже їх комплексні амплітуди, що не залежать від часу, а тільки від координат.

Система рівнянь (1.14) приводиться до еквівалентної системи рівнянь другого порядку відносно комплексних амплітуд векторів поля, як це було показано для загальної системи рівнянь Максвела.

Використання потенціалів для побудови математичних моделей електромагнітного поля. У розрахунковій практиці, пов'язаній з визначенням електромагнітного поля, використовується широкий спектр мате-

матичних моделей. Причому, використання тієї чи іншої моделі залежить від багатьох факторів, основними з яких є адекватність моделі явищам, що розглядаються, та зменшення розмірності задачі, а саме зменшенням кількості невідомих, що підлягають визначенню. Тому поряд з моделями, які формулюються в термінах векторів поля $\vec{E}$, $\vec{H}$ або $\vec{B}$ чи $\vec{D}$, використовуються моделі в термінах потенціалів електромагнітного поля.

Найбільшого поширення у розрахунковій практиці отримали математичні моделі, виражені через векторний магнітний потенціал $\vec{A}$ та скалярний електричний потенціал φ (так зване $\left(\vec{A}-\varphi\right)$- формулювання), векторний електричний потенціал $\vec{T}$ та скалярний магнітний потенціал Ω ($\left(\vec{T}-\Omega\right)$- формулювання), переозначений векторний потенціал $\vec{P}$ ($\vec{P}$- формулювання), потенціал Герца та інші.

Використання потенціалів дозволяє, в багатьох випадках, зменшити кількість невідомих, що підлягають визначенню, і створити достатньо економічні алгоритми аналізу електромагнітного поля електротехнічних пристроїв.

Розглянемо основні розрахункові моделі, що використовують потенціали електромагнітного поля.

Векторний магнітний потенціал $\vec{A}$ та скалярний електричний потенціал φ: $\left(\vec{A}-\varphi\right)$-модель. Розглянемо лінійне однорідне середовище з параметрами μ, ε, σ, в якому існує електромагнітне поле, створене струмом $\vec{J}^{cm}$. Векторний магнітний потенціал $\vec{A}$ вводиться за допомогою співвідношення [1, 11, 15, 16, 22, 31, 32, 43, 48, 49, 51, 54 – 58, 61].

$$\vec{B} = rot\vec{A}. \tag{1.15}$$

При цьому

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - grad\varphi \tag{1.16}$$

де φ – скалярний електричний потенціал.

Враховуючи (1.15) – (1.16), із системи рівнянь Максвелла знаходимо

$$\left(\nabla^2 - \mu\sigma\frac{\partial}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{A} = -\mu\vec{J}^{cm} + grad\left(div\vec{A} + \mu\sigma\varphi + \mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

Оскільки поле вектора $\vec{A}$ визначається з точністю до градієнта скалярної функції, то, приймаючи (калібрувальна умова Лоренца [1, 11, 15, 16, 22, 39, 31, 32, 61])

$$div\vec{A} = -\mu\sigma\varphi - \mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \tag{1.17}$$

отримуємо рівняння відносно потенціалів $\vec{A}$, φ

$$\left(\nabla^2 - \mu\sigma\frac{\partial}{\partial t} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{Bmatrix}\vec{A}\\ \varphi\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-\mu\vec{J}^{cm}\\ \dfrac{\rho}{\varepsilon}\end{Bmatrix}. \tag{1.18}$$

Слід зазначити, що калібрувальна умова (1.17) не єдина. Окрім калібрувальної умови Лоренца використовується й умова Кулона [1, 11, 31, 32], яка має вигляд

$$div\vec{A} = 0. \tag{1.19}$$

Практичне використання умов (1.18) і (1.19) буде розглянуто при побудові алгоритмів розрахунку електромагнітного поля.

Векторний електричний потенціал $\vec{T}$ і скалярний магнітний потенціал Ω: $\left(\vec{T} - \Omega\right)$ - модель. Окрім потенціалів $\vec{A}$, φ практичне застосування мають потенціали $\vec{T}$, Ω. Рівняння для них отримаємо для випадку, коли середовище, в якому визначається поле, характеризується постійним значенням параметрів μ, ε, σ.

Введемо електричний потенціал $\vec{T}$ за допомогою співвідношення [1]

$$\vec{J} = rot\vec{T}. \tag{1.20}$$

Використовуючи систему рівнянь (1.1) – (1.4) знаходимо

$$rot\vec{H} = rot\vec{T} + \frac{\varepsilon}{\sigma}\frac{\partial}{\partial t}rot\vec{T}, \tag{1.21}$$

$$\vec{H} = \vec{T} + \frac{\varepsilon}{\sigma}\frac{\partial\vec{T}}{\partial t} - grad\Omega. \tag{1.22}$$

Із (1.20) – (1.22) та рівнянь Максвелла отримуємо рівняння для $\vec{T}$, Ω:

$$\left(\nabla^2 - \sigma\mu\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{T} = \sigma\mu\frac{\partial\vec{T}}{\partial t} + grad\left\{div\vec{T} - \sigma\mu\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right\}. \tag{1.23}$$

Оскільки поле вектора $\vec{T}$ визначається з точністю до градієнта скалярної функції, то, поклавши [1]

$$div\vec{T} - \sigma\mu\frac{\partial\Omega}{\partial t} = 0, \tag{1.24}$$

отримаємо

$$\left(\nabla^2 - \sigma\mu\frac{\partial}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{T} = \sigma\mu\frac{\partial\vec{T}}{\partial t}. \tag{1.25}$$

Введений за допомогою співвідношення (1.20) векторний електричний потенціал $\vec{T}$ дозволяє вирішити проблему визначення поля в середовищах як з струмами, які збуджують поле, так і в середовищах, де існують тільки індуковані вихрові струми.

Як видно з (1.24), у першому випадку, коли відомий розподіл густини струму, який збуджує поле, можна визначити відповідний потенціал $\vec{T}$. Застосування потенціалу $\vec{T}$ особливо зручно тоді, коли вектор густини струму має у вибраній системі координат тільки дві складові. При цьому, як випливає із (1.24), у вектора $\vec{T}$ буде тільки одна складова, що направлена перпендикулярно до поверхні, по якій протікає струм.

Граничні умови для векторів електромагнітного поля. Рівняння Максвелла або їх еквіваленти в термінах потенціалів чи векторів поля допускають безліч розв'язків. Для однозначного визначення електромагнітного поля в кожному конкретному випадку необхідно, щоб поле задовольняло не тільки рівнянням, які його описують, але й деяким додатковим умовам, що випливають із фізичної суті тієї чи іншої задачі, яка розглядається. До таких умов відносяться граничні умови на поверхні, що розділяє середовища з різними електрофізичними властивостями, умови на нескінченності, а для нестаціонарних електромагнітних полів також і початкові умови [1, 11, 31, 32].

На поверхні *S* розділу середовищ з різними електрофізичними характеристиками, які не містять ні струмів, ні зарядів, миттєві значення векторів електромагнітного поля повинні задовольняти наступним умовам [32]:

$$\begin{aligned}
&\vec{n}\times\left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0,\\
&\vec{n}\bullet\left(\vec{D}_1 - \vec{D}_2\right) = 0,\\
&\vec{n}\times\left(\vec{H}_1 - \vec{H}_2\right) = 0,\\
&\vec{n}\bullet\left(\vec{B}_1 - \vec{B}_2\right) = 0.
\end{aligned} \tag{1.26}$$

В (1.26) індекси 1 і 2 відносяться до середовищ з різними електрофізичними характеристиками, а $\vec{n}$ – орт нормалі. Співвідношення (1.26) випливають безпосередньо з інтегральної форми рівнянь Максвелла [1, 11, 31, 32].

Для скалярного потенціалу φ граничні умови будуть

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0\,,\ \vec{n}(\varepsilon_1 grad\varphi_1 - \varepsilon_2 grad\varphi_2) = 0\,. \qquad (1.27)$$

Умови (1.27) є наслідком умов (1.26). Виходячи з визначення векторного потенціалу $\vec{A}$ і враховуючи, що для довільної поверхні *S*

$$\int_S \vec{B}ds = \oint_l \vec{A}dl\,,$$

де *l*-контур поверхні *S*, отримаємо наступні співвідношення:

$$\vec{n} \times \left(\vec{A}_1 - \vec{A}_2\right) = 0\,, \qquad \vec{n} \bullet \left(\varepsilon_1 \vec{A}_1 - \varepsilon_2 \vec{A}_2\right) = 0\,. \qquad (1.28)$$

Співвідношення (1.28) справедливі, коли в сусідніх середовищах 1 і 2 прийнята калібровка Кулона, тобто $div\vec{A} = 0$, $\left(div\vec{A}_1 = div\vec{A}_2\right)$.

Зазначимо, що калібровка Лоренца застосовується в обчисленнях в основному для однорідних середовищ. Отримаємо граничні співвідношення для потенціалу $\vec{A}$. Для цього вектор $\vec{A}$ напишемо у вигляді $\vec{A} = \vec{A}_n + \vec{A}_\tau$, де $\vec{A}_n$, $\vec{A}_\tau$ – нормальна і тангенціальна складова вектора.

Вибираючи $div\vec{A}_\tau = 0$, що не є загальним обмеженням, і враховуючи калібрування Лоренца, отримаємо [1]

$$\frac{\partial \vec{E}_n}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \vec{A}_n}{\partial t^2} + \frac{1}{\mu\varepsilon}\frac{\partial^2 \vec{A}_n}{\partial n^2}\,. \qquad (1.29)$$

Нормальна компонента векторного потенціалу задовольняє однорідне рівняння (якщо $\vec{J} = 0$) виду [1, 15]

$$\Delta\vec{A}_n - \mu\varepsilon\frac{\partial^2 \vec{A}_n}{\partial t^2} = 0\,. \qquad (1.30)$$

В (1.30) оператор $\Delta = \Delta_\tau + \dfrac{\partial^2}{\partial n^2}$.

Отже, отримаємо

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}_n}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \Delta_\tau \vec{A}_n . \tag{1.31}$$

Оскільки ліва частина виразу (1.31) є неперервною на поверхні S, як це видно із (1.26), то і права частина (1.31) буде неперервною. Інтегруючи праву частину (1.31) по τ, отримаємо [1]

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\mu_1} \vec{A}_{1n} = \frac{1}{\mu_2} \vec{A}_{2n}, \\ &\vec{n} \bullet \left(\frac{1}{\mu_1} \vec{A}_1 - \frac{1}{\mu_2} \vec{A}_2 \right) = 0, \\ &div \vec{A} = -\mu\sigma\varphi - \mu\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \end{aligned} \tag{1.32}$$

Граничні умови імпедансного типу. Окрім наведених вище граничних умов, широке застосування мають граничні умови імпедансного типу [1, 15, 16, 24, 27]. Вони застосовуються в тому разі, коли при розгляді задач можна обмежитись визначенням поля тільки в області по одну сторону від поверхні розділу середовищ, а інше середовище «еквівалентується» або замінюється за допомогою граничної умови.

Найбільш відомою із граничних умов імпедансного типу є гранична умова Леонтовича, яка встановлює зв'язок між тангенціальними складовими напруженості електричного та магнітного полів на поверхні розділу середовища з постійними електрофізичними характеристиками та діелектрика [24]

$$\vec{n} \times \vec{E} = Z \vec{H}_\tau \tag{1.33}$$

де Z – імпеданс; $\vec{H}_\tau = \left(\vec{n} \times \vec{H}\right) \times \vec{n}$ – тангенціальна компонента вектора $\vec{H}$.

Гранична умова Леонтовича є наближеною умовою [24]. Покажемо один з можливих виводів точних граничних умов імпедансного типу [1, 15, 16].

Для виводу граничних умов імпедансного типу візьмемо систему рівнянь Максвела для полів, що гармонічно змінюються у часі:

$$rot \vec{E} = -i\omega\mu \vec{H}, \quad rot \vec{H} = \sigma \vec{E}, \quad div \vec{E} = 0, \quad div \vec{B} = 0. \tag{1.34}$$

Використовуючи, як основне, співвідношення (1.33), знаходимо [3]

$$\vec{E}_\tau = -Z \vec{n} \times \vec{H} \tag{1.35}$$

де $\vec{E}_\tau = \left(\vec{n} \times \vec{E}\right) \times \vec{n}$ – тангенціальна компонента вектора $\vec{E}$.

Виконуючи множення першого і другого рівнянь (1.34) на $\vec{n}$ зліва, знаходимо

$$\vec{n} \times rot\vec{E} = -i\omega\mu\vec{n} \times \vec{H} = \frac{i\omega\mu}{Z}\vec{E}, \tag{1.36}$$

$$\vec{n} rot\vec{H} = \sigma\vec{n} \times \vec{E} = \sigma Z\vec{H}. \tag{1.37}$$

Враховуючи, що

$$\vec{n} \times rot\vec{E} = -grad\left(\vec{n}\vec{E}\right) - \frac{\partial\vec{E}}{\partial n}, \tag{1.38}$$

із рівняння (1.36) отримуємо

$$grad\left(\vec{n}\vec{E}\right) - \frac{\partial\vec{E}}{\partial n} = \frac{i\omega\mu}{Z}\vec{E}. \tag{1.39}$$

Співвідношення (1.39) дозволяє отримати, як частковий випадок, наступну рівність [1, 15, 16]:

$$-\frac{\partial\vec{E}}{\partial n} = \frac{i\omega\mu}{Z}\vec{E}. \tag{1.40}$$

Рівність (1.40) дає крайову умову третього роду (умову Неймана) і пов'язує тангенціальні складові вектора $\vec{E}$ на поверхні провідник – діелектрик при відсутності нормальної складової вектора $\vec{E}$ $\left(E_n = 0\right)$. Ця умова є природною на поверхні розділу провідного середовища і повітря.

Слід зауважити, що умова (1.40) застосовується при розв'язку задач на площині, а для просторових задач слід використовувати (1.39), (1.40), оскільки нормальна складова вектора $\vec{E}$ не тотожна нулю. Помноживши скалярно $\vec{n}$ на перше і друге рівняння (1.34), отримуємо

$$\vec{n} \bullet rot\vec{E} = -i\omega\mu H_n, \quad \vec{n} \bullet rot\vec{H} = \sigma E_n. \tag{1.41}$$

Враховуючи, що [9]

$$\vec{n} \bullet rot\vec{F} = div\left(\vec{F} \times \vec{n}\right) + \vec{F} rot\vec{n}, \tag{1.42}$$

із (1.41) маємо

$$div\left(\vec{E} \times \vec{n}\right) = -i\omega\mu H_n, \quad div\left(\vec{H} \times \vec{n}\right) = \sigma E_n. \tag{1.43}$$

Якщо враховувати співвідношення (1.33), (1.35), то отримуємо

$$div\left(ZH_\tau\right) = i\omega\mu H_n, \quad div\left(Z^{-1}E_\tau\right) = \sigma E_n. \tag{1.44}$$

Виходячи з визначення «поверхневої» дивергенції [1]

$$div_\tau \vec{E} = div\vec{E}_\tau = div\left[\left(\vec{n}\times\vec{E}\right)\times\vec{n}\right] \tag{1.45}$$

для випадку, коли провідність середовища дорівнює нулю або $E_n = 0$ на поверхні провідного середовища, з виразу (1.43) отримуємо

$$div_\tau\left(Z^{-1}\vec{E}\right) = 0\,. \tag{1.46}$$

Ще одне корисне співвідношення можна отримати, коли оператор div записати у формі [1, 15, 16]

$$div\vec{E} = div_\tau\vec{E}_\tau + \frac{\partial E_n}{\partial n}\,. \tag{1.47}$$

Із (1.47) для випадку, коли *Z*=const, і враховуючи (1.46), знаходимо

$$\frac{\partial E_n}{\partial n} = 0\,. \tag{1.48}$$

Співвідношення (1.48) можна використовувати як граничну умову на поверхні однорідного провідного середовища, яке знаходиться у повітрі (діелектрику).

Користуючись схемою виводу граничних співвідношень для вектора поля $\vec{E}$, можна отримати різні види граничних співвідношень для векторів $\vec{H},\vec{B}$.

Наприклад, для співвідношення (1.44) з врахуванням (1.47), знаходимо

$$div_\tau\left(\Delta\vec{B}\right) = B_n\,,\qquad \Delta = \frac{\mu_i}{\mu}\frac{\delta}{1+j}\,,\qquad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_i\sigma}} \tag{1.49}$$

де δ – глибина проникнення електромагнітного поля в середовище з магнітною проникністю μ_i і провідністю σ; μ – величина, що характеризує міру відхилення від μ_i.

Тобто для середовищ з однаковими магнітними властивостями $\mu = \mu_i$, а для повітря будемо мати $\mu = \mu_0$. Співвідношення (1.49) важливе тим, що показує пропорційність поверхневої дивергенції нормальній компоненті магнітного поля на границі розділу двох середовищ і може використовуватись при розгляді задач у тонких провідних пластинках [1, 36].

Для випадку, коли Δ є величиною сталою, гранична умова (1.49) має вигляд (із врахуванням четвертого рівняння (1.34))

$$-\Delta\frac{\partial}{\partial n}B_n = B_n, \qquad \mu = \mu_0. \tag{1.50}$$

Гранична умова (1.50) є умовою третього роду для вектора індукції магнітного поля. Як можна побачити з (1.50), при $\Delta \to 0$ отримуємо відому умову [1, 11, 31, 32] на поверхні ідеального магнетика $B_n = 0$.

Отримані умови імпедансного типу для векторів поля $\vec{E}, \vec{H}$ можуть бути використані при розв'язку задач електромагнітного поля, а схеми їхнього виводу можуть служити основою для отримання співвідношень відносно потенціалів поля.

1.3. Втрати електроенергії в провідниках та сталях

Втрати в провідниках складаються з омічних, додаткових на вихрові струми та від циркуляційних струмів. Омічні втрати розраховуються за величиною питомого опору при певній температурі, довжині провідника та його перерізу. В провідниках, які знаходяться під дією зовнішнього магнітного поля, як наприклад провідники обмоток, збуджуються нерівномірно розподілені по перерізу вихрові струми і відповідні втрати. Втрати від циркуляційних струмів в паралельно з'єднаних витках виникають під дією магнітного поля в області обмоток. Методи розрахунку вказаних втрат є досить відомими [3, 7, 18, 33, 37]. Омічні (основні) та додаткові (на вихрові та циркуляційні струми) втрати в обмотках визначаються в комплексних ПМК [13].

Втрати в електротехнічній сталі МС трансформаторного устаткування розраховують множенням маси на питомі втрати та на коефіцієнти додаткових втрат на відхилення магнітного потоку від напрямку прокатування ЕТС і «на технологію», які визначають експериментальними методами. Детально інженерні методи розрахунку втрат в МС трансформаторного устаткування представлено в [3, 18]. Застосування нелінійних схем заміщення для моделювання магнітних потоків на ділянках стиків МС розглянуто в підрозділі 9.10.

При чисельному моделюванні необхідним є завдання характеристик намагнічування ЕТС, як подовж, так і поперек прокатування листів ЕТС. У відповідних сертифікатах на сталь надаються таблиці, графічні залежності магнітної індукції від напруженості магнітного поля (криві намагнічування) та залежності питомих втрат, проте, в основному в напрямку прокатування листів ЕТС. Для прикладу на рис. 1.3, 1.4 представлено залежності для обох напрямків прокатування за даними [45].

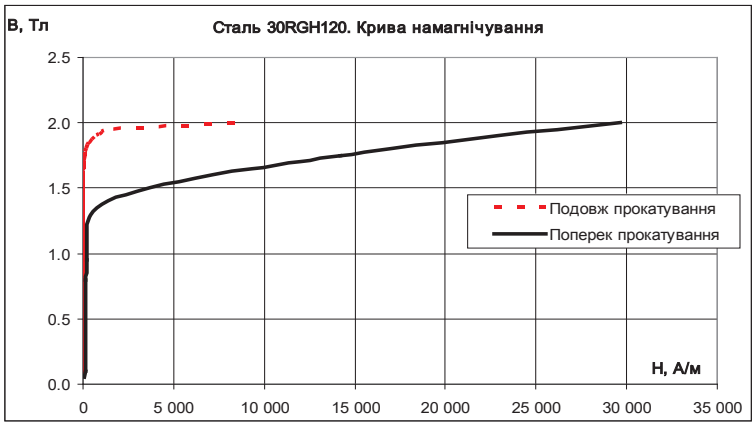


Рис. 1.3

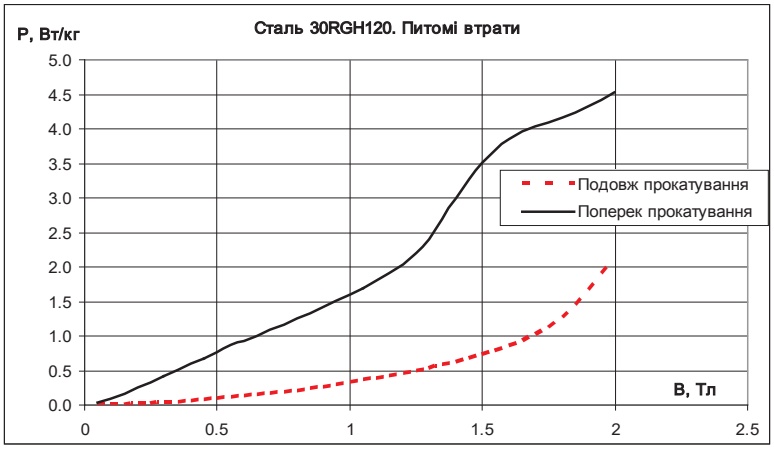


Рис. 1.4

Втрати в елементах конструкції з немагнітної сталі. Створення потужних силових трансформаторів і електричних реакторів практично неможливо без застосування немагнітної сталі для виготовлення пресувальних (підйомних) пластин стрижня магнітної системи трансформатора, горизонтальних полиць і вертикальних стінок ярмових балок, розрізних пресувальних кілець та ін.

Немагнітні сталі мають магнітну проникність практично близьку до проникності повітря і в декілька разів більший електричний опір, ніж опір феромагнітних конструкційних сталей. Так в [18] для немагнітних сталей марок 12Х18Н9Т (1Х18Н9Т) і 45Г17Ю3 наведено значення відносної магнітної проникності $\mu' = \mu / \mu_0 = 1.1 \div 1.5$ і $1.4 \div 1.8$ та електричного опору

$\rho = 0.79$ і 0.88 (Ом·мм^2/м) (при температурі 75 ^{0}С), для феромагнітної сталі Ст.2 - $\rho = 0.144$ (при 20 ^{0}С).

При чисельному моделюванні при відомому розподілі об'ємної щільності вихрового струму та напруженості електричного поля питомі втрати визначаються їх добутком $p_j = \bar{j} \cdot \overline{E}$. В певних випадках ЕК з немагнітної сталі можуть розглядатись як нескінченно тонкі. В такому разі поверхневі втрати визначаються добутком поверхневої щільності струму (див. розділ 5).

Втрати в елементах конструкції з феромагнітної сталі. Одним із складних питань при розрахункових дослідженнях трансформаторного устаткування є питання розрахунку втрат в частинах конструкції з феромагнітної сталі з вираженим нелінійним поверхневим ефектом навіть при промисловій частоті зміни електромагнітного поля. Для вирішення завдань цього типу розроблено практичні алгоритми із застосуванням так званих методів поверхневих і об'ємних втрат.

Енергетичні характеристики електромагнітного поля для розрахунку втрат в ЕК з феромагнітних сталей виражаються залежностями [1, 6, 11, 15, 16, 22, 31, 32, 39, 61]

$$w_{em} = w_e + w_m,\ w_e = \frac{1}{2}\overline{E} \cdot \overline{D},\ w_m = \frac{1}{2}\overline{B} \cdot \overline{H},$$
$$p_j = \bar{j} \cdot \overline{E},\ p_{cm} = \bar{j}_{cm} \cdot \overline{E},\ \ \overline{\Pi} = \overline{E} \times \overline{H}. \qquad (1.51)$$

Вони визначають об'ємну w_{em} щільність електромагнітної енергії, як суму електричної w_e й магнітної w_m складових, об'ємні щільності потужності втрат від вихрових p_j і сторонніх струмів p_{cm}, а також щільність потоку енергії електромагнітного поля або вектор Пойнтинга $\overline{\Pi}$. Як відомо [11, 16, 31, 32], характеристики (1.51) зв'язані між собою теоремою Умова-Пойнтинга щодо поверхневої щільності потужності енергії, що переноситься електромагнітним полем через поверхню S в напрямку зовнішньої нормалі $\overline{n}$ й втрат в об'ємі V

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V w_{em} dv = \int_V p_{cm} dv - \int_V p_j dv - \int_S \left(\overline{E} \times \overline{H}\right) \cdot \overline{n}\, ds. \qquad (1.52)$$

На основі (1.52) встановлюється також зв'язок між вектором Пойнтинга й щільностями потужності електричних втрат і магнітної енергії в

комплексній формі, яка з урахуванням відсутності сторонніх струмів в ЕК трансформатора може бути записана в наступному виді [16]

$$-\frac{1}{2}\oint_S \left[\overline{E}\times\overline{H}^*\right]\cdot\overline{n}\,ds=\frac{1}{2}\int_V \bar{j}\cdot\overline{E}^*dv-i\omega\int_V\frac{\mu\overline{H}\cdot\overline{H}^*}{2}dv\,. \qquad (1.53)$$

Представлені рівняння дозволяють визначити спільність і відмінність методів розрахунку поверхневих і об'ємних втрат. Загальним для обох методів є необхідність визначення векторів електромагнітного поля. Відмінність полягає в тому, що для методу поверхневих втрат необхідним і достатнім є визначення векторів поля на поверхні розглянутих тіл, а для методу об'ємних втрат – усередині їхнього об'єму.

При гармонійній зміні поля використовується комплексна магнітна проникність $\dot{\mu}_1$ по першій гармоніці, яка визначається через комплексні амплітуди перших гармонічних складових B_1 і H_1 магнітного поля [15, 16, 18, 24]

$$\dot{\mu}_1=B_1/H_1\,,\qquad B_1=\frac{2}{T}\int_0^T B(t)e^{i\omega t}dt\,,\qquad H_1=\frac{2}{T}\int_0^T H(t)e^{i\omega t}dt\,. \qquad (1.54)$$

При інтегруванні в (1.54) визначальні величину $\dot{\mu}_1$ значення площ петель гістерезису визначаються чисельно [16] або планіметруванням [24] по площі, що обмежена спадними й висхідними вітками петлі гістерезису з вершиною H_{1m}

$$\mathrm{S}(H_{1m})=\int_{-H_{1m}}^{+H_{1m}}\left[B_D(H,H_{1m})-B_A(H,H_{1m})\right]dH\,, \qquad (1.55)$$

де D - висхідна вітка, A - спадна вітка, $\mathrm{S}(H_{1\,m})$ - площа петлі гістерезису.

Графічні і аналітичні описи залежності $\dot{\mu}_1(H)$ для різних ділянок кривої намагнічування наведено в [16, 18, 24]. Визначено, що при «досить сильних полях H, що перевищують значення напруженості, при якій μ має максимум» активні втрати у феромагнетику з гістерезисом більше втрат у феромагнетику з постійним значенням магнітної проникності приблизно в 1.4 рази [24]. Зазначене співвідношення отримано також розв'язком задачі чисельним методом сіток, результати якого описано в [61]. Більш ефективним є застосування так званої еквівалентної магнітної проникності по першій гармоніці $\dot{\mu}_{\mathrm{e}}(H)$ [15, 16, 18]. Аналітичні методи розрахунків $\dot{\mu}_{\mathrm{e}}(H)$ по відомих статичних магнітних характеристиках, а також експериментальні методи визначення цієї характеристики наведено в [15, 16, 18].

На рис.1.5 показано залежності модуля й аргументу еквівалентної магнітної проникності по першій гармоніці від діючого значення першої га-

рмоніки напруженості магнітного поля для сталі марки Ст. 3 і для конструкційної сталі марки 09Г2С, які використовуються в трансформаторах і реакторах.

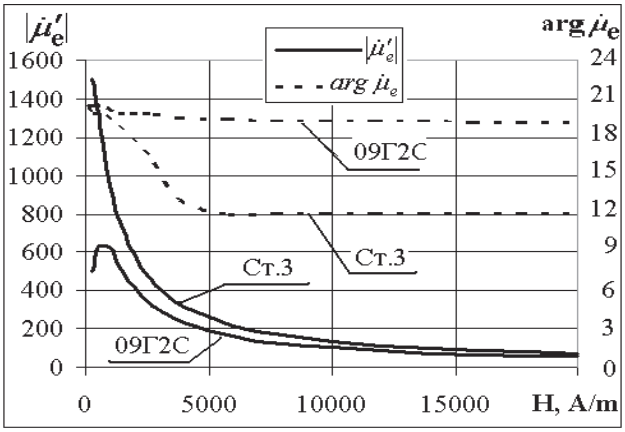


Рис. 1.5

Метод поверхневих втрат визначає питомі поверхневі втрати w у феромагнітному півпросторі через тангенціальні складові напруженості електричного й магнітного поля згідно (1.51), (1.52). Практично застосовується відоме [15, 16, 24] визначення нормального поверхневого імпедансу по першій гармоніці векторів поля $\dot{Z}\left(\left|H_1\right|\right)=\dot{E}_1/\dot{H}_1$ й квадрат напруженості магнітного поля

$$w=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\dot{E}_1\dot{H}_1^*\right)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\,\dot{Z}\left|H_1\right|^2. \qquad (1.56)$$

З використанням еквівалентної магнітної проникності, поверхневі втрати p_S виражаються через дотичну складову напруженості магнітного поля H_τ по першій гармоніці й поверхневий імпеданс $\dot{Z}$ [2, 15, 16]

$$p_S=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\,\dot{Z}\left(H_\tau\right)H_\tau^2, \qquad (1.57)$$

$$\mathrm{Re}\,\dot{Z}=2\sqrt{\frac{\omega\mu_0\left|\dot{\mu}_e'(H)\right|}{\sigma}}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\arg\dot{\mu}_e\left(H\right)\right). \qquad (1.58)$$

Для обчислення питомих поверхневих втрат можуть бути використані значення модуля й аргументу еквівалентної магнітної проникності для сталі Ст. 3 і сталі 09Г2С за рис. 1.5. У роботах [16, 18] наведено також експериментальні залежності поверхневих втрат від напруженості магнітного поля для сталей Ст. 2, Ст. 3 – рис. 1.6.

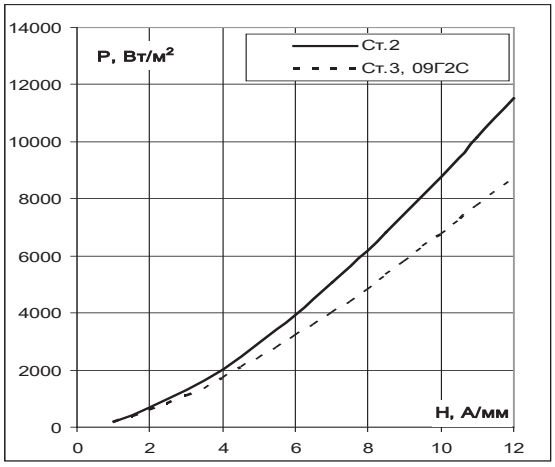


Рис. 1.6

При цьому відзначено, що отримувані значення по (1.57) відповідають умовам масивних провідних тіл, а форма й розміри експериментальних зразків мають незначний вплив.

Чисельно-аналітичний метод поверхневих втрат використано, зокрема, для розрахунку поля, втрат у баках трансформаторів і електричних реакторів [2, 16, 23, 40, 50, 61].

Метод об'ємних втрат визначає по (1.51) втрати як суму активних втрат на вихрові струми й втрат на перемагнічування конструкційної сталі з нелінійною магнітною характеристикою й з гістерезисом [16, 18, 45, 46, 64, 65]

$$p_v = p_j + p_h . \tag{1.59}$$

Втрати $p_h(B_m)$, що витрачаються на перемагнічування із частотою f в тілі із щільністю ρ, пропорційні площі петлі гістерезису $\mathrm{S}(B_m)$ [16, 18, 22]

$$p_h(B_m) = \frac{f}{\rho}\mathrm{S}(B_m). \tag{1.60}$$

Площа петлі гістерезису $\mathrm{S}(B_m)$ визначається подібно (1.55) по амплітуді індукції магнітного поля B_m

$$S(B_m) = \int_{-|B_m|}^{+|B_m|} [H_D(B, B_m) - H_A(B, B_m)]dB . \tag{1.61}$$

Для сталі Ст. 3 сімейство статичних петель гістерезису для певних значень амплітуд індукції B_m представлено графічно в [16]. Використовуючи їх при частоті перемагнічування 50 Гц, отримано значення втрат на перемагнічування, які показані на рис. 1.7 точками.

Там же суцільною лінією представлено практично співпадаючі значення втрат для сталі з позначенням *А3* з роботи [45].

Використання приведених вище алгоритмів розрахунку втрат засобами ПЗ, що ґрунтуються на методах СЕА, вимагає виконання певної послідовності дій та розробки спеціальних процедур. Їх верифікацію та результати чисельних досліджень наведено в розділі 4.

Знання розподілу втрат у частинах конструкції та в обмотках є основою для розв'язку задач розрахунку їх нагріву.

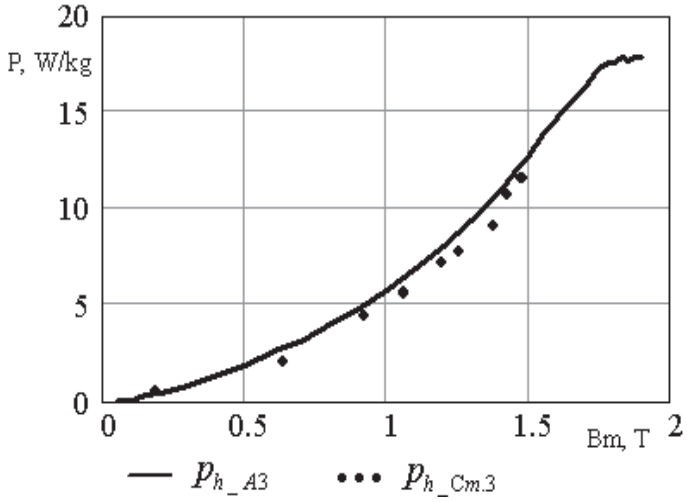


Рис. 1.7

Зауважимо, що як для провідникових матеріалів, так і для конструкційних сталей, електрична провідність нелінійно залежить від їх абсолютних температур [18]. Тому обидві вказані задачі є залежними одна від другої. На практиці застосовується прийняття стандартних (наприклад, для обмоток 75 ^{0}C) або очікуваних температур відповідних провідних ЕК, а при необхідності застосовується метод послідовних наближень.

1.4. Рівняння гідравліки та теплообміну

При проектуванні трансформаторного устаткування важливим є питання розрахунку розподілу температур в основних частинах конструкції [3, 14]. Під тепловим полем (температурним полем) прийнято вважати сукупність значень температур в даний момент часу для всіх точок даного середовища.

Для аналізу теплових процесів трансформаторів і реакторів з масляним охолодженням у найбільш повній постановці необхідно використовувати рівняння руху й неперервності охолодної рідини Нав'є-Стокса [20]

$$\nabla\cdot\left(\rho\vec{v}\vec{v}\right)=-\nabla P+\nabla\cdot\left(\bar{\tau}\right)+\rho\vec{g}\,,\quad \bar{\tau}=\mu\left[\left(\nabla\vec{v}+\nabla\vec{v}^{T}\right)-\frac{2}{3}\nabla\cdot\vec{v}\,\hat{I}\right],\qquad (1.62)$$

$$\nabla\cdot\left(\rho\vec{v}\right)=0\,,\qquad (1.63)$$

які доповнюються рівнянням збереження енергії

$$\nabla\left(-\lambda\nabla t\right)=Q_{v}-\rho C\left(\vec{v}\cdot\nabla t\right)\qquad (1.64)$$

де позначено: t, P і $\vec{v}$ – поля температур, тисків і швидкостей охолодного середовища; Q_v − об'ємна щільність джерел тепла; ρ − щільність, μ − динамічна в'язкість ($\mu=\nu\rho$, ν − кінематична в'язкість), λ − теплопровідність масла; $\vec{g}$ − вектор прискорення вільного падіння; матриця $\hat{I}$ визначає напрямок одиничних векторів обраної системи координат.

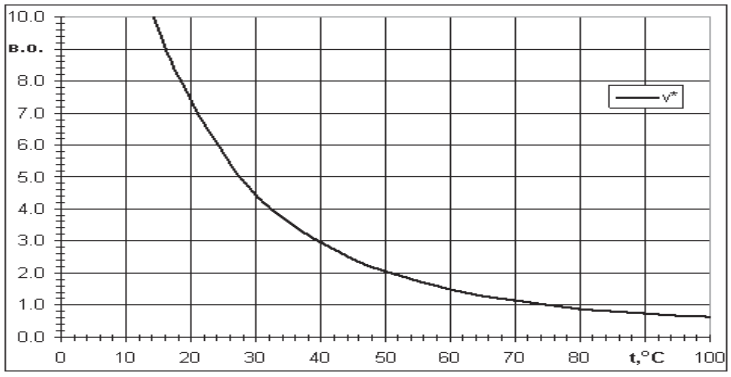


Рис. 1.8

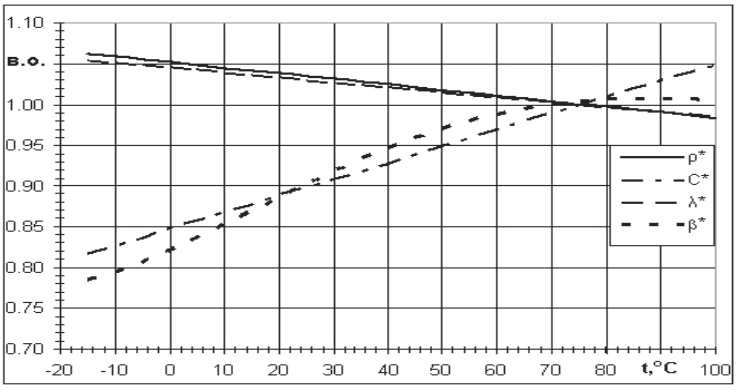


Рис. 1.9

Графіки залежностей від температури параметрів масла за даними [14] у відносних величинах до їх значень при 75 ^{0}C показано на рис.1.8, 1.9.

При стаціонарних умовах, нагрів тіла може бути визначено [12, 14] з розв'язку більш простого рівняння теплопровідності відносно перевищень температури θ, яке є частинним випадком рівняння (1.64)

$$\nabla\left(\lambda\nabla\theta\right)+Q_v=0\,, \tag{1.65}$$

та крайової умови

$$-\partial\theta/\partial n=\alpha\left(\theta-\theta_0\right), \tag{1.66}$$

У цьому випадку основною проблемою є визначення коефіцієнтів тепловіддачі (КТВ) α в навколишнє середовище по нормалі n.

При масляному охолодженні значення α визначаються конвективним теплообміном, а для газових середовищ (для повітря) додатково мають місце умови теплового випромінювання. У багатьох випадках розв'язки задач (1.62) – (1.64) та (1.65), (1.66) заміняються емпіричними дослідженнями.

Відомі методи розрахунку нагріву масла та обмоток трансформаторного устаткування в умовах сталих температурних режимів умовно розділяють на «емпіричний метод перегрівів», який ґрунтується на використанні усереднених по поверхнях котушок емпіричних КТВ; «розрахунковий метод перегрівів», при якому КТВ визначені розрахунковим шляхом; методи теплогідравлічних кіл, як усередині обмоток, так і для загальної схеми заміщення трансформатора і СО; методи польового моделювання теплових, гідростатичних і гідродинамічних полів, які ґрунтуються на чисельному розрахунку рівнянь Нав'є-Стокса і збереження енергії при різних додаткових спрощеннях в постановці і розв'язанні задач.

В останні роки широко застосовується метод CFD-моделювання (Computational Fluid Dynamics) [21]. При використанні CFD-технології з'являється принципова можливість використання повної детальної тривимірної геометричної моделі теплообміну досліджуваного об'єкту у спряженій постановці без яких-небудь істотних спрощень. Спряжена постановка завдання означає одночасний погоджений розрахунок полів температур, швидкостей і тисків для всіх складових досліджуваного об'єкту. Це дозволяє уникнути спрощення моделювання спільних фізичних процесів і завдання коефіцієнтів тепловіддачі на поверхнях обтікання твердих деталей досліджуваної системи рідиною.

Таким чином, CFD-моделі теплового стану у спряженій постановці позбавлені недоліків, які властиві методикам розрахунку усереднених температур і мають більш високу точність, а також значно більшу інформативність. Тому, обчислювальний експеримент на основі спряженої CFD-моделі наближений по своїх якостях до натурного експерименту, а самі

моделі часто називають віртуальними стендами. CFD-моделі, або віртуальні стенди, мають потенційні можливості доповнення (заміни) натурних стендів чи натурних експериментів для одержання нових даних по теплообміну, зокрема у вигляді критеріальних залежностей та практичних інженерних методик розрахунку.

У зв'язку з вищевикладеним, роботи з використанням CFD-технології є актуальними, мають практичну цінність для проектування й дослідження силових масляних трансформаторів і реакторів з новими перспективними видами конструкції обмоток і систем охолодження та можуть служити засобами забезпечення випуску надійного й конкурентоспроможного трансформаторного устаткування.

Більш детально вказані методи, з посиланням на відомі публікації та їх аналізом, розглядаються у відповідних розділах роботи.

В даній роботі представлено постановки аналітичних і чисельних моделей для розрахунку нагріву ЕК, дано рекомендації по вибору коефіцієнтів тепловіддачі при розв’язку задач теплопровідності. Представлено чисельно-аналітичні розв’язки крайових задач нагріву тривимірної немагнітної пластини при довільному розподілі втрат по її висоті та нагріву спеціальної групи «пластина-ізоляція-пакет МС». Уточнено розв’язок задачі нагріву пакету електротехнічної сталі з анізотропною теплопровідністю. Приведено результати аналітичних оцінок і чисельного моделювання ряду задач теплопровідності для ЕК і частин МС.

Представлено також дослідження нагріву обмоток з фольги і теплових CFD-моделей устаткування з масляним охолодженням. Описано основні підходи до визначення параметрів комплексних теплових моделей МС, обмоток, ЕК, баків трансформаторів і реакторів. Показано перетворення котушок обмоток в еквівалентні теплові елементи з урахуванням дискретної структури дротів з паперовою і емалевою ізоляцією. Представлено результати теплових CFD досліджень трансформатора і шунтувального реактора з немагнітними проміжками в стрижні МС, розподіли температур в перерізах обмоток при різних способах інтенсифікації теплообміну. На прикладі реактора з електромагнітними екранами проведено мультифізичний аналіз його електромагнітних та теплових параметрів.

Література до розділу 1.

1. Березовский А. А. Лекции по нелинейным краевым задачам математической физики. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1974. 240 с.
2. Березовский А.А., Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Расчет добавочных потерь в баке трансформаторов. Электричество. 1966. № 9. С. 1-7.

3. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
4. Бики М.А. Проектирование электрических реакторов для высоковольтных линий электропередач на постоянном и переменном токе. Днепропетровск: Монолит, 2014. 164 с.
5. Боднар В.В. Нагрузочная способность силовых масляных трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1983. 176 с. (Трансформаторы. Вып. 40).
6. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Сов. Радио, 1957. 581 с.
7. Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
8. Видмар М. Трансформаторы. М.-Л.: ГОНТИ, 1931. 592 с.
9. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 512 с.
10. Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин / пер. с нем. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 264 с.
11. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 728 с.
12. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1981. 416 с.
13. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. К.: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
14. Киш Л. Нагрев и охлаждение трансформаторов. М.: Энергия, 1980. 208 с.
15. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. К.: Наукова думка, 1989. 224 с.
16. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электродинамические расчеты в электротехнике. Киев: Техника, 1977. 181 с.
17. Лазориу Д.Ф., Бикир Н. Шум электрических машин и трансформаторов. М.: Энергия, 1973. 271 с.
18. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
19. Леонтович М.А. О приближенных граничных условиях для электромагнитного поля на поверхности хорошо проводящих тел. Исследование по распределению радиоволн. 1948. Сб. II. С. 5-12.
20. Математическое моделирование тепломассообмена на основе уравнений Навье–Стокса / В.И. Полежаев., А.В. Бунэ, Н.А. Верезуб и др. М.: Наука, 1987. 272 с.

21. Методические подходы к CFD–моделированию тепловых режимов силовых масляных трансформаторов / П. Г. Круковский, В. А. Яцевский, Л. Н. Конторович, В. Ф. Иванков, Д. Д. Юрченко. Промышленная теплотехника. 2008. Т. 30. № 6. С. 57-66.
22. Моделирование электромагнитных полей в электротехнических устройствах / Р. Сикора, А. Степанов и др. Киев: Техника, 1990. 232 с.
23. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Романенко Р.В. Численно аналитические методы расчета электромагнитного поля трансформатора. Киев: Институт математики АН УССР. I978. 55 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; ИМ–76–21).
24. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. Л.-М.: ГЕИ, 1949. 190 с.
25. Петров Г.Н. Трансформаторы. Том 1. Основы теории. Л.: Госэнергоиздат, 1934. 446 с.
26. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике. К. : Институт электродинамики НАН Украины, 2015. 304 с.
27. Постников В.И., Остапчук Л.Б., Химюк И.В. Многослойные электромагнитные модели электрических машин. К.: Наук. думка, 1988. 200 с.
28. Сапожников А.В. Конструирование трансформаторов. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. 361 с.
29. Силовые трансформаторы. Справочная книга /под ред. Лизунова С.Д., Лоханина А.К. М.: Энергоиздат, 2005. 614 с.
30. Силовые трансформаторы: электрическая прочность внутренней изоляции / под ред. В.С. Ларина. М.: Знак, 2015. 390 с.
31. Стреттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948. 540 с.
32. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. 616 с.
33. Тихомиров П.И. Расчет трансформаторов. М.: Энергия, 1986. 528 с.
34. Филиппишин В. Я., Туткевич А. С. Монтаж силовых трансформаторов. М.: Энергоиздат, 1981. 432 с. (Трансформаторы; Вып. 38).
35. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. Киев: Наук. Думка, 1979. 208 с.
36. Цейтлин Л.А. Потери на вихревые токи в тонких пластинах. Электричество. 1969. № 3. С. 73-77.
37. Шафир Ю.Н. Распределение тока в обмотках трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1992. 192 с.
38. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / составитель и научный редактор А.И. Лурье. М.: Знак, 2005. 520 с.

39. Analiza i synteza pol elektromagnetycznych. Praca zbiorowa pod redakcia Turowskiego J. Wyd. PAN, 1990. 312 p.
40. Basova A.V., Ivankov V.F., I.V. Khimiuk I.V. Losses, heating in tank covers of transformers. Технічна електродинаміка. 2013. № 4. С. 74-80.
41. Bertagnolli G. Short–circuit duty of power transformers. Legnano (Milano), Italy: ABB Transformatori, 1998. 200 p.
42. Biddlecombe C.S., Heighway E.A., Simkin J., Trowbridge C.W. Methods for eddy current computation in three dimensions. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-18. 1982. P. 492-497.
43. Biro O., Preis K. On the use of the Magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents. IEEE Trans. On Magn. Vol.25. 1989. № 4. P. 3145-3159.
44. Chari M.V.K., Konrad A., Palmo M.A., D'Angelo J. Three dimensional vector potential analysis for machine field problems. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-18. 1982. P. 436-446.
45. Cheng Z., Takahashi N., Forghani B. TEAM Problem 21 Family (V. 2009). Approved by the International Compumag Society Board at Compumag: Florianópolis, Brazil. 2009. 16 p.
46. Cheng Z., Takahashi N., Yang S., Fan C., Guo M., Liu L., Zhang J., Gao S. Eddy current and loss analysis of multi-steel configuration and validation. IEEE Trans. on Magn.. Vol. 43. 2007. No. 4. P. 1737-1740.
47. Csendes Z. J., Weiss J. and Hoole S. R. H. Alternative vector potential formulations of 3 – D magnetostatic field problems . IEEE Trans. Magn. Vol. MAG -18. 1982. P. 367-372.
48. Emson C. R. I., Simkin J. An optimal method for 3D eddy currents. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-19. 1983. P. 2450-2452.
49. Emson C.R.I. and Trowbridge C.W. Transient 3D eddy currents using modified magnetic vector potential and magnetic scalar potentials. IEEE Trans. Magn. Vol. 24. 1988. P. 86- 89.
50. Ivankov V.F., Basova A.V., Khimjuk I.V. Numerical simulation of losses and heating in the constructional elements of transformers of ferromagnetic steel. Технічна електродинаміка. 2014. № 3. С. 19-27.
51. Kameari A. Three dimensional eddy current calculation using finite element method with A-V in conductor and Ω in vacuum. IEEE Trans. Magn. Vol. 24. 1988. P. 118-121.
52. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Design and Practice. New York; Basel : Marcel Dekker Inc., 2004. 477 p.
53. Leon F., Semlyen A. Complete transformer model for electromagnetic transients. IEEE Trans. Power Del. Vol. 9. 1994. № 1. P. 231-239.

54. Morisue T. A new formulation of the magnetic vector potential method in 3-D multiply connected regions. IEEE Trans. Magn. Vol. 24. 1988. P. 110-113.
55. Morisue T. Magnetic vector potential and electric scalar potential in three-dimensional eddy current problem. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-18. 1982. P. 531-535
56. Pillsbury R. D. A three dimensional eddy current formulation using two potentials: The magnetic vector potential and total magnetic scalar potential. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-19. 1983. P. 2284-2287.
57. Renhart W., Stoegner H. and Preis K. Calculation of 3D eddy current problems by finite element method using either an electric or a magnetic vector potential. IEEE Trans. Magn.Vol. 24. 1988. P. 122-125.
58. Rodger D. and Eastham J. F. Multiply connected regions in the A-Ψ three-dimensional eddy-current formulations. Proc. Inst. Elec. Eng. Vol. 134. pt. A. 1987. P. 58-66.
59. Rodger D. Finite-element method for calculating power frequency 3-dimensional electromagnetic field distributions. Proc. Inst. Elec. Eng. Vol. 130. Pt. A. 1983. P. 233-238.
60. Rodger D., Eastham J.F. A formulation for low frequency eddy current solutions. IEEE Trans. Magn. Vol. MAG-19. 1983. P. 2443-2452.
61. Turowski J. Electrodynamika techniczna. Warshawa: WNT, 1993. 250 p.
62. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Assoc.: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.
63. Waters M. The Short–Circuit Strenth of Power Transformers. London: Macdonald & Co. (Publishers) Ltd, 1966. 157 p.
64. Yang S., Cheng Z., Yang Q., Zhu X.The Stray loss on magnetic shielding in power transformers. Proc. of the 6th WSEAS International Conference on Applied Computer Science, Hangzhou, China. 2007. P. 420-425.
65. Zakrsewski K. Praktyczna metoda obliczania mocy czynnei i biernej w masywnym zelazie. Rozprawy Elektrot. 1975. Nr. 1. P. 213-233.

АНАЛІТИЧНІ ОДНОСТРИЖНЕВІ МОДЕЛІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ

Магнітне поле у трансформаторному устаткуванні створюється сукупністю сил намагнічування обмоток і сполучних відведень. В основному обмотки потужних силових трансформаторів і реакторів виконуються із провідників прямокутної або круглої форми, що розділені один від одного паперовою або емалевою ізоляцією. Котушки або ходи гвинтових обмоток по висоті розділяються одна від другої електрокартонними прокладками (масляними або повітряними каналами). Щільність намотування витків по висоті обмоток у більшості випадків нерівномірна. При розгляді як номінальних режимів, так і режимів короткого замикання із частотою зміни струму 50-60 Гц можна знехтувати нерівномірністю розподілу струму по перерізу окремих провідників і вважати щільність сторонніх струмів в обмотках пропорційною щільності ампер-витків. Тому при розрахунках обмотки розбиваються на так звані зони рівномірної щільності ампер-витків [9, 19, 30, 49]. Якщо ряд зон мають однакові радіальні координати, то їх поєднують у концентри. Звичайно в трансформаторах і реакторах стрижневого типу обмотки циліндричні й співвісні зі стрижнями МС. У розрахункових моделях обмотки представляються у вигляді циліндрів або нескінченних плоскопаралельних прямокутних шин.

Природно, що в найбільшому ступені конкретизуються ті області, які досліджуються за допомогою тих або інших розрахункових моделей. Інші частини конструкції при цьому ідеалізуються більшою мірою або не враховуються зовсім. Наприклад, вивчаючи магнітне поле в області обмоток у номінальних режимах роботи трансформаторів і в режимах короткого замикання, нехтують стиками пластин стрижня, ярем МС та нелінійними характеристиками сталі. Однак, врахування залежності магнітної проникності ЕТС від напруженості магнітного поля є необхідним при дослідженні режимів неробочого ходу, перезбудження трансформатора, режиму короткого замикання при насиченні стрижня МС, при його можливому намагнічуванні постійними струмами. При підвищених напругах на реакторах із проміжками в стрижні також необхідно враховувати можливе насичення вставок, які виконуються з радіально шихтованих пластин ЕТС. У звичайних режимах роботи трансформатора МС ненасичена, тому магнітну проникність феромагнетиків розрахункових моделей, що заміняють стрижні і ярма МС, приймають значною скінченною або нескінченною величиною.

При дослідженні трансформаторів широко застосовуються аналітичні й чисельно-аналітичні методи розрахунку поля розсіювання, тобто магнітного поля за умови рівності нулю сил намагнічування в обмотках. Основним при цьому є постановка й розв'язок крайових задач, найчастіше для двовимірних розрахункових моделей, у вигляді рівнянь Пуассона для векторного магнітного потенціалу з умовами Неймана на границях розрахункових моделей (див. розділ 1).

При такій постановці можна отримати за законом Біо-Савара аналітичні вирази для складових індукції магнітного поля системи плоских шин (обмоток) із врахуванням зовнішніх феромагнітних півпросторів (стрижня, ярем трансформаторів) методом дзеркальних відображень [6, 29, 30, 32, 33, 39, 49, 65].

Для плоскопаралельної моделі обмоток трансформатора, розташованих у тунелі з ідеальними феромагнітними стінками $(\mu = \infty)$ відомі розв'язки методом розділення змінних у вигляді подвійних рядів Фур'є [5, 57, 61, 62], а для циліндричної моделі, також при ідеальній проникності стінок, – розв'язки у вигляді рядів Фур'є-Бесселя [8, 42, 52 – 56, 59, 60, 63 – 68]. Завданнями зазначених робіт були не тільки розрахунки складових індукції поля розсіювання в області обмоток, але й розрахунки індуктивностей (реактивних опорів) та осьових зусиль в обмотках.

Вісесиметричні і плоскопаралельні моделі з $k = 1,...,K$ шарів бічних стінок із скінченними значеннями магнітної проникності та електричної провідності μ_k, σ_k, які в осьовому напрямку обмежені або не обмежені горизонтальними ідеальними феромагнетиками, представлено в роботах [17, 35]. Із загального розв'язку отримано явні вирази для розрахунку складових індукції часткових моделей із скінченними значеннями магнітної проникності бічних непровідних стінок $(\mu = const,\ \sigma = 0)$, які застосовуються як при дослідженні трансформаторів, так і реакторів [20, 43]. Ці ж розв'язки використано для розрахунків власних і взаємних індуктивностей обмоток, розподілу струмів у складних з'єднаннях обмоток, в обмотках з фольги й стрічки [50]. Подібний розв'язок для циліндричної моделі нескінченного стрижня із скінченним значенням магнітної проникності з використанням інтеграла Фур'є по осьовій координаті отримано в роботі [7] для розрахунків індуктивностей обмоток трансформаторів.

Для реактора із замкненими електромагнітними екранами, який представляється у вигляді циліндричної моделі з частково ідеальними $(\sigma = \infty)$ й частково скінченними $(\sigma = const)$ провідними стінками-екранами, відповідний розв'язок задачі у вигляді ряду Фур'є-Бесселя отримано в роботі [3, 31]. Показано [3, 31], що для визначення індуктивності реактора достатньо декілька членів ряду, і що відповідні оцінки можуть бути виконані без застосування обчислювальної техніки. Розрахунок складових магнітного поля і розподілу вихрових струмів в екранах не проведено.

При спрощеному моделюванні феромагнітних деталей конструкції трансформаторів і реакторів дискретними тілами з скінченною магнітною проникністю використовуються чисельно-аналітичні методи, що ґрунтуються на методі інтегральних рівнянь (вторинних джерел) [3, 4, 47 – 49], або на комбінації аналітичного методу й методу вторинних джерел [14].

Суперпозицією полів окремих стрижнів і ділянок відведень визначається квазітривимірне магнітне поле трансформаторів і реакторів в області

обмоток [17, 34, 35], на ярмових балках з немагнітної сталі [12] та на поверхні баків [15].

2.1. Опис однострижневих моделей

Зазначені вище припущення дозволили розглянути для дослідження магнітного поля трансформаторів та реакторів двовимірні однострижневі розрахункові моделі, що допускають розв'язки відповідних крайових задач аналітичними й чисельно-аналітичними методами. Приведемо їхній короткий опис і використовувані надалі скорочені позначення.

М-ЗЦ – модель замкнена циліндрична (рис.2.1), циліндрична система координат r,φ, z. Тороїдальний паз моделі прямокутного перерізу утворений феромагнітними стінками. Усередині паза розташовуються циліндричні обмотки, що мають рівномірну щільність струму з кутовою складовою. Горизонтальні стінки є поверхнями ідеальних феромагнітних півпросторів, що знаходяться на відстані l. Бічні стінки є поверхнями шаруватих середовищ. Кожний шар характеризується скінченними значеннями електричної провідності й магнітної проникності. Шарам внутрішнього феромагнітного циліндра надаємо індекс $t = k = 1,...,K$. Шари зовнішнього феромагнетика пронумеруємо $t = q = 1,...,Q$. Розташована між циліндрами область обмоток має номер $t = k = q = 0$ і обмежена по вертикальній осі поверхнями ідеального феромагнетика $\mu = \infty$.

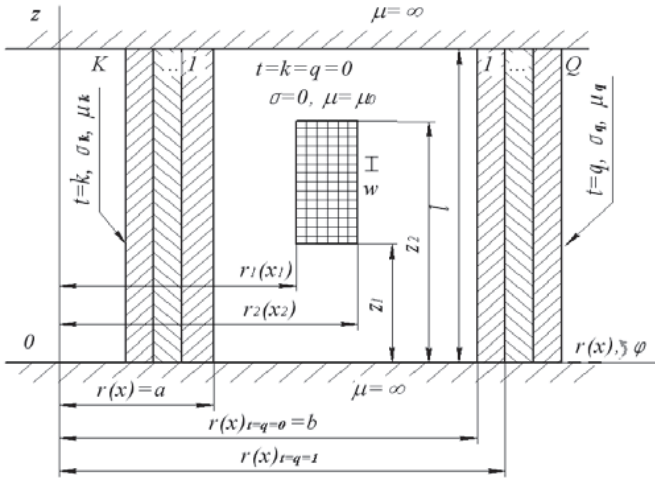


Рис. 2.1

В окремих частинних випадках, шляхом завдання відповідних параметрів бічних стінок, отримуємо раніш зазначені часткові циліндричні моделі: відкриті з однієї або із двох бічних сторін, моделі з одним шаром і з скінченними значеннями електричної провідності [31] або магнітної про-

никності [35], моделі з нескінченною провідністю [31] або з нескінченною магнітною проникністю [8, 42, 52 – 56, 57, 60, 63–68]. При відсутності горизонтальних стінок отримаємо модель з нескінченними вертикальними стінками, а в окремому випадку – модель з нескінченним стрижнем та скінченною магнітною проникністю [7] та інші часткові моделі.

М-ЗПП – модель замкнена плоскопаралельна, система координат x,y,z. Модель у перерізі й за умовами феромагнетиків – аналогічна замкненій циліндричній, але тільки в плоскопаралельному наближенні.

М-НЦ – модель нескінченна циліндрична. Відрізняється від моделі М-ЗЦ відсутністю горизонтальних стінок.

М-НПП – модель нескінченна плоскопаралельна. Відрізняється від моделі М-ЗПП відсутністю горизонтальних стінок.

М-ВЦ – модель відкрита циліндрична – рис. 2.2. Струмопровідними є циліндричні витки, нескінченно тонкі горизонтальні й вертикальні циліндричні обмотки. Обмотки скінченних розмірів можуть замінятися системою нескінченно тонких обмоток. Методом дзеркальних відображень можуть бути враховані горизонтальні півпростори з ідеальними параметрами електричної провідності або магнітної проникності (на рис. 2.2 показані пунктирними лініями).

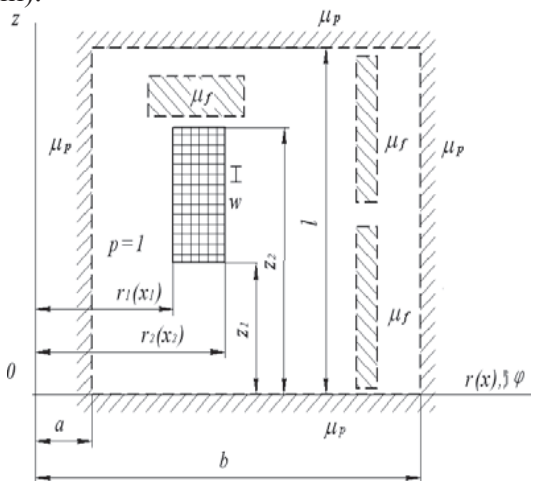


Рис. 2.2

У цьому випадку магнітне поле моделі розраховується у вигляді суми поля вихідних обмоток зі струмом і фіктивних обмоток, які отримуються дзеркальним відображенням від стінок півпросторів і розташовуються у так званих квадрантах $p = 1,...$ вільного простору. Величина й напрямок (знак) струму у фіктивних обмотках залежить від електромагнітних параметрів півпросторів [65]. Якщо враховуються всі чотири стінки, наприклад, у випадку плоскопаралельної моделі, то квадрантів дзеркальних ві-

дображень нескінченно багато [5, 39, 65]. Чисельні дослідження показують, що розрахунки поля при практичних використаннях моделі М-ВЦ силових трансформаторів допустимі при однократному дзеркальному відображенні від горизонтальних площин $z = 0, l$ [6, 32, 33, 30, 49, 65].

М-ВПП – модель відкрита плоскопаралельна, рис. 2.2 із системою координат x, z. Струмопровідними є нескінченно тонкі провідники, нескінченно тонкі та прямокутного перерізу обмотки. Методом дзеркальних відображень можуть ураховуватися горизонтальні та вертикальні феромагнітні півпростори або півпростори з скінченною електричною провідністю. Із цією метою використовуються відображення реальних обмоток у квадранти моделі. Практично достатньо врахувати обмотки, які розташовані в дев'яти квадрантах, з яких квадрант $p = 1$ є квадрантом розташування реальних обмоток. Струми в інших квадрантах уточняються на коефіцієнти, величина яких по відомих співвідношеннях залежить від скінченних значень магнітної проникності чи електричної провідності півпросторів [64].

М-ДФЦ – модель із дискретними феромагнетиками циліндрична. Утворюється з моделі М-ВЦ розміщенням у ній системи фіктивних циліндричних обмоток зі струмами (вторинні джерела – по методу інтегральних рівнянь), які еквівалентують дискретні непровідні феромагнетики з постійною по перерізу магнітною проникністю. Методом відображень можуть ураховуватися горизонтальні стінки феромагнітних або провідних півпросторів.

М-ДФПП – модель із дискретними феромагнетиками плоскопаралельна. Модель в перерізі й по методу врахування дискретних феромагнетиків аналогічна М-ДФЦ. Утворюється з моделі М-ВПП. Стінки непровідних феромагнітних півпросторів ураховуються методом відображень реальних обмоток у квадранти простору.

2.2. Розв'язки крайових задач для магнітного поля замкнених моделей

Математична постановка задачі. Розглянемо постановку задачі для розрахунку магнітного поля циліндричної обмотки прямокутного перерізу з рівномірною щільністю струму**.** Обмотка розташована усередині тороїдального паза з бічними стінками у вигляді шарів з постійними значеннями електричної провідності й магнітної проникності – модель М-ЗЦ (рис. 2.2). У більшості випадків конструктивного виконання обмоток силових трансформаторів можна зневажити спіральністю їх намотування та вважати, що струм має тільки кутову складову, яка збігається з напрямком намотування провідників. Оскільки модель у магнітному відношенні лінійна, то сумарне поле системи обмоток може розраховуватися у вигляді суми полів, що створюються силами намагнічування кожної з них.

Зазначену задачу природно розв'язувати в циліндричній системі координат. Враховуючи незалежність щільності струму обмоток від кутової координати $\bar{j} = (0, j_\varphi, 0)$, одержуємо, що електромагнітне поле буде мати лише кутову складову електричного поля й складові магнітного поля, що не залежать від φ. У цьому випадку, враховуючи, що в циліндричній системі координат [23]

$$rot\,\overline{A} = \bar{i}_r\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) - \bar{i}_\varphi\left(\frac{\partial A_z}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial z}\right) + \bar{i}_z\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_\varphi\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right] \quad , \quad (2.1)$$

рівняння Максвелла (1.1) – (1.7) при гармонійній зміні в часі з круговою частотою ω згідно (1.14) приймають вигляд

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial z} = \sigma E_\varphi + j_\varphi^{cm},$$

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\omega\mu H_r,\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_\varphi\right) = -i\omega\mu H_z. \quad (2.2)$$

Параметри σ й μ будуть мати значення залежно від областей, у яких розглядається електромагнітне поле, $i = \sqrt{-1}$.

Ці рівняння необхідно доповнити граничними умовами на горизонтальних площинах ідеальних феромагнетиків

$$H_r\Big|_{z=0,l} = 0. \quad (2.3)$$

Із системи (2.2) отримуємо крайову задачу відносно

$$E_\varphi\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}E_\varphi\right) + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} = -i\omega\sigma\mu E_\varphi - i\omega\mu\, j_\varphi^{cm}, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}\Big|_{z=0,l} = 0, \left|E_\varphi\right|_{r\to 0} < \infty,\ \left|E_\varphi\right|_{r\to\infty} < 0. \quad (2.5)$$

Крім того, E_φ і $\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_\varphi\right)$ неперервні при $r = a, b$.

Розв'язок задачі (2.4), (2.5) методом поділу змінних має такий вигляд

$$E_\varphi(r,z) = \sum_{m=0}^{\infty} E_m(r)\cos\tilde{m}z,\ \tilde{m} = \frac{m\pi}{l} \quad (2.6)$$

де коефіцієнти E_m задовольняють звичайному диференціальному рівнянню

$$\frac{d^2E_m}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dE_m}{dr}-E_m\left(\frac{1}{r^2}+i\omega\sigma\mu+\tilde{m}^2\right)=\begin{cases}0, & r\notin[r_1,r_2]\\ -i\omega\mu_0 j_m, & r_1\le r\le r_2\end{cases}, \qquad (2.7)$$

умовам неперервності E_m й $H_m=\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_m)$ на границях шарів бічних стінок і умовам регулярності

$$\left|E_m\right|_{r\to 0}<\infty,\ \left|E_m\right|_{r\to\infty}\to 0. \qquad (2.8)$$

Величини j_m в правій частині рівняння (2.7) є коефіцієнтами розвинення у ряд Фур'є кусково-постійної функції щільності струму $j_\varphi^{cm}(r,z)$ обмотки по висоті l паза

$$j_\varphi^{cm}=\sum_m^\infty j_m(r)\cos\tilde{m}z \qquad (2.9)$$

і визначаються виразами

$$j_0=\frac{1}{l}\frac{Iw}{S}(z_2-z_1),\ j_m=\frac{2}{m\pi}\frac{Iw}{S}(\sin\tilde{m}z_2-\sin\tilde{m}z_1), \qquad (2.10)$$

де r_1, r_2 й z_1, z_2 - радіальні й осьові координати обмотки, w - число витків в обмотці, I - струм одного витка обмотки, $S=(r_2-r_1)(z_2-z_1)$ - площа перетину обмотки. При цьому вектор щільності стороннього струму визначається виразом $j_\varphi^{cm}=Iw/S$.

Розв'язок рівняння (2.7) при $r\le a$ й $r\ge b$ (в області бічних стінок) у силу його однорідності має вигляд [23]

$$E_{m,t}=C_tI_1(p_{m,t}r)+D_tK_1(p_{m,t}r), \qquad (2.11)$$

де

$$p_{m,t}=\tilde{m}^2+i\omega\sigma_t\mu_t,\ m=0,1,2,\ldots. \qquad (2.12)$$

Індекси $t=k=1,\ldots,K$ й $t=q=1,\ldots,Q$ позначають номери шарів відповідно внутрішньої і зовнішньої бічних стінок, а $I_\nu(x)$ і $K_\nu(x)$ - модифіковані функції Бесселя першого й другого роду, порядку $\nu=1$.

При обчислені вказаних функцій комплексного аргументу можуть бути використані практичні алгоритми [24].

Граничні умови імпедансного типу. Визначимо співвідношення імпедансного типу (1.33) на поверхні r_t через значення поля $t+1$ шару, який розташований за поверхнею r_t (внутрішні шари відлічуються від об-

ласті обмоток $t = k = q = 0$ в напрямку до осі $0Z$ моделі, зовнішнього – у зворотному напрямку)

$$Z_{m,t+1} = \frac{E_{m,t+1}}{\frac{1}{\mu_t}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_{m,t+1}\right)}\Big|_{r=r_t}, \; m = 0,1,2,... \tag{2.13}$$

У силу умов регулярності $D_{t+1,\,K} = 0$ і $C_{t+1,\,Q} = 0$. Тому для крайніх шарів

$$Z_{m,K} = \frac{1}{\frac{p_{m,\,K}}{\mu_K}}\frac{I_1\left(p_{m,K}\,r_{K-1}\right)}{I_0\left(p_{m,K}\,r_{K-1}\right)}, \; Z_{m,Q} = -\frac{1}{\frac{p_{m,\,Q}}{\mu_Q}}\frac{I_1\left(p_{m,Q}\,r_{Q-1}\right)}{I_0\left(p_{m,Q}\,r_{Q-1}\right)}. \tag{2.14}$$

Використовуючи умови сполучення на границях середовищ

$$Z_{m,t+1} = \frac{E_{m,t+1}}{\frac{1}{\mu_t}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_{m,t+1}\right)}\Big|_{r=r_t} = \frac{C_t I_1\left(p_{m,t}r_t\right) + D_t K_1\left(p_{m,t}r_t\right)}{\frac{p_{m,\,t}}{\mu_t}\left[C_t I_0\left(p_{m,t}r_t\right) - D_t K_0\left(p_{m,t}r_t\right)\right]}, \tag{2.15}$$

знаходимо зв'язок між постійними інтегрування

$$C_t = -D_t\, f\left(Z_{m,t+1}\right) \qquad , \tag{2.16}$$

де

$$f\left(Z_{m,t+1}\right) = \frac{K_1\left(p_{m,t}r_t\right) + Z_{m,t+1}\frac{p_{m,\,t}}{\mu_t}K_0\left(p_{m,t}r_t\right)}{I_1\left(p_{m,t}r_t\right) - Z_{m,t+1}\frac{p_{m,\,t}}{\mu_t}I_0\left(p_{m,t}r_t\right)}. \tag{2.17}$$

Підставляючи (2.11) із врахуванням (2.16) у співвідношення (2.13), знаходимо, що вхідний імпеданс t шару на поверхні r_{t-1} визначиться через параметри цього шару й вхідний імпеданс $Z_{m,t+1}$ попереднього $t+1$ шару за допомогою наступного рекурентного співвідношення

$$Z_{m,t} = \frac{f\left(Z_{m,t+1}\right) I_1\left(p_{m,t}r_{t-1}\right) - K_1\left(p_{m,t}r_{t-1}\right)}{\frac{p_{m,\,t}}{\mu_t}\left[f\left(Z_{m,t+1}\right) I_0\left(p_{m,t}r_{t-1}\right) + K_0\left(p_{m,t}r_{t-1}\right)\right]}. \tag{2.18}$$

Використовуючи умови сполучення при $r = a, b$, одержуємо для коефіцієнтів E_m в області $t = k = q = 0$ співвідношення

$$\frac{E_m}{\frac{1}{\mu_0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_m)}\Big|_{r=a+0} = Z_{m,t=k=1}\Big|_{r=r_{k-1}=a-0} = Z_{m,a},$$

$$\frac{E_m}{\frac{1}{\mu_0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_m)}\Big|_{r=b-0} = Z_{m,t=q=1}\Big|_{r=r_{q-1}=b+0} = Z_{m,b}. \qquad (2.19)$$

У такий же спосіб можна отримати граничні умови імпедансного типу для випадку плоскопаралельної моделі М-ЗПП. Після відповідних перетворень вони приводяться до співвідношень, які представлено у роботах [26, 42] при вивченні електромагнітного поля в плоских шаруватих провідних середовищах.

Розв'язок крайової задачі для магнітного поля замкненої циліндричної моделі М-ЗЦ. Для визначення E_m моделі рис. 2.1 отримуємо крайову задачу у вигляді рівняння (2.7) і граничних умов імпедансного типу (2.19). Розв'язок цієї задачі можна представити через функцію Гріна $G_m(r,r')$ [23]

$$E_m = -i\omega\mu_0\int_a^b j_m G_m(r,r')dr'. \qquad (2.20)$$

При цьому функція Гріна має вигляд

$$G_m(r,r') = \frac{1}{W_m}\begin{cases} y_{m,1}(r)y_{m,2}(r'), & r \le r' \\ y_{m,1}(r')y_{m,2}(r), & r < r' \end{cases}, \qquad (2.21)$$

а $y_{m,1}$ і $y_{m,2}$ є розв'язками однорідного рівняння (2.7) в області $[a,b]$, що задовольняють граничні умови (2.19) і визначаються із врахуванням того, що однорідне рівняння (2.7) має розв'язок виду (2.11) рівняння Бесселя при $m \neq 0$, а при $m = 0$ його загальний розв'язок має вигляд

$$E_0 = Cr + D\frac{1}{r}. \qquad (2.22)$$

Використовуючи умови (2.19), одержуємо

$$y_{m,1} = I_1(\tilde{m}r) + k_{m,a}K_1(\tilde{m}r),\ y_{m,2} = k_{m,b}I_1(\tilde{m}r) + K_1(\tilde{m}r), \qquad (2.23)$$

де

$$k_{m,a} = \frac{\mu_0^{-1}Z_{m,a}\,\tilde{m}\,I_0(\tilde{m}a) - I_1(\tilde{m}a)}{\mu_0^{-1}Z_{m,a}\,\tilde{m}\,K_0(\tilde{m}a) + K_1(\tilde{m}a)}, \qquad (2.24)$$

$$k_{m,b}=\frac{\mu_0^{-1}Z_{m,b}\,\tilde{m}\,K_0(\tilde{m}b)+K_1(\tilde{m}b)}{\mu_0^{-1}Z_{m,b}\,\tilde{m}\,I_0(\tilde{m}b)-I_1(\tilde{m}b)},\ m=1,2,... \qquad (2.25)$$

При $m=0$ знаходимо

$$y_{0,1}=r+k_{0,a}\frac{1}{r},\ y_{0,2}=k_{0,b}\,r+\frac{1}{r}, \qquad (2.26)$$

$$k_{0,a}=\mu_0^{-1}Z_{0,a}2a-a^2,\ k_{0,b}^{-1}=\mu_0^{-1}Z_{0,b}2b-b^2. \qquad (2.27)$$

Використовуючи (2.23), (2.26), одержуємо наступні значення для Вронскіана W_m, що входить в (2.21)

$$W_m=\begin{vmatrix} y_{m,1} & y_{m,2}\\ y'_{m,1} & y'_{m,2}\end{vmatrix}=-(\delta_{m,0}+1)(1-k_{m,a}k_{m,b}),\ \delta_{m,0}=\begin{cases}1, & m=0\\ 0, & m\neq 0\end{cases}. \qquad (2.28)$$

Вирази (2.6), (2.20) – (2.28) визначають значення E_φ складової електричного поля, що збуджене окремою обмоткою в області $[a,b]$. При цьому коефіцієнти $E_m(r)$, $m=0,1,2,...$ визначаються наступними формулами

$$E_m(r)=-i\omega\mu_0 j_m\begin{cases} y_{m,1}(r)\int\limits_{r_1}^{r_2} y_{m,2}(r')\frac{1}{W_m}dr'\\ y_{m,2}(r)\int\limits_{r_1}^{r} y_{m,1}(r')\frac{1}{W_m}dr'+y_{m,1}(r)\int\limits_{r}^{r_2} y_{m,2}(r')\frac{1}{W_m}dr'\\ y_{m,2}(r)\int\limits_{r_1}^{r_2} y_{m,1}(r')\frac{1}{W_m}dr'\end{cases} \qquad (2.29)$$

Підставивши (2.23), (2.26) в (2.29) і скориставшись співвідношеннями модифікованих функцій Бесселя $I_\nu(x)$, $K_\nu(x)$, Струве $L_\nu(x)$, різницевої $\Lambda_\nu(x)=I_\nu(x)-L_\nu(x)$ й інтегралів від них [10, 23, 51]

$$\Phi(x)=\int_0^x I_1(\xi)\xi\,d\xi=\frac{\pi}{2}x[\Lambda_1(x)I_0(x)-\Lambda_0(x)I_1(x)],$$

$$\Psi(x)=\frac{\pi}{2}-\int_0^x K_1(\xi)\xi\,d\xi=\frac{\pi}{2}x[\Lambda_1(x)K_0(x)+\Lambda_0(x)K_1(x)], \qquad (2.30)$$

$$\frac{\pi}{2}\Lambda_0(x)=I_0(x)\Psi(x)-K_0(x)\Phi(x),\ \frac{\pi}{2}\Lambda_1(x)=I_1(x)\Psi(x)+K_1(x)\Phi(x),$$

після перетворень отримуємо

$$E_0(r) = -i\omega\mu_0 j_0 \begin{Bmatrix} r(r_2 - r_1) \\ r(r_2 - r) + \frac{1}{r}\frac{1}{3}\left(r^3 - r_1^3\right) \\ \frac{1}{r}\frac{1}{3}\left(r_2^3 - r_1^3\right) \end{Bmatrix} + i\omega\mu_0 j_0 \frac{1}{2} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \frac{1}{r}\frac{k_{0,a}}{1 - k_{0,a}k_{0,b}} \left[(r_2 - r_1) + k_{0,b}\frac{1}{3}\left(r_2^3 - r_1^3\right) \right] + r\frac{k_{0,b}}{1 - k_{0,a}k_{0,b}} \left[k_{0,a}(r_2 - r_1) + \frac{1}{3}\left(r_2^3 - r_1^3\right) \right] \right\} \tag{2.31}$$

$$E_m(r) = -i\omega\mu_0 j_m \frac{1}{\tilde{m}^2} \begin{Bmatrix} I_1(\tilde{m}r)[-\Psi(\tilde{m}r_2) + \Psi(\tilde{m}r_1)] \\ -K_1(\tilde{m}r)\Phi(\tilde{m}r_1) - I_1(\tilde{m}r)\Psi(\tilde{m}r_2) + \frac{\pi}{2}\Lambda_1(\tilde{m}r) \\ K_1(\tilde{m}r)[\Phi(\tilde{m}r_2) - \Phi(\tilde{m}r_1)] \end{Bmatrix} +$$

$$i\omega\mu_0 j_m \frac{1}{\tilde{m}} \cdot \left\{ K_1(\tilde{m}r)\frac{k_{m,a}}{1 - k_{m,a}k_{m,b}} \left[-\Psi(\tilde{m}r_2) + \Psi(\tilde{m}r_1) + k_{m,b}\left[\Phi(\tilde{m}r_2) - \Phi(\tilde{m}r_1)\right] \right] + \right.$$

$$\left. + I_1(\tilde{m}r)\frac{k_{m,b}}{1 - k_{m,a}k_{m,b}} \left[k_{m,a}\left[-\Psi(\tilde{m}r_2) + \Psi(\tilde{m}r_1) \right] + \Phi(\tilde{m}r_2) - \Phi(\tilde{m}r_1) \right] \right\} \tag{2.32}$$

У фігурних дужках співвідношень (2.31), (2.32) верхній рядок відповідає області $a \le r \le r_1$, середній – $r_1 \le r \le r_2$, а нижній – $r_2 \le r \le b$.

Прирівнюючи значення E_φ складової поля на границях r_{t-1} шарів і використовуючи (2.16), знаходимо вирази для поля усередині t шару $r \in [r_{t-1}, r_t]$

$$E_{\varphi,t}(r,z) = E_{0,t}(r) + \sum_{m=1}^{\infty} E_{m,t}(r)\cos\tilde{m}z, \tag{2.33}$$

де

$$E_{m,t}(r) = E_{m,t-1}(r_{t-1})\frac{f(Z_{m,t+1})\,I_1(p_{m,t}r) - K_1(p_{m,t}r)}{f(Z_{m,t+1})\,I_1(p_{m,t}r_{t-1}) - K_1(p_{m,t}r_{t-1})}, \tag{2.34}$$

$$m = 0,1,2,\ldots,\ t = k = 1,\ldots,K-1,\ t = q = 1,\ldots,Q-1,$$

$$E_{m,K}(r) = E_{m,K-1}(r_{K-1})\frac{I_1(p_{m,K}r)}{I_0(p_{m,K}r_{K-1})}, \tag{2.35}$$

$$E_{m,Q}(r)=E_{m,Q-1}(r_{Q-1})\frac{K_1(p_{m,Q}r)}{K_0(p_{m,Q}r_{Q-1})}.$$

Коефіцієнти $E_{m,t-1}(r_{t-1})$ визначаються через поле попереднього шару. Для перших двох шарів використовується значення поля за виразами (2.31), (2.32), яке збуджується обмоткою на поверхні бічних феромагнетиків

$$E_{m,t-1=k-1=0}(r_{t-1})=E_m(a),\ E_{m,t-1=q-1=0}(r_{t-1})=E_m(b),\ m=0,1,2,... \qquad (2.36)$$

Електромагнітне поле замкненої плоскопаралельної моделі М-ЗПП. Даній моделі (рис.2.1) відповідає крайова задача в декартовій системі координат. Її розв'язок, аналогічно як для циліндричної моделі М-ЗЦ, приводить до наступного виразу для складової напруженості електричного поля в області обмоток

$$E_y(x,z)=\sum_{m=0}^{\infty}E_m(x)\cos\tilde{m}z, \qquad (2.37)$$

де

$$E_0(x)=-i\omega\mu_0 j_0\begin{Bmatrix}x(x_2-x_1)\\ x(x_2-x)+\frac{1}{2}(x^2-x_1^2)\\ \frac{1}{2}(x^2-x_1^2)\end{Bmatrix}+i\omega\mu_0 j_0\cdot \qquad (2.38)$$

$$\cdot\begin{Bmatrix}\frac{k_{0,a}}{1-k_{0,a}k_{0,b}}\left[(x_2-x_1)+k_{0,b}\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)\right]+\\ +\frac{k_{0,b}}{1-k_{0,a}k_{0,b}}\left[k_{0,a}(x_2-x_1)+\frac{1}{2}(x_2^2-x_1^2)\right]\end{Bmatrix},$$

$$E_m(x)=-i\omega\mu_0 j_m\frac{1}{2}\frac{1}{\tilde{m}^2}\begin{Bmatrix}E(\tilde{m}x)[-E(\tilde{m}x_2)+E(\tilde{m}x_1)]\\ -E(-\tilde{m}x)E(\tilde{m}x_1)-E(\tilde{m}x)E(-\tilde{m}x_2)+2\\ E(-\tilde{m}x)[E(\tilde{m}x_2)-E(\tilde{m}x_1)]\end{Bmatrix}+i\omega\mu_0 j_m\frac{1}{2}\frac{1}{\tilde{m}^2} \qquad (2.39)$$

$$\cdot\left\{E\left(-\tilde{m}x\right)\frac{k_{m,\,a}}{1-k_{m,\,a}k_{m,\,b}}\left[-E\left(-\tilde{m}x_2\right)+E\left(-\tilde{m}x_1\right)+k_{m,b}\left[E\left(\tilde{m}x_2\right)-E\left(\tilde{m}x_1\right)\right]\right]+\right.$$

$$\left.+E\left(\tilde{m}x\right)\frac{k_{m,\,b}}{1-k_{m,\,a}k_{m,\,b}}\left[k_{m,a}\left[-E\left(-\tilde{m}x_2\right)+E\left(-\tilde{m}x_1\right)\right]+E\left(\tilde{m}x_2\right)-E\left(\tilde{m}x_1\right)\right]\right\},$$

$$E\left(\xi\right)=e^{\xi}.$$

Вхідні імпеданси бічних шарів для плоскопаралельного поля визначаються наступними рекурентними співвідношеннями

$$k_{m,a}=\frac{\mu_0^{-1}Z_{m,a}\,\tilde{m}-1}{\mu_0^{-1}Z_{m,a}\,\tilde{m}+1}e^{2\tilde{m}a},\ k_{m,b}=\frac{\mu_0^{-1}Z_{m,b}\,\tilde{m}+1}{\mu_0^{-1}Z_{m,b}\,\tilde{m}-1}e^{-2\tilde{m}b},\ m=1,2,... \qquad (2.40)$$

$$k_{0,b}^{-1}=-\left(\mu_0^{-1}Z_{0,b}+b\right), \qquad (2.41)$$

$$Z_{m,t}=\frac{f\left(Z_{m,t+1}\right)-e^{-2p_{m,t}x_{t-1}}}{f\left(Z_{m,t+1}\right)+e^{-2p_{m,t}x_{t-1}}},\ p_{m,t}=\tilde{m}^2+i\omega\sigma_t\mu_t, \qquad (2.42)$$

$$f\left(Z_{m,t+1}\right)=\frac{1+Z_{m,t+1}\dfrac{p_{m,\,t}}{\mu_t}}{1-Z_{m,t+1}\dfrac{p_{m,\,t}}{\mu_t}}e^{-2p_{m,t}x_t}, \qquad (2.43)$$

$$t=k=1,...,K,\ t=q=1,...,Q,$$

$$Z_{m,t=k=1}=Z_{m,a},\ Z_{m,t=q=1}=Z_{m,b},\ Z_{m,K}=\left(\frac{p_{m,\,K}}{\mu_K}\right)^{-1},\ Z_{m,Q}=-\left(\frac{p_{m,\,Q}}{\mu_Q}\right)^{-1}. \qquad (2.44)$$

У фігурних дужках виразів (2.38), (2.39) верхній рядок відповідає області $a\le x\le x_1$, середній – $x_1\le x\le x_2$, нижній – $x_2\le x\le b$.

Усередині кожного із шарів бічних феромагнетиків за номерами t поле описується через значення поля попереднього $t-1$ шару на границі між цими шарами x_{t-1}

$$E_{y,\,t}\left(x,z\right)=E_{0,t}\left(x\right)+\sum_{m=1}^{\infty}E_{m,t}\left(x\right)\cos\tilde{m}z, \qquad (2.45)$$

де

$$E_{m,t}\left(x\right)=E_{m,t-1}\left(x_{t-1}\right)\frac{f\left(Z_{m,t+1}\right)e^{p_{m,t}x}-e^{-p_{m,t}x}}{f\left(Z_{m,t+1}\right)e^{p_{m,t}x_{t-1}}-e^{-p_{m,t}x_{t-1}}}, \qquad (2.46)$$

$$m = 0,1,2,\ldots,\ t = k = 1,\ldots,K-1\ ,t = q = 1,\ldots,Q-1\ ,$$

$$E_{m,K}(x) = E_{m,K-1}(x_{K-1})\frac{e^{p_{m,K}x}}{e^{p_{m,K}x_{K-1}}}\ , \tag{2.47}$$

$$E_{m,Q}(x) = E_{m,Q-1}(x_{K-1})\frac{e^{-p_{m,Q}x}}{e^{-p_{m,Q}x_{Q-1}}}\ . \tag{2.48}$$

Відношенням поля на зовнішній поверхні шару до поля, що пройшло через шар можна визначити коефіцієнт екранування шару [65].

Поле циліндричної моделі з нескінченним стрижнем М-НЦ. Розрахункова модель у цьому випадку виходить із замкненої моделі М-ЗЦ, якщо горизонтальні площини ідеальних феромагнетиків спрямувати в нескінченність. Переріз розрахункової моделі показано на рис. 2.1. Тому в крайовій задачі для E_φ умови (2.5) заміняються на умови регулярності $z \to \pm\infty$, що виражають зменшення поля до нуля. Розв'язок у цьому випадку шукаємо у вигляді інтеграла Фур'є

$$E_\varphi(r,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} E_\lambda(r,\lambda)e^{i\lambda z}d\lambda, \quad i = \sqrt{-1}\ . \tag{2.49}$$

Зауважимо, що якби спрямувати в нескінченність одну з горизонтальних стінок, то при цьому розв'язок виражався б за допомогою одностороннього перетворення Фур'є. Така модель може бути отримана також з розглянутої моделі М-НЦ із використанням методу дзеркальних відображень.

Функція щільності струму обмотки даної моделі визначиться

$$j_\varphi^{ces}(r,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} j_\lambda(r,\lambda)e^{i\lambda z}d\lambda, \tag{2.50}$$

де $j_\lambda(r,\lambda) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} j_\varphi^{ces}(r,z)e^{-i\lambda z}dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\lambda}\frac{Iw}{S}(S_\lambda + iC_\lambda)$,

$$S = (r_2 - r_1)(z_2 - z_1),\ S_\lambda = \sin\lambda z_2 - \sin\lambda z_1,\ C_\lambda = \cos\lambda z_2 - \cos\lambda z_1. \tag{2.51}$$

Підставляючи (2.48), (2.49) у рівняння (2.4) одержуємо для $E_\lambda(r,\lambda)$ крайову задачу, яка розв'язується аналогічно задачі (2.7), (2.19) для коефіцієнтів $E_m(r)$ поля замкненої циліндричної моделі М-ЗЦ. Використовуючи далі перетворення Фур'є (2.49), знаходимо наступні вирази для поля розглядуваної моделі М-НЦ в області обмоток $[a,b]$

$$E_{\varphi}(r,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}E_{\lambda}(r)(\cos\lambda z-i\sin\lambda z)d\lambda\,. \qquad (2.52)$$

Вираз для $E_{\lambda}(r)$ має вигляд (2.39), а коефіцієнти, що входять до нього визначаються так: j_{λ} - по (2.50); $k_{\lambda,a}, k_{\lambda,b}$ - по (2.24), (2.25); $Z_{\lambda,a}, Z_{\lambda,b}$ - по (2.12), (2.14), (2.17), (2.18) при заміні індексу m й змінної $\tilde{m}=m\pi/l$ відповідно на індекс λ і змінну інтегрування λ.

Поле усередині шару кожного феромагнетика також описується через інтеграл Фур'є

$$E_{\varphi,t}(r,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}E_{\lambda,t}(r)(\cos\lambda z-i\sin\lambda z)d\lambda,\qquad r_{t-1}\le r\le r_t \qquad (2.53)$$

де коефіцієнти $E_{\lambda,t}(r)$ визначаються виразами (2.34) – (2.36), якщо виконати заміну змінної $\tilde{m}$ на параметр інтегрування λ.

Поле плоскопаралельної моделі з нескінченним стрижнем М-НПП. Задача розрахунку електромагнітного поля моделі М-НПП (рис. 2.1) аналогічна розглянутій у випадку замкненої М-ЗПП. Як і при розгляді циліндричної нескінченної моделі М-НЦ її розв'язок представимо інтегралом Фур'є. Вираз для складової електричного поля, що збуджується окремою обмоткою моделі М-НПП в області $[a,b]$ має вигляд

$$E_{y}(x,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}E_{\lambda}(x)(\cos\lambda z-i\sin\lambda z)d\lambda\,. \qquad (2.54)$$

Усередині t шару бічних стінок шаруватих феромагнетиків поле обчислюється за формулою

$$E_{y,t}(x,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}E_{\lambda,t}(x)(\cos\lambda z-i\sin\lambda z)d\lambda,\quad x_{t-1}\le x\le x_t \quad . \qquad (2.55)$$

Коефіцієнти, що входять в ці вирази визначаються: j_{λ} - по (2.50); $E_{\lambda}(x)$ і $E_{\lambda,t}(x)$ - відповідно, по формулах (2.39) – (2.44) і (2.45) – (2.47) при заміні змінної $\tilde{m}$ на параметр інтегрування λ.

2.3. Визначення складових магнітної індукції замкнених моделей

Складові індукції магнітного поля розглянутих моделей визначаються при гармонійній зміні в часі згідно з рівняннями (1.14) через відоме зна-

чення складових електричного поля $\overline{B} = -\frac{1}{i\omega} rot\, \overline{E}$, що з врахуванням (2.1) дає для циліндричних і плоскопаралельних моделей

$$B_r = \frac{1}{i\omega}\frac{\partial E_\varphi}{\partial z},\ B_z = -\frac{1}{i\omega}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_\varphi\right),$$
$$B_x = \frac{1}{i\omega}\frac{\partial E_y}{\partial z},\ B_z = -\frac{1}{i\omega}\frac{\partial}{\partial x}E_y. \tag{2.56}$$

Замкнена циліндрична модель М-ЗЦ. Із виразів (2.6), (2.33) отримуємо складові індукції для шарів t=0,1

$$B_{r,t}(r,z) = -\frac{1}{i\omega}\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{m}E_{m,t}(r)\sin\tilde{m}z,$$
$$B_{z,t}(r,z) = -\frac{1}{i\omega}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rE_{m,t}(r)\right]\cos\tilde{m}z. \tag{2.57}$$

Приведемо алгоритм розрахунку магнітного поля досить часто застосовуваної розрахункової моделі, яка є частинним випадком загальної моделі М-ЗЦ (рис.2.1) і характеризується скінченними значеннями магнітних проникностей μ_a і μ_b бічних феромагнітних циліндрів. Для такої моделі із загального випадку (2.57) отримано наступні явні вирази для розрахунку складових магнітної індукції, яка збуджується обмоткою k прямокутного перерізу з координатами r_1, r_2, z_1, z_2 із щільністю ампер-витків δ_k [11, 16, 17]

$$B_{\nu,k}(r,z) = \delta_k b_{\nu,k}(r,z),\ \nu = r,z, \tag{2.58}$$

$$b_r(r,z) = \mu_0\sum_{m=1}^{m_{\max}}R_{m,r}(r)\sigma_m S_m\sin\tilde{m}z,\quad \tilde{m} = m\pi/l, \tag{2.59}$$

$$b_z(r,z) = \mu_0 R_0 + \sum_{m=1}^{m_{\max}}R_{m,z}(r)\sigma_m S_m\cos\tilde{m}z,\ R_0 = \begin{pmatrix} r_2 - r_1 \\ r_2 - r \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{2.60}$$

$$R_{m,r}(r)=\begin{pmatrix} I_{1,r}\Psi_{1,2} \\ -K_{1,r}\Phi_1 - I_{1,r}\Psi_1 - +\frac{\pi}{2}\Lambda_{1,r} \\ K_{1,r}\Phi_{2,1} \end{pmatrix} + f_a K_{1,r} + f_b I_{1,r}, \qquad (2.61)$$

$$R_{m,z}(r)=\begin{pmatrix} I_{0,r}\Psi_{1,2} \\ K_{0,r}\Phi_1 - I_{0,r}\Psi_2 \quad +\frac{\pi}{2}\Lambda_{0,r} \\ -K_{1,r}\Phi_{2,1} \end{pmatrix} - f_a K_{0,r} + f_b I_{0,r}, \qquad (2.62)$$

$$f_a=\frac{k_{m,a}}{1-k_{m,a}k_{m,b}}(\Psi_{1,2}+k_{m,b}\Phi_{2,1}),\ f_b=\frac{k_{m,b}}{1-k_{m,a}k_{m,b}}(k_{m,a}\Psi_{1,2}+\Phi_{2,1}), \qquad (2.63)$$

$$k_{m,a}=\frac{(\mu'_a-1)I_{0,a}I_{1,a}}{\mu'_a K_{0,a}I_{1,a}+K_{1,a}I_{0,a}},\ k_{m,b}=\frac{(\mu'_b-1)K_{0,b}K_{1,b}}{\mu'_b K_{1,b}I_{0,b}+K_{0,b}I_{1,b}}, \qquad (2.64)$$

$$\Phi_{2,1}=\Phi_2-\Phi_1,\ \Psi_{1,2}=\Psi_1-\Psi_2,\ \Lambda_{\nu,r}=I_{\nu,r}-L_{\nu,r},\ \nu=0,1, \qquad (2.65)$$

$$\Phi_i=\int_0^{p_m r_i} xI_1(x)dx,\ \Psi_i=\frac{\pi}{2}-\int_0^{p_m r_i} xK_1(x)dx,\ \delta_k=\frac{I_k W_k}{(r_{2,k}-r_{1,k})(z_{2,k}-z_{1,k})}, \qquad (2.66)$$

$$\sigma_m=\frac{\sin\eta_m}{\eta_m},\ \eta_m=\frac{1}{m\pi(m_{\max}+1)},\ S_m=\frac{2}{lp_m^2}(\sin\tilde{m}z_{2,k}-\sin\tilde{m}z_{1,k}). \qquad (2.67)$$

Модифіковані функції Бесселя $I_\nu(x), K_\nu(x)$ - першого й другого роду порядку $\nu=0,1$, різницева функція Λ_ν й інтеграли від них при дійсному аргументі обчислюються по алгоритмах роботи [58]. У круглих дужках наведених виразів (2.60) – (2.62) верхній рядок відповідає області $a\le r\le r_1$, середній – $r_1\le r\le r_2$, нижній – $r_2\le r\le b$.

Досвід виконання розрахунків магнітного поля трансформаторів і реакторів з використанням однострижневих моделей указує на доцільність застосування деяких спеціальних засобів при розробці ефективних розрахункових програм на ЕОМ. Цілями їх застосування є забезпечення точності й мінімізації часу розрахунків. Розглянемо найбільш істотні із цих засобів.

Використання множників Ланцоша для забезпечення збіжності рядів Фур'є. Чисельна реалізація формул у вигляді рядів Фур'є для розрахунків складових індукції магнітного поля зв'язана зі специфічним для рядів Фур'є явищем Гібса. Воно полягає у своєрідній поведінці ряду на границях, де функція розподілу струмів терпить розриви першого роду, тобто, на

краю обмоток [28]. Якщо число членів ряду невелике m_max=20-30, то в епюрі індукції магнітного поля спостерігаються помітні коливання в обидва боки від дійсної форми. При більших значеннях m_max=200-300 у всіх розрахункових точках умова збіжності виконується й одночасно усуваються коливання епюри індукції. Однак, явище Гібса приводить до позитивного й поруч же до негативного сплеску суми ряду в околі точок, що збігаються з кінцями обмоток. Теоретично це відхилення може досягати 18%.

Ефективним методом для виключення впливу явища Гібса при розрахунках магнітного поля трансформатора і реактора є використання множення класичних коефіцієнтів Фур'є на σ_m – множники Ланцоша [28] $\sigma_m = \sin(\eta_m)/\eta_m$, $\eta_m = m\pi/(m_{\max}+1)$ – див. (2.59), (2.60). Поліпшуючи збіжність рядів, як показали дослідження [17], множники Ланцоша також повністю згладжують згадані коливання епюри поля по висоті обмоток. Тому, в інших точках, крім торців обмоток, припустимо зменшувати число членів ряду, що дозволяє зменшити розрахунковий час при забезпеченні необхідної точності обчислень.

Масштабування спеціальних функцій. При виконанні розрахунків магнітного поля циліндричних моделей у вигляді рядів Фур'є-Бесселя слід скористатися відомим [68] методом обчислення функцій Бесселя у вигляді експонентних множників і відповідних масштабованих функцій, що отримуються множенням дійсних величин на експоненти, що мають відповідний показник.

$$i_\nu(x) = I_\nu(x)E(-x),$$

$$\varphi_\nu(x) = \Phi(x)E(-x) = \left[\int_0^x I_1(z)z\,dz\right]E(-x),\ E(x) = e^x, \qquad (2.68)$$

$$k_\nu(x) = K_\nu(x)E(x),$$

$$\psi_\nu(x) = \Psi(x)E(x) = \left[\frac{\pi}{2} - \int_0^x K_1(z)z\,dz\right]E(x). \qquad (2.69)$$

Указаному способу обчислень сприяє побудова практичних алгоритмів обчислення функцій Бесселя у вигляді добутку відповідних експонент і скінченних рядів степеневих поліномів [58].

Тому доцільно в алгоритмах і в програмах розрахунків записувати операції окремо із цими допоміжними функціями й окремо з експонентами [11]. Це забезпечує стійкість обчислень навіть при великих значеннях аргументів функцій. Зокрема, таке масштабування спеціальних функцій використано у виразах для розрахунків індуктивностей обмоток (6.1) – (6.15) з використанням моделі М-ЗЦ.

Плоскопаралельна замкнена модель М-ЗПП. Використовуючи (2.37) і (2.45), знайдемо:

$$B_{x,t}(x,z) = -\frac{1}{i\omega}\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{m}E_{m,t}(x)\sin\tilde{m}z\,,$$

$$B_{z,t}(x,z) = -\frac{1}{i\omega}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\partial}{\partial x}E_{m,t}(x)\cos\tilde{m}z\,. \qquad (2.70)$$

Застосування даної моделі показано, зокрема, в роботі [13].

Циліндрична модель з нескінченним стрижнем М-НЦ. Із виразів (2.52) і (2.53) знаходимо:

$$B_{r,t}(r,z) = -\frac{1}{i\omega}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda E_{\lambda}(r)(\sin\lambda z - i\cos\lambda z)d\lambda\,,$$

$$B_{z,t}(r,z) = -\frac{1}{i\omega}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rE_{m,t}(r)\right](\cos\lambda z - i\sin\lambda z)d\lambda\,. \qquad (2.71)$$

Плоскопаралельна модель з нескінченним стрижнем М-НПП. Використовуючи (2.54) і (2.55)), знайдемо:

$$B_{x,t}(x,z) = -\frac{1}{i\omega}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda E_{\lambda,t}(x)(\lambda\sin\lambda z - i\cos\lambda z)d\lambda\,,$$

$$B_{z,t}(x,z) = -\frac{1}{i\omega}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial}{\partial x}E_{\lambda,t}(x)(\cos\lambda z - i\sin\lambda z)d\lambda\,. \qquad (2.72)$$

Для частинного випадку моделі з скінченними магнітними проникностями μ_a й μ_b бічних стінок явні вирази для розрахунків складових магнітної індукції мають вигляд [38].

$$B_x(x,z) = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}X_x(x)(S_\lambda\sin\lambda z + C_\lambda\cos\lambda z)\,d\lambda\,, \qquad (2.73)$$

$$B_z(x,z) = \frac{\mu_0}{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{1}{\lambda^2}X_z(x)(S_\lambda\cos\lambda z - C_\lambda\sin\lambda z)\,d\lambda\,, \qquad (2.74)$$

,

$$X_x(x) = D_\lambda\left[k_b(P_\lambda + k_1R_\lambda) + k_a(k_2Q_\lambda + T_\lambda) + \begin{cases} E_\lambda A_\lambda\,, & 0 \le x < x_1, \\ -B_\lambda - A_\lambda^{-1} + 2, & x_1 \le x \le x_2, \\ E_\lambda B_\lambda^{-1}, & x_2 < x \le p, \end{cases}\right. \qquad (2.75)$$

$$X_z(x) = D_\lambda \left[k_b(P_\lambda + k_1 R_\lambda) + k_a(k_2 Q_\lambda + T_\lambda) + \begin{cases} E_\lambda A_\lambda, & 0 \le x < x_1, \\ -B_\lambda + A_\lambda^{-1}, & x_1 \le x \le x_2, \\ -E_\lambda B_\lambda^{-1}, & x_2 < x \le p, \end{cases} \right. \quad (2.76)$$

$$D_\lambda = E_\lambda (1 - k_a k_b e^{-2p})^{-1},\ E_\lambda = 1 - e^{-\lambda(x_2 - x_1)},\ P_\lambda = e^{\lambda(x + x_2 - 2p)}, \quad (2.77)$$

$$R_\lambda = e^{\lambda(x - x_1 - 2p)},\ Q_\lambda = e^{-\lambda(x - x_2 + 2p)},\ T_\lambda = e^{-\lambda(x + x_1)},\ A_\lambda = e^{\lambda(x - x_1)}, \quad (2.78)$$

$$B_\lambda = e^{\lambda(x - x_2)},\ k_a = \frac{\mu_a' - 1}{\mu_a' + 1},\ k_b = \frac{\mu_b' - 1}{\mu_b' + 1},\ \mu' = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad (2.79)$$

$$S_\lambda = j(\sin \lambda z_2 - \sin \lambda z_1), \quad C_\lambda = j(\cos \lambda z_2 - \cos \lambda z_1),$$

$$j = \sqrt{2} I w (x_2 - x_1)^{-1} (z_2 - z_1)^{-1}. \quad (2.80)$$

2.4. Магнітне поле відкритих моделей

Поле відкритої плоскопаралельної моделі. При відсутності бічних феромагнетиків з моделі М-БПП отримуємо відкриту плоскопаралельну модель М-ВПП (рис. 2.2). Приймаючи при визначенні коефіцієнтів $k_{\lambda,a}, k_{\lambda,b}$ по (2.40) параметри бічних стінок $\mu_K' = 1,\ \sigma_K = 0,\ \mu_Q' = 1,\ \sigma_Q = 0$, що відповідає повітряному простору в області бічних стінок, формально отримуємо розв'язок для поля нескінченних прямокутних шин у вигляді інтеграла (2.54).

Відомо, що поле $E_y(x, y)$ в повітрі обмотки з координатами x_1, x_2, z_1, z_2 визначається точними виразами через елементарні функції, які представлені, наприклад, у роботах [29, 39, 44, 65]

$$E_y(x, y) = f(x_1, x_2, z_1, z_2, x, z). \quad (2.81)$$

При цьому поперечна $B_z(x, z)$ складова індукції магнітного поля нескінченної шини з координатами x_1, x_2, z_1, z_2 обчислюється за виразом

$$B_x(x, z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\sqrt{2} I w}{(x_2 - x_1)(z_2 - z_1)} \left\{ \frac{1}{2} \left[(x - x_2) \ln \frac{(x - x_2)^2 + (z - z_2)^2}{(x - x_2)^2 + (z - z_1)^2} - \right. \right.$$

$$- (x - x_1) \ln \frac{(x - x_1)^2 + (z - z_2)^2}{(x - x_1)^2 + (z - z_1)^2} \left. \right] + (z - z_1) \left(arctg \frac{x - x_1}{z - z_1} - arctg \frac{x - x_2}{z - z_1} \right) -$$

$$\left. - (z - z_2) \left(arctg \frac{x - x_1}{z - z_2} - arctg \frac{x - x_2}{z - z_2} \right) \right\}. \quad (2.82)$$

В окремих випадках з (2.82) можна отримати відомі вирази для поля нескінченно тонких вертикальних і горизонтальних обмоток. Так складова B_x поля нескінченно тонкої вертикальної зони $(x_1 = x_2 = x_0)$:

$$B_x(x,z) = \delta\alpha_x, \quad \delta = \frac{\sqrt{2}Iw}{(z_2 - z_1)}, \quad \alpha_x = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{2}\ln\frac{(x-x_0)^2 + (z-z_2)^2}{(x-x_0)^2 + (z-z_1)^2}. \quad (2.83)$$

Складова B_x поля нескінченно тонкої горизонтальної зони $(z_1 = z_2 = z_0)$:

$$B_x(x,z) = \delta\alpha_x, \quad \delta = \frac{\sqrt{2}Iw}{(x_2 - x_1)}, \quad \alpha_x = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(arctg\frac{x-x_1}{z-z_0} - arctg\frac{x-x_2}{z-z_0}\right). \quad (2.84)$$

Розрахунки осьової $B_z(x,z)$ складової виконуються по формулах (2.82) – (2.84) шляхом взаємної заміни радіальних і осьових координат.

Магнітне поле моделі М-ВПП із квадрантами відображень p (рис. 2.2) розраховується як сума полів, що збуджуються струмами реальних обмоток $(p=1)$ і фіктивних обмоток, що отримуються дзеркальним відображенням перших від площини феромагнітних півпросторів [65].

Вісесиметричне поле відкритої циліндричної моделі. Вісесиметричне поле вільних обмоток моделі М-ВЦ (рис. 2.2) може бути досліджено за допомогою нескінченної моделі М-НЦ за умови, що параметрам бічних стінок будуть задані значення, що відповідають повітряному середовищу. Таким чином, поле циліндричної обмотки прямокутного перерізу визначається у вигляді інтеграла Фур'є (2.49). У явному виді цей інтеграл не має, подібно (2.82), виразів в елементарних функціях. У цьому випадку можна скористатися обчисленням поля циліндричної обмотки з координатами r_1, r_2, z_1, z_2 через інтегрування поля одиночного циліндричного витка з координатами r_0, z_0

$$E_\varphi(r,z) = \frac{Iw}{S}\int_{r_1}^{r_2}\int_{z_1}^{z_2}\widetilde{E}_\varphi(r_0, z_0, r, z)\,dr_0\,dz_0, \quad (2.85)$$

де [44]

$$\widetilde{E}_\varphi = -i\omega\mu_0\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{r_0}{r}}\left[\left(\frac{4}{k} - 2k\right)K(x) - \frac{4}{k}E(x)\right], \quad (2.86)$$

$$k^2 = \frac{4r_0 r}{(r_0 + r)^2 + (z_0 - z)^2}$$

Інтеграл (2.85) може бути розрахований, наприклад, за допомогою квадратур Гауса [27]. Практична ефективність обчислень суттєво підвищується якщо поле циліндричної обмотки представити у вигляді суми двох полів

$$E_\varphi(r,z)=E_y(x\equiv r,z)+\frac{Iw}{S}\int_{r_1}^{r_2}\int_{z_1}^{z_2}\left[\widetilde{E}_\varphi(r_0,z_0,r,z)-\widetilde{E}_y(x_0\equiv r_0,z_0,x\equiv r,z)\right]dr_0\,dz_0 \quad (2.87)$$

де $\widetilde{E}_y$ - поле в точці $x\equiv r,z$ нескінченно тонкого провідника з координатами $x_0\equiv r_0,z_0$.

При цьому основною частиною є поле $E_y(x\equiv r,z)$ плоскопаралельної обмотки з координатами $x_1=r_1$, $x_1=r_2$, z_1, z_2, яке визначається точним виразом (2.83). Друге поле визначається як додаткове, яке враховує кривизну моделі й при його обчисленні чисельним інтегруванням можуть бути використані квадратури зі зменшеним числом вузлів.

Складові індукцій магнітного поля циліндричного витка з координатами r_0,z_0 з урахуванням (2.86) обчислюються з використанням еліптичних функцій [44]

$$B_\nu(r,z)=\delta\widetilde{\alpha}_\nu,\ \ \nu=r,z,\ \ \delta=\sqrt{2}Iw, \quad (2.88)$$

$$\widetilde{\alpha}_r=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{\Delta_1}\left[\frac{r_0^2-r^2-(z_0-z)^2}{\Delta_2}E(x)+K(x)\right],\ x=1-4\frac{r_0 r}{\Delta_1}, \quad (2.89)$$

$$\widetilde{\alpha}_z=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{1}{\Delta_1}\frac{(z-z_0)}{r_0}\left[\frac{r_0^2+r^2-(z_0-z)^2}{\Delta_2}E(x)-K(x)\right], \quad (2.90)$$

$$\Delta_1=\left[(r_0+r)^2+(z_0-z)^2\right]^{0.5},\ \Delta_2=\left[(r_0-r)^2+(z_0-z)^2\right]^{0.5}. \quad (2.91)$$

Складові індукції магнітного поля нескінченно тонких зон обчислюються за коефіцієнтами α_ν

$$B_\nu(r,z)=\delta\alpha_\nu,\ \ \delta=\sqrt{2}Iw,\quad \nu=r,z, \quad (2.92)$$

які визначаються інтегруванням коефіцієнтів циліндричного витка $\widetilde{\alpha}_\nu$ по довжині, відповідно, вертикальних (В) $(r_1=r_2=r_0)$ і горизонтальних (Г) $(z_1=z_2=z_0)$ зон

$$\alpha_{\nu,\mathrm{B}}=\int_{z_1}^{z_2}\widetilde{\alpha}_\nu\,dz,\ \alpha_{\nu,\Gamma}=\int_{r_1}^{r_2}\widetilde{\alpha}_\nu\,dr. \quad (2.93)$$

Інтеграли у виразах (2.93), як і в інших подібних випадках, можуть бути обчислені інтегруванням по методу Гауса [27]

$$\int_a^b F(\lambda)d\lambda=0.5(b-a)\sum_{i=1}^{I}F(n_i)A_i,\ n_i=0.5(b+a)-0.5(b-a)u_i. \quad (2.94)$$

При цьому значення вузлів u_i і коефіцієнтів A_i визначаються по таблицях [27] залежно від їхнього числа I.

При значній різниці в межах інтегрування a й b практичним способом є розбивка загального інтервалу на трохи менші $t = 1,...,T$:

$$\int_a^b F(\lambda)d\lambda = \sum_{t=1}^{T}\int_{a_t}^{b_t} F(\lambda)d\lambda, \quad a_1 = a, \quad b_T = b. \qquad (2.95)$$

При розрахунках складових індукції обмотки із скінченними розмірами прямокутного перерізу з перевищенням її висоти відносно ширини замість подвійного інтегрування, наприклад, згідно (2.85), така обмотка розбивається в радіальному напрямку на k елементарних вертикальних зон, так, щоб $\frac{(r_2 - r_1)}{t(r_2 + r_1)} \le 0.1$. Поле розраховується як сума полів нескінченно тонких зон, розташованих у середині елементарних k зон. Аналогічно роблять із обмоткою з вираженим радіальним розміром, застосовуючи сумування полів горизонтальних зон.

При обчисленнях (2.93) також може бути застосовано, аналогічно (2.87), обчислення поля у вигляді суми полів плоских шин і добавок на кривизну.

При наявності горизонтальних феромагнітних півпросторів розрахункової моделі по рис. 2.2, вони враховуються методом дзеркальних відображень.

2.5. Визначення магнітного поля моделей з дискретними феромагнетиками

Розрахунки індукції магнітного поля з використанням розрахункових моделей з дискретними феромагнетиками проводиться із застосуванням методу вторинних джерел, який засновано на можливості заміни феромагнітних частин еквівалентними об'ємними і поверхневими струмами намагнічування [45], розподіл яких необхідно визначити, наприклад, методом інтегральних рівнянь [46 – 48]. Порівняння розрахунків і вимірів магнітного поля трансформаторів і реакторів показує, що в більшості режимів можуть не враховуватися нелінійні властивості феромагнітних частин конструкції і у розрахункових моделях вони можуть бути представлені дискретними елементами прямокутного перерізу із скінченними значеннями магнітної проникності. Для деталей з конструкційної сталі також можна не враховувати їх електричну провідність. Такі розрахункові елементи заміняють металеві пресувальні кільця, феромагнітні стінки ярмових балок, магнітні шунти, частини шихтованих вставок у стрижнях реакторів. У цьому випадку об'ємні струми намагнічування відсутні. При цих умовах задача полягає в розрахунках вторинних струмів, розподілених по

поверхні дискретних феромагнетиків. Метод зведення інтегральних рівнянь до системи алгебраїчних при розрахунках магнітного поля в кусково однорідному середовищі досить докладно викладено у роботах [46 – 48].

Магнітне поле плоскопаралельної моделі з дискретними феромагнетиками. Представимо практичний алгоритм обчислення складових індукції магнітного поля, особливості якого використовують ряд факторів, властивих розрахунковим моделям трансформаторів і реакторів. Основний підхід полягає у виділенні основної частини магнітного поля, що збуджується намагнічуючими силами в обмотках і в обчисленні додаткового поля, яке формується під впливом дискретних феромагнетиків.

Результуюче магнітне поле моделі М-ДФПП обчислюється по методу вторинних джерел і представляється як сума первинного поля обмоток і поля вторинних джерел, розташованих на поверхнях дискретних елементів розрахункової моделі [14, 17]

$$B = B^0 + B^\delta . \tag{2.96}$$

Первинне поле $B^0(x, y)$ розраховується по точних аналітичних виразах (2.82) за заданими струмами в обмотках, у тому числі, при необхідності, з врахуванням зовнішніх феромагнітних півпросторів шляхом відображення у відповідні квадранти $p = 1,..., P$ відкритої моделі М-ВПП (рис. 2.2). При розрахунках в умовах замкненого феромагнітного прямокутного паза з ідеальними горизонтальними феромагнітними півпросторами й бічних стінок із скінченними значеннями магнітних проникностей первинне поле може бути обчислено також по виразах для замкненої моделі М-ЗПП.

Додаткове поле $B^\delta(x, y)$ визначається методом інтегральних рівнянь, як поле вторинних струмів, які розташовані на ізотропних поверхнях із скінченними значеннями магнітних проникностей дискретних феромагнетиків $f = 1,..., F$. При цьому наявність зовнішніх феромагнітних поверхонь може бути врахована методом відображень.

Практичний алгоритм розрахунків вторинних струмів полягає в наступному [14, 17]. Поверхня контуру дискретного феромагнетика за номером f розбивається на елементарні ділянки $i = 1,..., N_f$. Ділянки нумеруються від лівого нижнього кута феромагнетика в напрямку проти годинникової стрілки. Таким чином обрано позитивний напрямок дотичної до контуру феромагнетика в правій декартовій системі координат. Координати початку й кінця елементарної ділянки позначимо x_i, z_i й x_{i+1}, z_{i+1}. Позначимо як q_i розрахункову точку в середині i - ділянки і як δ_i - лінійну щільність вторинного струму на цій ділянці. Тобто по контурах феромагнетиків розподіл щільності вторинного струму є кусково-постійною функцією.

Складові $t = x, z$ індукції вторинного магнітного поля в точках q_l (в області обмоток, на поверхнях контурів дискретних феромагнетиків) визначаються сумою полів вторинних струмів

$$B_t^{\delta}(q_l) = \sqrt{2}\sum_{f=1}^{F}\sum_{i}^{N_f}\delta_i\left(\alpha_{t,i,l} - \begin{cases} 0, & q_l \notin q_i \\ \dfrac{\mu_0}{2}\gamma_{t,i}, & q_l \in q_i \end{cases}\right), \qquad (2.98)$$

$$\alpha_{t,i,l} = \sum_{p=1}^{9}\alpha_{t,i,l,p}\,,\ \gamma_{t,i} = \frac{t_i - t_{i+1}}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (z_i - z_{i+1})^2}}\,,\ t = x, z\,. \qquad (2.99)$$

Коефіцієнти $\alpha_{t,i,l}$ визначають t-складові індукції магнітного поля в точці q_l від елементарної обмотки із щільністю вторинного струму δ_i й розраховуються по відомих формулах (2.83), (2.84) для нескінченно тонких обмоток $B_t = \sqrt{2}\delta\alpha_t$. Коефіцієнти $\gamma_{t,i}$ визначають напрямні косинуси.

Підсумовування в (2.99) по індексу p означає, що i-обмотка розташовується не тільки по контуру реального $p = 1$, але й на фіктивному $p > 1$ феромагнетику, який отримано дзеркальним відображенням від поверхні p квадранта розрахункової моделі. Коефіцієнти відображення визначаються проникністю відповідних феромагнітних півпросторів $k_p = \dfrac{\mu_p' - 1}{\mu_p' + 1}$. Для внутрішньої області $k_{p=1} = 1$.

За законом повного струму для контуру елементарної обмотки із щільністю лінійного струму δ_i знаходимо на її поверхні дотичну складову індукції магнітного поля $B_{\tau,i}^{\delta} = \sqrt{2}\mu_0\delta_i / 2$, яка з боку феромагнетика додається з полем B_{τ}^{δ} усіх інших вторинних струмів, у тому числі й відображених i-обмоток $B_{\tau}^{\delta} + B_{\tau,i}^{\delta}$, а з боку повітря поле визначається різницею $B_{\tau}^{\delta} - B_{\tau,i}^{\delta}$ (дивись другий член виразу (2.98)). Для результуючого поля $B^0 + B^{\delta}$ повинна виконуватися рівність дотичних складових напруженості магнітного поля в точках q_i на поверхнях f-феромагнетиків з відносною магнітною проникністю μ_f'

$$\left(B_{\tau}^0 + B_{\tau}^{\delta} + B_{\tau,i}^{\delta}\right)/\,\mu_f' = B_{\tau}^0 + B_{\tau}^{\delta} - B_{\tau,i}^{\delta}\,. \qquad (2.100)$$

Дотичне первинне поле обчислюється через складові індукції магнітного поля й напрямні косинуси

$$B^0_{\tau,i} = \gamma_{x,i} B^0_{x,i} + \gamma_{z,i} B^0_{z,i}. \qquad (2.101)$$

Так як первинне поле відомо, то співвідношення (2.100) дозволяє одержати для визначення вторинних струмів систему рівнянь, яку зручно формувати по блоках дискретних феромагнетиків

$$\begin{cases} A_{1,1}\vec{\delta}_1 + ... + A_{1,\nu}\vec{\delta}_\nu + ... + A_{1,F}\vec{\delta}_F = \vec{B}^0_{\tau,1} \\ ... \\ A_{f,1}\vec{\delta}_1 + ... + A_{f,1}\vec{\delta}_\nu + ... + A_{f,f}\vec{\delta}_f + ... + A_{f,F}\vec{\delta}_F = \vec{B}^0_{\tau,f} \\ ... \\ A_{F,1}\vec{\delta}_1 + ... + A_{F,\nu}\vec{\delta}_\nu + ... + A_{F,F}\vec{\delta}_1 = \vec{B}^0_{\tau,F} \end{cases} \qquad (2.102)$$

де $\vec{B}^0_{\tau,f}$ – вектор дотичних складових первинного поля в точках q_i, $\vec{\delta}_f$ – вектор невідомих вторинних струмів на f -феромагнетику.

Коефіцієнти матриць $A_{f,\nu}$, що визначають вплив δ_j струмів f -феромагнетика на поле в точках q_i феромагнетика номер ν обчислюються

$$a_{ij} = -\sqrt{2}\sum_{p=1}^{9}\left(\gamma_{x,i}\alpha_{x,i,j,p} + \gamma_{z,i}\alpha_{z,i,j,p}\right)k_p + \\ + \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \sqrt{2}\,\dfrac{\mu_0}{2}\,\dfrac{\mu'_f + 1}{\mu'_f - 1}, & i = j,\ f = \nu,\ p = 1 \end{cases}. \qquad (2.103)$$

Порядок системи (2.102) при ретельній дискретизації вторинних джерел на поверхні розрахункових елементів реальних конструкцій трансформаторів і реакторів може досягати десятків тисяч.

Приведемо опис алгоритму формування системи (2.102), який дозволяє ефективно виконувати розв'язок системи методом блокової ітерації. При сучасних потужних засобах обчислювальної техніки така проблема не є актуальною, але є корисною при обмежених обчислювальних ресурсах.

Використовується допущення, яке обґрунтовано для більшості випадків конструкції силових трансформаторів тим, що дискретні феромагнетики розташовані один від другого на досить великій відстані. Отже, взаємний вплив вторинних струмів на кожному з дискретних феромагнетиків проявляється більшою мірою, ніж вплив струмів віддалених один від другого феромагнетиків. Тому матриця коефіцієнтів при невідомих значеннях щільності вторинних струмів повинна формуватися зі збереженням прина-

лежності їх до окремих дискретних елементів. Це дозволяє одержати матрицю системи з діагональним розташуванням максимальних коефіцієнтів і використовувати для її розв'язку метод блокової ітерації.

У деякому наближенні номер n, знехтуємо взаємним впливом феромагнетиків, тобто приймемо рівними нулю коефіцієнти матриць $A_{f,\nu}$, $f \neq \nu$. Одержимо F систем виду

$$A_{f,f}\vec{\delta}_{f,n} = \vec{b}_{f,n},\ f = 1,...,F. \qquad (2.104)$$

Для першого наближення права частина рівняння (2.104) визначається первинним полем $\vec{b}_{f,n=1} = \vec{B}^0_{\tau,f}$. Знайшовши обернені матриці $A^{-1}_{f,f}$, розв'язки систем (2.104) одержимо множенням

$$\vec{\delta}_{f,n} = A^{-1}_{f,f}\vec{b}_{f,n}. \qquad (2.105)$$

Скориставшись матрицями $A_{f,\nu}$, $f \neq \nu$, розрахуємо «поле нев'язок», яке створюється на поверхнях феромагнетиків на наближенні n струмами всіх інших елементів

$$\vec{b}_{f,n+1} = -\sum_{\nu=1}^{F} A_{f,\nu}\vec{\delta}_{f,n},\ \nu \neq f. \qquad (2.106)$$

Якщо тепер це поле підставляти в праві частини систем (2.104), то одержимо додаткові значення струмів $(n+1)$-наближення й нові $(n+2)$ величини «поля нев'язок». Вказаний ітераційний процес повторюється до моменту виконання деякої умови збіжності. Так як система лінійна, то шукане значення вторинних струмів визначається сумою струмів N ітерацій

$$\vec{\delta}_f = \sum_{n=1}^{N}\vec{\delta}_{f,n}. \qquad (2.107)$$

Розрахунки показали, що умовою збіжності може бути досягнення деякої малої величини ε, яка є відношенням найбільшого вторинного струму зі знайдених на останній ітерації номер N до найбільшого сумарного струму одного з елементів $\max\delta_{i.N} / \max\delta_j \leq \varepsilon$. Число ітерацій при розрахунках магнітного поля реальних конструкцій трансформаторів не перевищує 4-6 при значенні $\varepsilon = 0.005$.

Магнітне поле циліндричної моделі з дискретними феромагнетиками. Магнітне поле моделі М-ДФЦ також доцільно представити у вигляді суми первинного поля й поля вторинних джерел (2.96).

Використовуючи відкриту модель М-ВЦ, знаходимо радіальну $\lambda = r$ й осьову $\lambda = z$ складові індукції первинного поля $\widetilde{B}_\lambda$ в розрахункових точках $p^{(o)}$ по висоті твірних обмоток (загальне число точок позначимо $N^{(o)}$).

Додаткове поле B^δ визначається вторинними струмами на поверхнях $f = 1,...,F$ дискретних феромагнетиків з урахуванням горизонтальних феромагнітних півпросторів методом відображень тільки у вертикальні квадранти.

2.6. Застосування однострижневої циліндричної моделі до синтезу сил намагнічування випробувального трансформаторного пристрою

Функціональні можливості замкненої моделі М-ЗЦ забезпечили можливість постановки й розв'язку спеціальної задачі – синтезу розподілу сил намагнічування в обмотках спеціального полегшеного трансформаторного пристрою, який застосовується для перевірки стійкості обмоток потужних трансформаторів на вплив радіальних зусиль короткого замикання [18].

Зазначений випробувальний пристрій [37] складається із двох обмоток без магнітної системи. Ескіз пристрою і розрахункової моделі показано на рис. 2.3.

Внутрішня випробовувана (ВО) 1 і зовнішня збуджувальна (ЗО) 2 обмотки в осьовому напрямку фіксуються через верхню 3 і нижню 4 кінцеві ізоляції пресувальними плитами 5, які стягуються вертикальними шпильками 6. Для зменшення потужності, необхідної при проведенні випробувань на електродинамічному стенді, радіальний канал між обмотками зменшується в порівнянні з каналом у реальному трансформаторі. Конструктивно й технологічно ВО виконується ідентичною обмотці трансформатора. Збуджувальна обмотка проектується на менший клас напруги, ніж реальна трансформаторна обмотка вищої напруги. Для спрощення виготовлення горизонтальні канали між котушками ЗО виконуються однаковими.

Відсутність магнітної системи, зменшення каналу розсіювання між обмотками, зміна будови ЗО приводить до того, що магнітне поле, а отже і електромагнітні сили в ВО не цілком відповідають тим значенням, які ця обмотка має в умовах трансформатора.

На середині висоти обмоток розподіл осьової складової індукції поля розсіювання в випробувальному пристрої $B_z^Y(r, h/2)$ має перехід через нуль у межах радіального розміру ВО (рис. 2.4). Відповідні до цього переходу радіальні зусилля розтягання можуть становити 5...10 %, зменшуючи зусилля стиску, які визначають один з основних показників – радіальну стійкість обмотки. Це викликає необхідність розрахункового довизначення результатів випробувань.

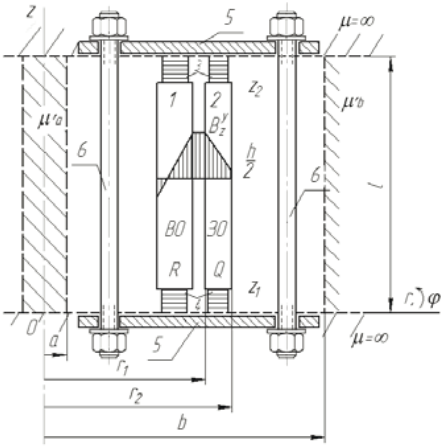


Рис. 2.3

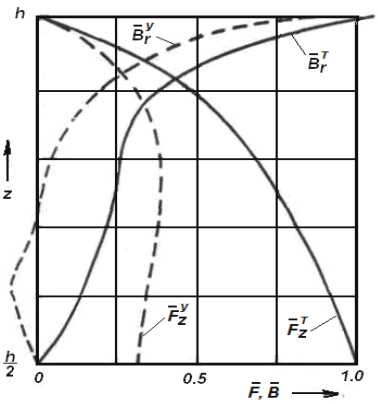


Рис. 2.4

Поява розтягувальних зусиль компенсують збільшенням струму у ЗО так, щоб сумарні зусилля стиску й розтягання в ВО дорівнювали зусиллям стиску в умовах трансформатора.

Однак радіальна стійкість обмоток суттєво залежить і від осьових зусиль, обумовлених насамперед розподілом радіальної складової індукції магнітного поля по висоті обмоток. На рис. 2.4 представлено розподіли середньої по радіальному розміру ВО радіальної складової поля $\overline{B}_r^T$ для умов автотрансформатора потужністю 125 МВА (суцільна лінія), у випробувальному пристрої при рівномірному намотуванні ЗО $\overline{B}_r^Y$ (штрихова лінія) і відповідні до цих полів осьові зусилля F_z^T й F_z^Y. Значна відмінність осьових зусиль приводить до заниження критичних радіальних сил для ВО, що не дозволяє з необхідною достовірністю скористатися результатами випробувань для оцінки електродинамічної стійкості обмоток трансформатора. Одним зі способів забезпечення тотожності електромагнітних навантажень в ВО й обмотці реального трансформатора є синтез магнітного поля в ВО перерозподілом щільності ампер-витків по перерізу ЗО.

Для умов трансформатора відомий розподіл середніх значень радіальної й осьової складових магнітної індукції в області випробовуваної обмотки

$$\overline{B}_\gamma^T(z_R) = \frac{1}{\Delta_R}\int_{r_{1,R}}^{r_{2,R}} B_\gamma(r,z)dr, \quad \gamma = r,z \tag{2.108}$$

де $\Delta_R = r_{2,R} - r_{1,R}$; $z_R \in (z_{1,R}, z_{2,R})$; $r_{2,R}, r_{1,R}$ - радіальні, $z_{1,R}, z_{2,R}$ - осьові координати перерізу R ВО.

Нехай на підставі конструктивних, технологічних і умов випробуван-

ня обрано радіальні $r_{2,Q}, r_{1,Q}$ й осьові $z_{1,Q}, z_{2,Q}$ розміри перерізу ЗО. Обчислимо поле, яке створюється окремо випробовуваною обмоткою в умовах пристрою $\overline{B}^{Y}_{\gamma,R}(z_R)$, $\gamma = r,z$. Задача полягає у визначенні такого розподілу щільності струму у ЗО $\delta(Q)$, щоб створене цим струмом поле $\overline{B}^{Y}_{\gamma,Q}(z_R)$ в області R в сумі із власним полем ВО було рівне полю в умовах трансформатора

$$\overline{B}^{Y}_{\gamma,R}(z_R) + \overline{B}^{Y}_{\gamma,Q}(z_R) = \overline{B}^{T}_{\gamma}(z_R), \quad \gamma = r,z . \tag{2.109}$$

При визначенні поля в трансформаторі й в пристрої скористаємося замкненою циліндричною розрахунковою моделлю М-ЗЦ. Обмотки з розмірами r_1, r_2, z_1, z_2 розташовані в циліндричному пазу (на рис. 2.3 показано штриховими лініями). Внутрішній феромагнітний циліндр радіусом a і зовнішній радіусом b мають скінченні значення відносної магнітної проникності μ'_a й μ'_b ($\mu' = \mu/\mu_0$, μ_0 - магнітна проникність повітря). Верхня й нижня стінки паза утворені віддаленими на відстань l феромагнітними площинами із $\mu = \infty$. Щільність струму в обмотках не залежить від кутової координати φ. Для випробувального пристрою без магнітної системи приймається, що $\mu'_a = \mu'_b = 1$, а положення горизонтальних стінок відповідає феромагнітним пресувальним плитам.

При зазначених умовах має місце крайова задача для рівняння Пуассона щодо збуджуючого струмом $\delta(r',z')$, $(r',z' \in S)$ векторного магнітного потенціалу $A_\varphi(r,z)$. У якості граничних умов приймаються умови рівності нулю дотичної складової індукції магнітного поля $B_r = 0$ при $z = 0, l$, умови неперервності B_z і A_φ на стінках $r = a,b$, умови регулярності при $r \to 0$ й $r \to \infty$. Розв'язок задачі є частинним випадком загального розв'язку для однострижневої циліндричної моделі М-ЗЦ, розглянутої в підрозділі 2.5 і визначається з використанням функції Гріна [23]

$$A_\varphi(r,z) = \int_S \delta(r',z') G(r,z,r',z') ds . \tag{2.110}$$

Складові магнітної індукції визначаються згідно виразу (2.1) зі співвідношень

$$B_r(r,z) = \frac{\partial}{\partial z} A_\varphi(r,z); \; B_z(r,z) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r A_\varphi\,(r,z)\right]. \tag{2.111}$$

Підставляючи (2.110) і (2.111) в (2.109), одержуємо інтегральні рівняння, що зв'язують шукану функцію розподілу щільності струму у ЗО $\delta(Q)$ і відому різницю полів в ВО

$$\frac{1}{\Delta_R}\int_{r_{1,R}}^{r_{2,R}}\int_{Q}\delta(r',z')\frac{\partial}{\partial z}G(r,z,r',z')dQdr=\overline{B}_r^T(z)-\overline{B}_{r,R}^Y(z)\,;\quad(2.112)$$

$$-\frac{1}{\Delta_R}\int_{r_{1,R}}^{r_{2,R}}\int_{Q}\delta(r',z')\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rG(r,z,r',z')\right]dQdr=\overline{B}_z^T(z)-\overline{B}_{z,R}^Y(z)\,,\ r,z\in R\,,$$

$$r',z'\in Q\,.\quad(2.113)$$

Враховується, що обмотки силових трансформаторів звичайно виконуються у вигляді котушок з рівномірною по радіальному розміру Δ щільністю намотування провідників: тобто $\delta(r',z')=\Delta\delta(z')$. Кожна котушка або група котушок з однаковими каналами між ними можуть бути виділені в окремі зони з рівномірною щільністю ампер-витків k -ої зони

$$\delta_k=\frac{I_kW_k}{(r_{2,k}-r_{1,k})(z_{2,k}-z_{1,k})}\,.\quad(2.114)$$

Для зниження порядку інтегрального рівняння додатково врахуємо, що інтегрування (2.108) складових індукції по радіальному розміру обмотки з достатнім ступенем точності може бути замінене підсумовуванням

$$\overline{B}_r=\frac{B_{r,1}+4B_{r,2}+B_{r,3}}{6}\,,\ \overline{B}_z=\frac{B_{z,1}+B_{z,2}+B_{z,3}}{3}\quad(2.115)$$

де $B_{\gamma,1}$, $B_{\gamma,2}$, $B_{\gamma,3}$ - складові індукції в точці z_R відповідно на внутрішній $r_{1,R}$, зовнішній $r_{3,R}$ і середній $r_{2,R}=(r_{1,R}+r_{3,R})/2$ твірних ВО. Тому, приймаючи, що розподіл щільності струму у ЗО є кусково-постійним у вигляді K зон із щільністю δ_k (2.114), заміняючи інтегрування (2.108) на підсумовування (2.115) і використовуючи метод колокацій, систему інтегральних рівнянь (2.112), (2.113) приводимо до системи алгебраїчних рівнянь

$$\left\|\begin{matrix}\rho_rA_r\\ \rho_zA_z\end{matrix}\right\|\vec{\delta}=\left\|\begin{matrix}\rho_r\overline{B}_r\\ \rho_z\overline{B}_z\end{matrix}\right\|\quad(2.116)$$

де $A_r(N,K)$, $A_z(N,K)$ − дійсні матриці рангу N. Число точок колокацій $n=1,...,N$ по висоті ВО в загальному випадку більше числа зон $k=1,...,K$ у ЗО $N\ge K$, ρ_r і ρ_z - вагові коефіцієнти до складових індукції. Вектори правої частини $\vec{B}_r=B_r(N)$ й $\vec{B}_z=B_z(N)$ обчислюються по різниці індукцій

$$B_{r,n}=\overline{B}_r^T(z_n)-\overline{B}_{r,R}^Y(z_n)\,,\ B_{z,n}=\overline{B}_z^T(z_n)-\overline{B}_{z,R}^Y(z_n)\,.\quad(2.117)$$

Елементи матриці A_r й A_z визначаються виразами (2.115):

$$a_{r,n,k}=\frac{b_{r,1,n,k}+4b_{r,2,n,k}+b_{r,3,n,k}}{6},\ a_{z,n,k}=\frac{b_{z,1,n,k}+b_{z,2,n,k}+b_{z,3,n,k}}{3} \qquad (2.118)$$

де $b_{\gamma,\nu,n,k}$ - радіальна $\gamma=r$ й осьова $\gamma=z$ складові індукції в точках z_n на $\nu=1,2,3$ твірних ВО, що збуджуються одиничним струмом k-ої зони ЗО $(I_kW_k/S_k=1)$. При розрахунках коефіцієнтів $a_{r,n,k}$, $a_{z,n,k}$ використовуються вирази для складових індукції, які отримуються при інтегруванні (2.110) в межах k-ої зони.

Розв'язок перевизначеної системи (2.116) виконується методом найменших квадратів. Визначається такий вектор $\vec{\delta}$, що $\left\|\vec{B}-A\vec{\delta}\right\|=\min\left\|\vec{R}\right\|$, де $\left\|\vec{R}\right\|$ - евклідова норма вектора $\vec{R}$. Розподіл шуканої щільності $\vec{\delta}$ залежить від способу формування правої частини $\vec{B}$ та від прийнятої системи розбивки ЗО на K зон. Якщо синтезується одна зі складових магнітного поля (один з вагових коефіцієнтів дорівнює нулю), то норма вектора $\left\|\vec{R}\right\|$ прямує до нуля при $K\to N\to\infty$. Однак, при цьому, отриманий вектор $\vec{\delta}$ буде мати різко осцилюючі знакозмінні складові, що не відповідає конструктивним можливостям виконання ЗО. Конкретні розміри обмоток, розподіл індукції $\vec{B}$ вимагають чисельних досліджень по знаходженню оптимуму між N,K і складовими вектора $\vec{\delta}$, які можуть бути реалізовані при виготовленні ЗО. Аналогічними дослідженнями встановлюються параметри ЗО при одночасному синтезі обох складових індукції. Однак, у цьому випадку мають місце «неув'язки» поля, як для $\vec{B}_r$, так і для $\vec{B}_z$.

На рис. 2.5, 2.6 представлено результати досліджень, отримані при створенні пристрою для випробувань обмотки середньої напруги автотрансформатора потужністю 125 МВА.

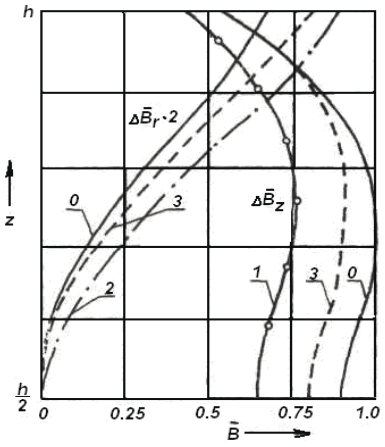


Рис. 2.5

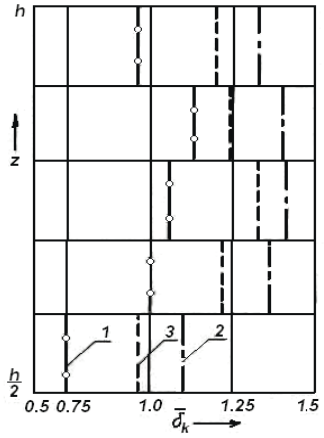


Рис. 2.6

Лініями 0 на рис.2.5 показані різниці осьової і радіальної складових індукції в ВО в умовах трансформатора і власної індукції ВО в умовах моделі $\Delta\overline{B}_r = \overline{B}_r^T - \overline{B}_{r,R}^Y$, $\Delta\overline{B}_z = \overline{B}_z^T - \overline{B}_{z,R}^Y$. При точному синтезі радіальної індукції $\overline{B}_{r,Q} = \Delta\overline{B}_r$ $(\rho_r = 1, \rho_z = 0)$ одержуємо, в порівнянні з необхідним $\Delta\overline{B}_z$, занижені значення осьової індукції - лінія 1. Лінією 2 позначена радіальна індукція при точному синтезі осьової індукції $\overline{B}_{z,Q} = \Delta\overline{B}_z$ $(\rho_r = 0, \rho_z = 1)$. Отримане значення радіальної індукції перевищує необхідне значення $\Delta\overline{B}_r$. Результати одночасного «компромісного» синтезу обох складових магнітної індукції показано пунктирними лініями 3. Відповідні до цих випадків розподіли щільності ампер-витків у ЗО показано на рис. 2.6. За одиницю прийнято середню щільність у ЗО при повних ампер-витках, рівних ампер-виткам ВО. Виготовлено й випробувано два комплекти обмоток нижчої й середньої напруги автотрансформатора потужністю 125 МВА [18]. Обмотки успішно витримали випробування на електродинамічному стенді, що стало підтвердженням стійкості трансформатора до зусиль короткого замикання.

2.7. Розрахунки магнітного поля однострижневих моделей

Для розрахунку магнітного поля трансформаторів і реакторів розроблено ряд програм, які використовуються в РПС [20]. Покажемо їхню роботу з використанням відповідних пре - і постпроцесорів. Так, програма **МРТОРР** використовує відкриту плоскопаралельну розрахункову модель трансформатора М-ВПП. Стрижні, ярма МС враховуються методом дзеркальних відображень.

На рис.2.7 показано побудований з використанням графічного постпроцесора ескіз розподілу щільності ампер-витків по висоті двох обмоток силового трансформатора. Зазначений розподіл сил намагнічування використовується для аналізу осьових сил короткого замикання [67].

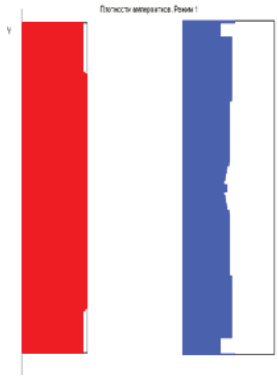


Рис.2.7

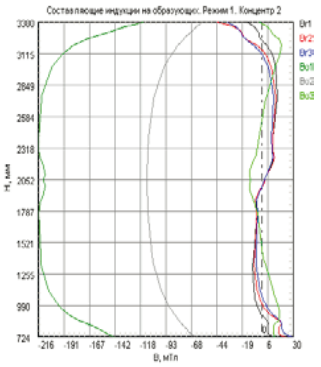


Рис.2.8

На рис.2.8 наведено розподіл осьової і радіальної складових індукції за трьома розрахунковими твірними обмотки 2 при врахуванні методом дзеркального відображення лише поверхні стрижня МС.

Модель М-ВПП використовується в програмі **RST** розрахунку втрат в обмотках і електродинамічної стійкості обмоток. Тому програма **RST** забезпечує виведення ескізів і графіків подібно до рис. 2.7, 2.8.

Крім того по перерізу розрахункового вікна моделі формуються зображення у вигляді двовимірних функцій розподілу радіальної і осьової складових індукції магнітного поля розсіювання. На рис. 2.9 у вигляді поверхні показано розподіл поперечної складової індукції магнітного поля по осі OX (по ширині розрахункового вікна) і по осі OY (по його висоті). На рис. 2.10 цей же розподіл показано у вигляді ізопараметричного зображення.

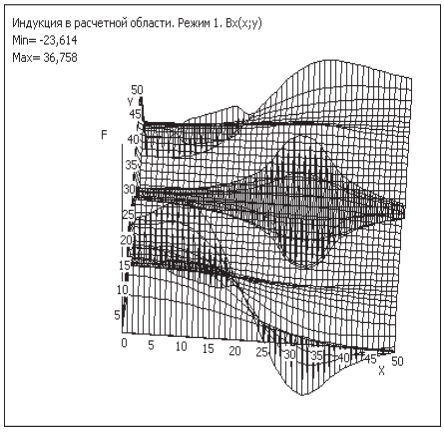


Рис. 2.9

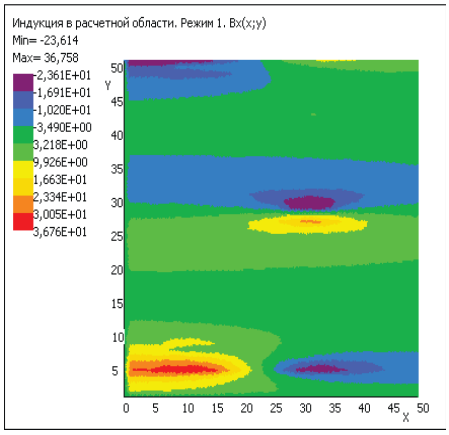


Рис. 2.10

Так само представляється (рис. 2.11, 2.12) розподіл осьової складової магнітного поля − так званий «будиночок» в області головного каналу розсіювання.

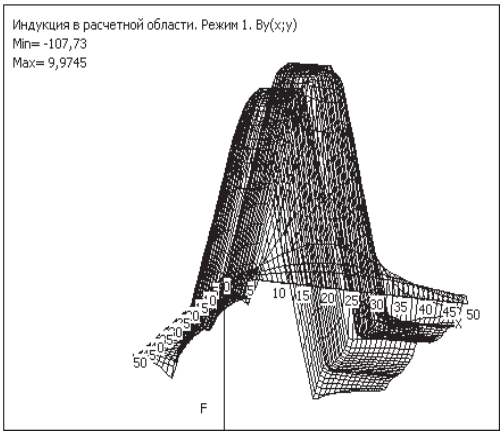


Рис. 2.11

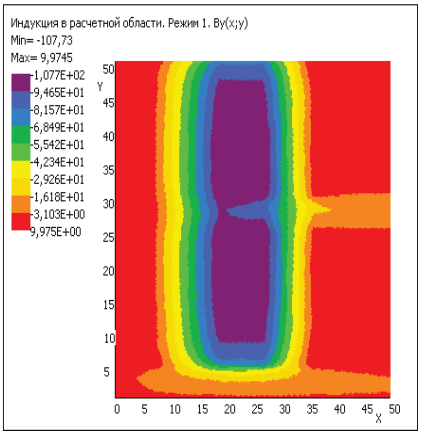


Рис. 2.12

Процесор забезпечує огляд двомірного розподілу осьового (подібно й радіального) поля з довільної точки спостереження, тобто довільне обертання зображення.

Разом із програмою **MPTOPP** працює програма **MPTDFP**, яка забезпечує обчислення магнітного поля в обмотках і на поверхні деталей конструкцій з використанням плоскопаралельної розрахункової моделі трансформатора з дискретними феромагнетиками М-ДФПП.

Так, при включенні в модель елементів, які представляють феромагнітні кільця над обмотками та шунтів під обмотками, отримуємо модель, ескіз якої показано на рис. 2.13, результати розрахунку – на рис. 2.14.

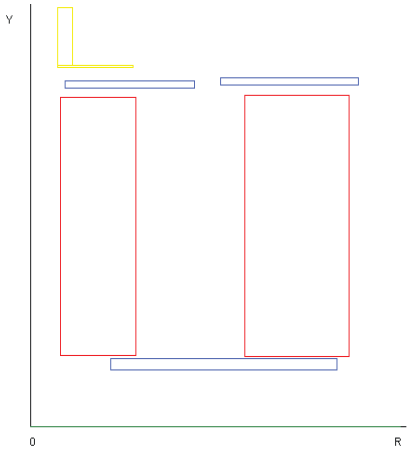


Рис. 2.13

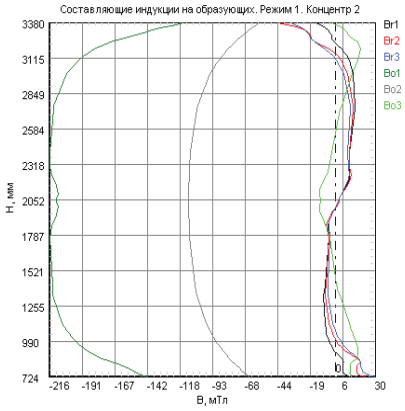


Рис. 2.14

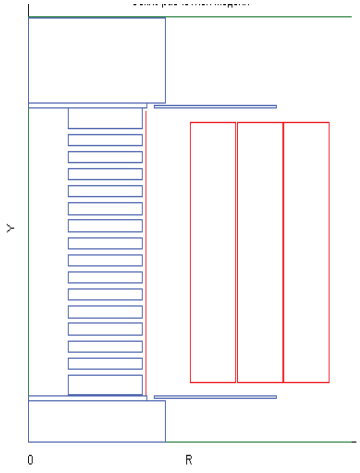


Рис.2.15

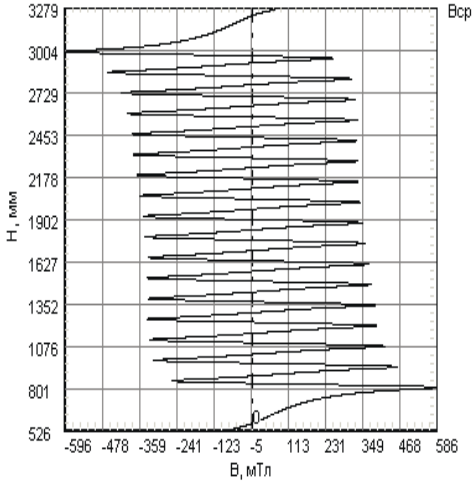


Рис. 2.16

У розрахунковій моделі реактора (рис. 2.15) розподіл радіальної складової магнітної індукції на поверхні стрижня (рис. 2.16) має максимальні значення в районі торців обмотки, що визначає локальні втрати і нагріви на краю смуг електростатичного екрану (див. підрозділ 9.7).

Для циліндричної моделі з дискретними феромагнетиками М-ДФЦ розрахунку шунтувальних реакторів із проміжками в стрижні розроблена програма **MPR**. Магнітне поле замкнених та відкритих циліндричних моделей М-ЗЦ, М-ВЦ вираховується за допомогою програми **RLI**.

Зазначені програми розрахунків магнітного поля **MPT**, **MPR**, **RLI** інтегровані із програмою **RST** з метою подальшого визначення втрат у котушках обмоток та електродинамічної стійкості при дії аварійних струмів.

2.8. Визначення інтегральних характеристик магнітного поля в обмотках

Отримані вирази для складової напруженості електричного поля $E_\varphi(r,z)$, а також осьової $B_z(r,z)$ і радіальної $B_r(r,z)$ складових індукції магнітного поля для замкненої М-ЗЦ або нескінченної М-НЦ циліндричних моделей дозволяють в аналітичному виді визначити інтегральні параметри поля в області обмоток**.**

Так власні $L_{i,i}\ (i=j)$ і взаємні $L_{i,j}\ (i\neq j)$ індуктивності i й j циліндричних обмоток прямокутного перерізу S, із числом витків w і струмом I можуть бути отримані інтегруванням

$$L_{i,j}=-\frac{2\pi}{\sqrt{-1}\,\omega}\frac{w_i}{S_i}\frac{1}{I_j}\int_{S_i}E_{\varphi,j}(r,z)\,r\,dr\,dz \qquad (2.119)$$

де $E_{\varphi,j}(r,z)$ визначається через (2.6), (2.48).

Більш детально розрахунки індуктивностей і розподілу струмів у розрахункових моделях трансформаторів і реакторів представлено в розділі 6.

Радіальні F_r й осьові F_z зусилля, що діють на обмотку з рівномірним по ширині і з нерівномірним по осьовій координаті z розподілом щільності струму $j_\varphi(z)$, будуть

$$F_r=2\pi\int_S j_\varphi(z)B_z(r,z)\,r\,dr\,dz\,, \qquad (2.120)$$

$$F_z=2\pi\int_S j_\varphi(z)B_r(r,z)\,r\,dr\,dz\,. \qquad (2.121)$$

При цьому складові індукції магнітного поля визначаються виразами (2.57), а в окремому випадку для моделі М-НЦ із скінченними значеннями магнітних проникностей бічних феромагнетиків, по виразах (2.58) – (2.67).

Розрахунок сил в обмотках трансформаторів і реакторів на підставі магнітного поля замкненої циліндричної моделі М-ЗЦ і відкритої плоскопаралельної моделі М-ВПП виконується в ПМК **RST**.

Література до розділу 2.

1. Береза В.Л., Иванков В.Ф. Методика и алгоритм программы ускоренного расчета магнитного поля трансформатора. *Электротехника*. 1976. № 4. С. 9-11.
2. Березовский А.А., Нижник Л.П. Электромагнитное поле в проводящем канале с проводящими стенками. В сб.: Краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР, 1971. С. 52-76.
3. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
4. Бики М.А. Расчет магнитного поля трансформаторов и реакторов методом интегральных уравнений. Электротехника. 1974. № 4. С. 6-12.
5. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М.: Энергия, 1970. 376 с.
6. Борю Н.В., Калайда Г.И., Кошель С.А. Расчет на ЭЦВМ «Урал-1» поля рассеяния силового трансформатора с учетом влияния ферромагнитных конструкций. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1966. Вып. 271. С. 7-9.
7. Бунин А.Г., Конторович Л.Н. Расчет импульсных напряжений обмотках трансформаторов с учетом влияния магнитопровода. Электричество. 1975. № 7. С. 50-54.
8. Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. М.: Изд–во иностр. лит., 1961. 712 с.
9. Городецкая Г.М., Борю Н.В., Иванков В.Ф. Моделирование магнитных полей рассеяния крупных силовых трансформаторов на сеточных моделях. М.: Рукопись деп. в ОВНИИЭМ, № 732-Д. 1975. 17 с.
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1100 с.
11. Иванков В.Ф. Исследование плоскомеридианных полей рассеяния трансформаторов и реакторов. В сб.: Электроэнергетика и магнитная гидродинамика. Киев: Техніка, 1974. С. 121-128.
12. Иванков В.Ф. Каналюк В.Л. Расчет магнитной индукции, вихревых токов и потерь в немагнитной ярмовой балке силового трансформатора. Техническая электродинамика. 1987. № 6. С. 34-40.

13. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля плоскопараллельной модели трансформатора методом Фурье. В кн.: Теоретическая электротехника и электроника. Киев: Техніка, 1976. С. 142-145.
14. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля рассеяния трансформаторов с учетом дискретных ферромагнитных элементов конструкции. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансфор., силовые конденсаторы. 1979. Вып. 12 (104). С. 1-4.
15. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля, потерь в баках трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2005. № 1 (10). С. 91-104.
16. Иванков В.Ф. Расчет осесимметричного поля рассеяния трансформаторов и реакторов на ЭВМ «Минск-22». В сб.: Линейные краевые задачи математической физики. Киев: ИМ АН УССР, 1973. С. 25-34.
17. Иванков В.Ф. Численно–аналитические методы расчета магнитного поля силовых трансформаторов : дис. … канд. техн. наук: 05.09.01 / Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1980. 163 с.
18. Иванков В.Ф., Кириллов В.М. Синтез магнитного поля трансформаторного устройства. Техн. электродинамика. 1988. № 1. С. 15-20.
19. Иванков В.Ф., Моисеенко И.М., Циер Г.И. Минимизация времени расчета на ЭЦВМ магнитного поля трансформатора. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1976. Вып. 8 (64). С. 9-10.
20. Іванков В.Ф. Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
21. Кириллов В.М. Электромагнитные исследования и конструирование трансформаторов для резкопеременных нагрузок : дис. … канд. техн. наук: 05.09.01 / Запорожье: ВИТ, 1990. 196 с.
22. Колесников Э.В. Расчет плоскомеридианного поля рассеяния катушки со стальным сердечником // Изв. ВУЗов. Электромеханика. 1969. № 1. С. 11-19.
23. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
24. Костюк Э.Н. Вычисление модифицированных цилиндрических функций комплексного аргумента. В кн.: Кибернетика и вычислительная техника. Вып. 17. К.: Институт кибернетики АН УССР. 1972. С. 58-78.

25. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. Киев: Наукова думка, 1989. 224 с.
26. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электромагнитное поле в проводящем канале с проводящими стенками. В сб.: Краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР. 1971. С. 76-108.
27. Крылов В.И., Шульга Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. М.: Наука, 1966. 372 с.
28. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М.: Физматгиз, 1961. 524 с.
29. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
30. Лурье С.И., Савельев М.П., Хубларов Н.Н. Подготовка и контроль исходных данных и представление результатов в новой программе расчета поля рассеяния трансформаторов на ЭЦВМ «Минск-22». Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсат.. 1971. Вып. 6. С. 17-21.
31. Мастрюков Л.А. Вопросы проектирования шунтирующих реакторов большой мощности : дис. …канд. т. наук: 230 / М.: ВЭИ, 1968. 208 с.
32. Марквардт Е.Г. Электромагнитные расчеты трансформаторов. М.-Л.: ОНТИ, 1938. 135 с.
33. Наяшков И.С., Карасев В.В. Расчет поля рассеяния трансформаторов. Вестник электропромышленности. 1963. № 4. С. 8-13.
34. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Кириллов В.М. Особенности электромагнитных расчетов и конструкции трансформаторов с резкопеременными нагрузками. Киев : Институт математики АН УССР, 1988. 36 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 88.36).
35. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Романенко Р.В. Численно аналитические методы расчета электромагнитного поля трансформатора. Киев : Институт математики АН УССР, I978. 55 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 76.21).
36. Нижник Л.П., Кравченко А.Н, Иванков В.Ф. Методы определения квазистационарного магнитного поля в присутствии массивных проводящих тел. Киев: Институт математики АН УССР, 1985. 15 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 85.80).
37. Облегченное устройство для электродинамических испытаний полноразмерных обмоток мощных трансформаторов / Ю.С. Конов, Н. Н. Хубларов, В. Ю. Горшунов, Л. В. Сергеев. Электрические станции. 1984. № 12. С. 45-48.
38. Особенности электромагнитного расчета тягового трансформатора с регулированием напряжения на стороне высшего напряжения /

М.Ю. Виногреев, Т.М. Витренко, В.Ф. Иванков, Г.И. Калайда. Техническая электродинамика. 1985. № 2. С. 78-85.

39. Петров Г.Н. Трансформаторы. Том 1. Основы теории. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1934. 446 с.
40. Подольцев А.Д., Конторович Л.Н. Численный расчет электрических токов, магнитного поля и электродинамических сил в силовом трансформаторе в аварийных режимах с использованием Matlab/Simulink и Comsol. Технічна електродинаміка. 2011. № 5. С. 3-10.
41. Расчет бегущего электромагнитного поля в слоистой проводящей среде / И.М. Постников, Л.П. Нижник, А.А. Березовский, А.Н. Кравченко. Электричество. 1965. С.1-7.
42. Романенко Р.В. Расчет осесимметричного поля рассеяния трансформаторов. В сб.: Линейные краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР. 1975. С. 49-60.
43. Руководящий документ РД16 800.414-88. Трансформаторы силовые. Расчет магнитного поля / И.Д. Воеводин, В.В. Боднар, В.Л. Береза, В.Ф.Иванков. Запорожье: ВИТ, 1977. 68 с.
44. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. 616 с.
45. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975. 296 с.
46. Тозони О.В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. Киев: Техніка, 1967. 252 с.
47. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. Киев: Техніка, 1974. 352 с.
48. Циер Г.И., Щербак Ю.С. Расчет поля рассеяния трансформаторов с применением малых ЭЦВМ. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1972. Вып. 10 (19)-11 (20). С. 20-21.
49. Электромагнитный расчет трансформаторов и реакторов из фольги / М.Ю. Виногреев, И.Б. Григоров, В.Ф. Иванков, О.Н. Степенко. Техническая электродинамика. 1983. № 6. С. 21-26.
50. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М.: Наука, 1964. 344 с.
51. Adam J., Kulda J., Krizanovska M. Berechnung von Transformator-Kurzschlusskraften mit Hilfe einer Digital-Rechenmaschine. Acta technika. CSAV. 1965. N 1. S. 58-73.
52. Brandes D. Der Einflus eines kreiszylindrischen Eisenkerns auf das magnetische Feld einer rotationssymmetrischen, koaxialen Wicklungsanornund. Archiw fur Elektrotechnik. 1967. Bd. 51. H. 3. S. 155-175.
53. Christoffel M., Kuster A. Methoden zur Berechnung von Kurzschluskraften in Transformatorenwicklungen mit Hilfe von Digitelen Reigen maschinen. BBC Mitteilungen. 1961. Bd. 48. N 5/6. S. 321-328.

54. Kmoch M., LisenkoV. Vypocet nekterych charakteristik transformatotu na cislovem pocitaci. Electrotechnicky obzor. 1972. N 4. S. 190-199.
55. Kulda J. Streuinduktivitat eines Transformators mit Legenwicklungen. Acta technika. CSAV. 1973. N 4. S. 303-326.
56. Kulikowski J.F. Metoda obliczania sil osiowych w transformatorach przystosowana do zaprogramowania ns maszyne cyfrowa. Archiwum elektrotechniki. 1964. Tom 13. N 4. S. 773-795.
57. Kuster A. Berechnung von Bessel- und verwandten Funktion mit Digitalrechnern. Brown-Boweri-Mitteilungen. 1961. Bd.48. N 5/6. S. 296-301.
58. Pirktl K. Digitalen Berechnung von elektromagnetischen Feldern in Transformatoren. BBC Mitteilungen. 1965. Bd. 52. N 11-12. S. 813-820.
59. Rabins L. Transformer reactance calculation with digital computer. AIEE Transactions. 1956. Vol. 75. Pt 1. P. 261-267.
60. Rogowski W. Uber das Streufeld und den Streuinduktionskoeffizienten eines Transformators mit Scheibenwicklungen und geteilten Ednspulen. VDI. Mitteilungen uber Forschungsarbeiten. 1909. H. 71. S. 1-36.
61. Roth E. Analitical study of the leakage field in transformers and of the mechanical forces acting on the windings. Revue generale l'electricite. 1927. 23. P. 773-778.
62. Roth E. Inductance due aux faites magnetiques dans les tranformateurs a bobines cylindriques et efforts exerie sur les enroulements. Revue generale l'electricite. 1936. T. 40. N 9. P. 259-268.
63. Torseke L., Pirktl E. Calculation of power transformer design characteristics with a digital computer. ASEA Research. 1961. N 6. P. 5-27.
64. Turowski J. Electrodynamika techniczna. Warshawa: WNT, 1993. 362 p.
65. Vencovsky J. Vypocet napeti nakratko a zkratovuch sil transformatory na samocinnem pocitaci. Electrotechnicky obzor. 1964. N 2. S. 58-64.
66. Waters M. The Short–Circuit Strength of Power Transformers. London: Macdonald & Co. (Publishers) Ltd, 1966. 157 p.
67. Witt D. Berechnung dar Kurzschluskrafte in Transformatorenwicklungen auf dem programmgesteuerten Rechenautomaten ZRA-1. Electric. 1963. H. 12. S. 397-401.

АНАЛІТИЧНІ ТРИВИМІРНІ МОДЕЛІ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТРАНСФОРМАТОРА

Для уточнених розрахунків втрат в обмотках, у баках, в ярмових балках і т.п. трансформаторів і реакторів необхідно застосування просторових розрахункових моделей електромагнітного поля. У даному розділі представлено тривимірні розрахункові моделі трансформатора без бака і з баком, що допускають спеціальні чисельно-аналітичні методи розв'язку відповідних крайових задач [3, 6, 7, 9, 10], а також моделі, що ґрунтуються на просторово-часовій суперпозиції магнітних полів окремих стрижнів трансформаторів і реакторів [2, 3].

3.1. Опис чисельно-аналітичних тривимірних моделей трансформатора без бака і з баком

Для вивчення магнітного поля багатострижневої просторової (тривимірної) моделі трансформатора без бака розглядається спрощена модель (рис. 3.1), у якій магнітна система представлена двома паралельними феромагнітними півпросторами, що з'єднані між собою феромагнітними стрижнями кругового перерізу з осями, перпендикулярними до границь півпросторів. На стрижнях, концентрично їм, розташовуються обмотки зі струмом. Магнітна проникність стрижнів і феромагнітних півпросторів вважається нескінченною. Вертикальний переріз моделі показано на рис.3.2.

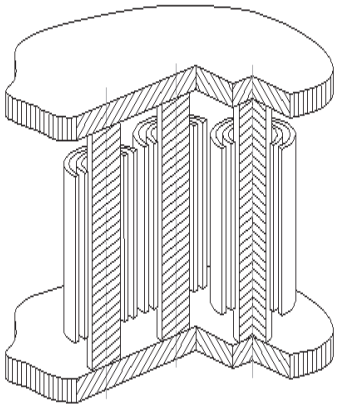


Рис. 3.1

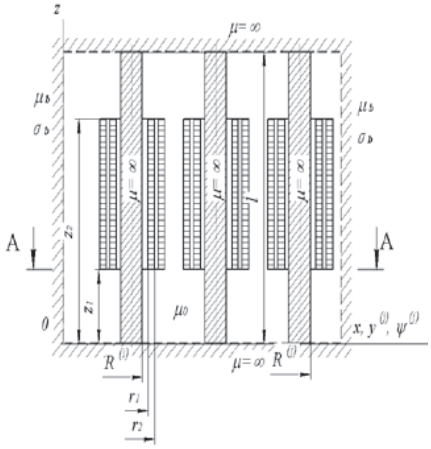


Рис.3.2

Враховуючи малу глибину проникнення електромагнітної хвилі у феромагнетик, товщину бака можна вважати нескінченною, а бак представляти у вигляді чотирьох провідних стінок. Доповнюючи багатострижневу модель трансформатора без бака по рис. 3.1, 3.2 зазначеною моделлю прямокутного бака, отримаємо модель трансформатора із прямокутним баком – рис.3.3 (переріз А-А на рис.3.2).

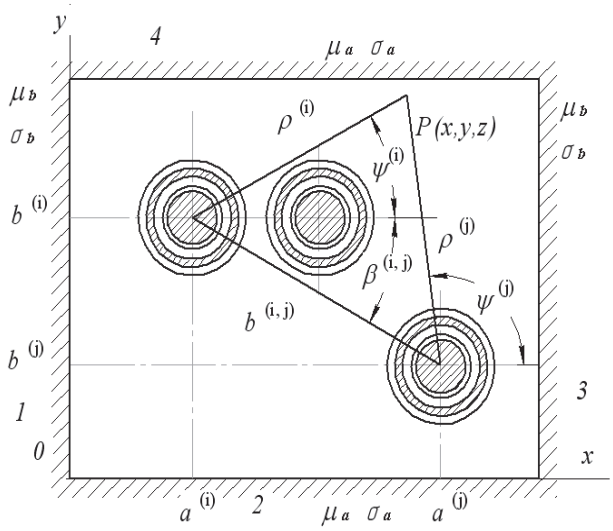


Рис. 3.3

Магнітне поле моделі трансформатора без бака може бути представлено у вигляді суми двох спеціальних полів. Перше, так зване скомпенсоване поле всіх стрижнів, а друге – деяке додаткове безвихрове поле трансформатора без бака.

Скомпенсоване поле визначається так, щоб воно було рівне нулю поза крайніми обмотками кожного стрижня. Тому воно автоматично задовольняє крайові умови на поверхні всіх стрижнів.

При цьому, додаткове поле моделі трансформатора без бака визначається з умови, що величина його дотичної складової на поверхні кожного зі стрижнів магнітної системи відома і рівна зі знаком мінус значенню дотичної (осьової) складової скомпенсованого поля відповідного стрижня.

Магнітне поля трансформатора із прямокутним баком вивчається шляхом виділення скомпенсованого поля кожного стрижня й додаткового безвихрового магнітного поля, що враховує взаємний вплив бака й стрижнів магнітної системи.

3.2. Скомпенсоване вісесиметричне поле окремого стрижня і безвихрове поле поза системою феромагнітних циліндрів.

При розгляді тривимірного магнітного поля трансформатора, стрижні магнітної системи якого мають нескінченну магнітну проникність, а сумарні ампер-витки обмоток дорівнюють нулю, корисним є представлення поля окремого стрижня у вигляді суми поля, яке дорівнює нулю поза зовнішньою обмоткою, і деякого безвихрового поля поза стрижнем магнітної

системи. Перше поле будемо називати скомпенсованим полем, а друге – додатковим безвихровим полем стрижня.

З визначення додаткового безвихрового поля ясно, що аналітичні вирази для нього збігаються з аналітичними виразами реального поля обмоток окремого стрижня поза зовнішньою обмоткою. Інакше кажучи, додаткове безвихрове поле можна розрахувати по формулах (2.58) – (2.67), якщо в них вважати r, що змінюється у межах від поверхні стрижня з радіусом a до ∞. Скомпенсоване поле дорівнює різниці між реальним полем і додатковим безвихровим полем і тому може бути визначено по вказаних формулах. Крім того, скомпенсоване поле задовольняє тим же рівнянням Максвелла і граничним умовам на горизонтальних площинах $z = 0, l$, що й реальне поле. На поверхні ж стрижня з радіусом $a = R$ скомпенсоване поле має осьову складову напруженості магнітного поля, рівну зі зворотним знаком осьовій складовій додаткового безвихрового поля на поверхні стрижня магнітної системи. Явний вираз для нього можна отримати із формул (2.58) – (2.67), якщо врахувати, що для даного випадку

$$a = R, \quad \mu_a = \infty, \qquad \mu_b = \mu_0 , \tag{3.1}$$

а коефіцієнти (2.64) приймають значення

$$k_{0,a} = 0, \quad k_{0,b} = 0, \quad k_{m,a} = I_0(\tilde{m}R) / K_0(\tilde{m}R), \quad k_{m,b} = 0, \; \tilde{m} = m\pi / l . \tag{3.2}$$

Таким чином, складові додаткового безвихрового поля одного стрижня з $k = 1,...,K$ обмотками визначаються виразами

$$B_r(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m \, K_1(\tilde{m}r) / K_0(\tilde{m}R) \sin \tilde{m}z , \tag{3.3}$$

$$B_z(r,z) = \sum_{m=1}^{\infty} C_m \, K_0(\tilde{m}r) / K_0(\tilde{m}R) \cos \tilde{m}z , \tag{3.4}$$

$$C_m = \sum_{k=1}^{K} j_{m,k} \frac{\mu_0}{\tilde{m}} \left[K_0(\tilde{m}R) \int_{r_{1,k}}^{r_{2,k}} I_1(\tilde{m}r') r' \, dr' + I_0(\tilde{m}R) \int_{r_{1,k}}^{r_{2,k}} K_1(\tilde{m}r') r' \, dr' \right]. \tag{3.5}$$

3.3. Безвихрове поле поза системою феромагнітних циліндрів

Нехай поза деякою системою феромагнітних циліндрів з паралельними осями, що спрямовані уздовж осі $0Z$, потрібно визначити безвихрове електромагнітне поле, періодичне уздовж осей, за відомими значеннями тангенціальної складової магнітного поля на поверхнях цих циліндрів.

Математично задача зводиться до розв'язку рівняння $rot\overline{H} = 0$ із заданими значеннями $\overline{H}_{\tau}^{(i)}$ на поверхні $Ц^{(i)}$ i - того циліндра ($i = 1,2,...,T$, T - число стрижнів).

Точки в площині, перпендикулярній осі $0Z$, будемо характеризувати полярними координатами кожного стрижня $\left(\rho^{(i)}, \psi^{(i)}\right)$. Кути $\psi^{(i)}$ відраховуються від осі $0X$ в декартовій системі координат – рис. 3.3.

Для безвихрового поля можна ввести скалярний потенціал Φ, тобто покласти

$$B = \mu H = -grad\,\Phi . \tag{3.6}$$

Беручи до уваги, що $div\,B = 0$, отримуємо, що скалярний потенціал Φ задовольняє рівняння

$$\Delta\Phi = 0 . \tag{3.7}$$

Нехай $2l$ - період поля уздовж осі $0Z$. Будемо вважати, що на поверхнях циліндрів дотична складова містить лише складову поля уздовж осі $0Z$, не залежить від кутової полярної координати і представимо її у вигляді ряду Фур'є

$$B_z\Big|_{Ц^{(i)}} = B_z^{(i)}\left(\rho^{(i)}, z\right) = \sum_{m=1}^{\infty} B_{z,m}^{(i)} \cos\tilde{m}z , \quad \tilde{m} = \frac{m\pi}{l} . \tag{3.8}$$

Це дозволяє, використовуючи (3.6), визначити значення скалярного потенціалу на поверхні циліндрів

$$\Phi_{\Big|Ц^{(i)}} = -\int_0^z B_z^{(i)}\left(\rho^{(i)}, z\right)dz = \sum_{m=1}^{\infty} b_m^{(i)} \sin\tilde{m}z\Big|_{\rho^{(i)} \in Ц^{(i)}} . \tag{3.9}$$

Так, як поле періодичне уздовж осі $0Z$, то скалярний потенціал можна представити у вигляді

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(x, y)\sin\tilde{m}z . \tag{3.10}$$

Підставляючи (3.10) в (3.7) – (3.9), одержуємо відносно Φ_m першу крайову задачу для рівняння Гельмгольца в площині поза системою кіл $\left(\rho(i) \geq R^{(i)}\right)$

$$\Delta\Phi_m - \left(\tilde{m}\right)^2 \Phi_m .=0, \tag{3.11}$$

$$\Phi_m\Big|_{Ц^{(i)}} = b_m^{(i)}\Big|_{\rho^{(i)}=R^{(i)}}, \qquad \left|\Phi_m\right|_{\rho^{(i)}\to\infty} \to 0. \tag{3.12}$$

Розв'язок рівняння (3.11), що допускає розділення змінних у полярних координатах кожного з кіл $\left(\rho^{(i)}, \psi^{(i)}\right)$, являє собою добуток тригонометричних функцій від кутів $\left[\sin n\psi^{(i)},\ \cos n\psi^{(i)}\right]$ на функції Бесселя від $\rho^{(i)}$ $\left[I_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right),\ K_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\right]$. Тому розв'язок задачі (3.11), (3.12) будемо шукати у вигляді суми розв'язків, що допускають розділення змінних у системах координат кожного i-го стрижня. При цьому, у силу (3.12), функції $I_n(x)$, що ростуть на нескінченності, відкидаємо. Припускаючи, що центри системи викинутих кіл розташовані на осі $0X$, непарну функцію $\sin n\psi^{(i)}$ також відкидаємо. Таким чином, розв'язок крайової задачі для безвихрового поля поза циліндричними стрижнями має вигляд

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m(x, y)\sin \tilde{m}z, \tag{3.13}$$

де

$$\Phi_m(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{T} B_{n,m}^{(i)} K_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)}. \tag{3.14}$$

Прирівнюючи значення скалярного потенціалу (3.13) до відомих значень Φ на поверхні кожного зі стрижнів (3.9), знаходимо

$$\sum_{i=1}^{T}\sum_{n=0}^{\infty} B_{n,m}^{(i)} K_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}(x,y)\right)\cos n\psi^{(i)}(x,y) = \begin{cases} b_m^1, & x, y \in Ц^{(1)}, \\ \ldots & \\ b_m^T, & x, y \in Ц^{(T)}, \end{cases} . \tag{3.15}$$

Для визначення постійних $B_{n,m}^{(i)}$ скористаємося методом гармонійного балансу. Для цього рівність (3.15) помножимо на $\cos\rho^{(i)}\psi^{(i)}$ $\left(\rho^{(i)} = 0,1,2,...;\ i = 1,...,T\right)$ і проінтегруємо по кутах. Після виконання зазначеної процедури отримуємо систему рівнянь щодо коефіцієнтів $B_{n,m}^{(i)}$

$$\pi\left(1+\delta_{\rho^{(i)},0}\right)B_{n,m}^{(i)}\, K_{\rho^{(i)}}\left(\tilde{m}\rho^{(i)}(x,y)\right) +$$

$$+\sum_{j\neq i}^{T}\sum_{n=0}^{\infty} B_{n,m}^{(i)} \int_0^{2\pi} K_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}(x,y)\right)\cos n\psi^{(i)}(x,y)\cos\rho^{(i)}(x,y)\psi^{(i)}(x,y)\, d\psi^{(i)} = \tag{3.16}$$

$$= b_m^{(i)} 2\pi\delta_{\rho^{(i)},0};\ \ x, y \in Ц^{(i)},\ \ i = 1,...,T;\ \ j \neq i,$$

де $\delta_{\rho^{(i)},0}$ – символ Кронекера.

Систему (3.16) запишемо в наступному виді

$$B^{(i)}_{\rho^{(i)},m} + \sum_{j\neq i}^{T}\sum_{n=0}^{\infty} B^{(i)}_{n,m}\, d^{(j)}_{n,\rho^{(i)},m} = \delta_{\rho^{(i)},0}\, \widetilde{b}^{(i)}_{\rho^{(i)},m} \quad , \quad i = 1,...,T \quad , \tag{3.17}$$

де позначено

$$\begin{aligned} d^{(j)}_{n,\rho^{(i)},m} &= z^{-1}_{\rho^{(i)}} \sum_{j\neq i}^{T}\sum_{n=0}^{\infty} B \int_{0}^{2\pi} K_n\left(\widetilde{m}\rho^{(i)}(x,y)\right)\cos n\psi^{(i)}(x,y)\cdot \\ &\cdot\cos\rho^{(i)}(x,y)\psi^{(i)}(x,y)\, d\psi^{(i)}, \quad x,y \in Ц^{(i)}, \\ \widetilde{b}^{(i)}_{\rho^{(i)},m} &= z^{-1}_{\rho^{(i)}}\, 2\pi\, b^{(i)}_{m}, \quad z^{-1}_{\rho^{(i)}} = \pi\left(1+\delta_{\rho^{(i)},0}\right) K_{\rho^{(i)}}\left(\widetilde{m}R^{(i)}\right). \end{aligned} \tag{3.18}$$

Зв'язок між декартовими й полярними координатами дається наступними співвідношеннями

$$\begin{aligned} \rho^{(i)}(x,y) &= \sqrt{\left(x-a^{(i)}\right)^2 + \left(y-b^{(i)}\right)^2}\ , \psi^{(i)}(x,y) = arctg\frac{y-b^{(i)}}{x-a^{(i)}}, \\ \rho^{(j)}(x,y) &= \sqrt{\left(R^{(j)}\right)^2 + \left(b^{(j)}\right)^2 - 2R^{(j)}b^{(j)}\cos\left(\psi^{(i)}(x,y) - \beta^{(ij)}\right)}, \\ \psi^{(j)}(x,y) &= \beta^{(ij)} + \arcsin\frac{R^{(j)}\sin\left(\psi^{(i)}(x,y) - \beta^{(ij)}\right)}{\rho^{(j)}(x,y)}, \\ b^{(ij)} &= \sqrt{\left(b^{(j)}-b^{(i)}\right)^2 + \left(a^{(j)}-a^{(i)}\right)^2}\ , \qquad \beta^{(ij)}(x,y) = arctg\frac{b^{(j)}-b^{(i)}}{a^{(j)}-a^{(i)}}. \end{aligned} \tag{3.19}$$

Інтеграли, що входять у вирази (3.18), можуть бути визначені одним із чисельних способів.

Таким чином розв'язок крайової задачі (3.11) - (3.12) зводиться до визначення з нескінченної системи алгебраїчних рівнянь (3.17) постійних інтегрування $B^{(i)}_{n,m}$, що дозволяє за допомогою виразів (3.13) - (3.14) визначити скалярний потенціал поза системою циліндричних стрижнів.

3.4 Магнітне поле багатострижневої моделі трансформатора без бака

У п. 3.3 викладено метод знаходження безвихрового поля поза системою феромагнітних циліндрів по відомій величині дотичної складової поля на їхній поверхні. Це дає можливість визначити додаткове безвихро-

ве поле трансформатора без бака, тому що його значення на поверхнях магнітної системи відомо (рівне зі знаком мінус значенню скомпенсованого поля стрижня). Опускаючи проміжні викладення й прийнявши $\tilde{m} = m\pi / l$, приведемо кінцеві вирази

$$B_x(x,y,z) = -\sum_{i=1}^{T}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} B_{n,m}^{(i)}\left(\rho^{(i)}\right)^{-2}\left\{-\left(x-a^{(i)}\right)\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)K_{n+1}\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)} + \right.$$

$$\left. + nK_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\left[\left(x-a^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)} + \left(y-b^{(i)}\right)\sin n\psi^{(i)}\right]\right\}\sin\tilde{m}z\,, \qquad (3.20)$$

$$B_y(x,y,z) = -\sum_{i=1}^{T}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} B_{n,m}^{(i)}\left(\rho^{(i)}\right)^{-2}\left\{-\left(y-b^{(i)}\right)\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)K_{n+1}\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)} + \right.$$

$$\left. + nK_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\left[\left(y-b^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)} + \left(x-a^{(i)}\right)\sin n\psi^{(i)}\right]\right\}\sin\tilde{m}z\,, \qquad (3.21)$$

$$B_z(x,y,z) = -\sum_{i=1}^{T}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} B_{n,m}^{(i)}\,\tilde{m}\,K_n\left(\tilde{m}\rho^{(i)}\right)\cos n\psi^{(i)}\cos\tilde{m}z\,. \qquad (3.22)$$

Зауважимо, що коли розглядається трансформатор без бака із стрижнями, що мають нескінченну магнітну проникність, то вираз для Φ необхідно представляти у вигляді інтеграла Фур'є

$$\Phi(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\Phi}(x,y,\lambda)e^{i\lambda z}d\lambda\,. \qquad (3.23)$$

Розв'язок отриманої при цьому крайової задачі для $\tilde{\Phi}$ знаходиться аналогічно задачі, що розглянута в п. 3.3. Представлення безвихрового поля у вигляді інтеграла Фур'є є ефективним коли осьові розміри обмоток набагато менше осьових розмірів розрахункової моделі трансформатора.

Розгляд реальної конструкції потужних силових трансформаторів дозволяє дещо спростити методику практичного розрахунку магнітного поля трансформатора без бака. При розрахунку поля в області обмоток становить інтерес врахування впливу властивостей феромагнітного тіла сусідніх стрижнів і обмоток зі струмом, розташованих на них. З фізичних міркувань можна припустити, що при великій відстані між обмотками досліджуваного стрижня й сусідніми стрижнями, поле наближено може бути визначене як сума полів однострижневих вісесиметричних або плоскопаралельних моделей.

З більшим ступенем точності поле багатострижневого трансформатора без бака визначається за допомогою двохстрижневої моделі. Поле в обмотках якого-небудь стрижня в основному підпадає під вплив сусіднього стрижня тільки в прилеглій області. Це підтверджують, наприклад, експериментальні дослідження [8].

Таким чином, задача визначення магнітного поля зводиться до розрахунку тривимірного безвихрового поля для частинного випадку, коли кількість стрижнів $T = 2$. Розглянемо більш докладно розв'язок систем (3.16), (3.17) у цьому випадку. Для скорочення запису введемо наступні позначення

$$B_{p,m} = B^{(1)}_{\rho^{(1)},m},\ B_{q,m} = B^{(2)}_{\rho^{(2)},m},\ p = \rho^{(1)},\ \ q = \rho^{(2)}.$$

Для цього випадку розв'язок системи (3.17) представимо у вигляді

$$B_{p,m} = \widetilde{b}^{(1)}_{p,m}\, x_{p,m} + \widetilde{b}^{(2)}_{p,m}\, y_{p,m}, \tag{3.24}$$

$$D_{q,m} = \widetilde{b}^{(1)}_{q,m}\, y_{q,m} + \widetilde{b}^{(2)}_{q,m}\, x_{q,m}, \qquad p = q = 0,1,2,...; \quad m = 1,2,...,$$

де $x_{p,m}$, $y_{q,m}$ задовольняють наступній системі рівнянь

$$x_{p,m} + \sum_{n=0}^{\infty} y_{n,m}\, d^{(1)}_{n,p,m} = \delta_{p,0}\,, \tag{3.25}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x_{n,m}\, d^{(2)}_{n,q,m} + y_{q,m} = 0, \qquad p = q = 0,1,2,...; \quad m = 1,2,...$$

Надалі, враховуючи, що у звичайних конструкціях силових трансформаторів переріз сусідніх стрижнів однаковий, тобто $R^{(1)} = R^{(2)} = R$ (для бічних ярем це виконується приблизно), а їх осі розташовані на лінії $0X$, з (3.18) - (3.19) отримуємо, що $b^{(12)} = b,\ \beta^{(12)} = 0,\ d^{(1)} = d^{(2)} = d\left(\tilde{m}R, \tilde{m}b\right)$.

Практичний розв'язок системи (3.25) полягає в розв'язку скінченного числа рівнянь. Як показують чисельні розрахунки і, що очевидно з фізичних міркувань, залежність змінних $x_{n,m}$, $y_{n,m}$ як від номера гармоніки по куту (n), так і від номера гармоніки по осі стрижнів (m) повинна бути різко спадною. Це дозволяє обмежитися невеликою кількістю членів $N = n_{\max}$, $M = m_{\max}$ у сумах (3.20) – (3.22), тобто необхідно M раз розв'язати систему (3.25).

Позначивши через E_N одиничну матрицю порядку N, а через A_m квадратну матрицю з елементами $d_{n,p,m}$, для визначення векторів $\overline{X}_m$ з компонентами $x_{p,m}$ й $\overline{Y}_m$ з компонентами $y_{q,m}$ отримуємо систему

$$\begin{cases} \left(E_N - A_m^2\right)\overline{X}_m = \overline{\delta}, \\ \overline{Y}_m = -A_m\overline{X}_m, \quad m = 1,2,...,M, \end{cases} \tag{3.26}$$

де вектор $\overline{\delta}$ -стовбець із компонентами $(1,0,..,0)$.

Вкажемо також на ще одну обставину, що дозволяє спростити методику практичних розрахунків магнітного поля двострижневої моделі. З (3.24) випливає, що коефіцієнти $y_{n,m}$ є «передатними» відносно поля, що прийшло від сусіднього стрижня й відбилось від стрижня, що досліджується. Величиною цього поля при наближених розрахунках можна знехтувати. Тобто, у цьому випадку можна обмежитися розв'язком системи (3.26) відносно $x_{n,m}$, а $y_{n,m}$ покласти рівними нулю.

Розгляд додаткового безвихрового магнітного поля пари стрижнів і їх скомпенсованих полів дозволяє з достатньою для інженерних розрахунків точністю досліджувати тривимірне магнітне поле трансформаторів.

3.5 Модель трансформатора із прямокутним баком

Магнітне поле трансформатора із прямокутним баком також розраховується шляхом виділення скомпенсованого поля кожного стрижня й додаткового безвихрового магнітного поля, що враховує взаємний вплив бака й стрижнів магнітної системи. Наявність ідеальних феромагнітних півпросторів, що обмежують стрижні магнітної системи, приводить до того, що додаткове безвихрове магнітне поле розрахункової моделі трансформатора допускає періодичне продовження уздовж осей стрижнів і є періодичним розв'язком рівнянь Максвелла в нескінченному прямокутному каналі з системою викинутих кругових циліндрів. Це дозволяє представити додаткове безвихрове поле у вигляді суми виразів, що допускають розділення змінних у циліндричних координатах кожного зі стрижнів, а в декартових координатах - пов'язаних із прямокутним баком. У зв'язку із цим розглянемо більш докладно задачу визначення біжучого електромагнітного поля в нескінченному прямокутному каналі із провідними стінками – рис.3.4.

Розрахунок поля в прямокутному каналі із провідними стінками зручно проводити [1, 7], представляючи його у вигляді відомого первинного поля $\overline{B}^0$ і безвихрового, яке може бути визначене через скалярний магнітний потенціал Φ

$$\overline{B} = \overline{B}^0 - grad\,\Phi\,. \tag{3.27}$$

Скалярний магнітний потенціал задовольняє рівнянню Лапласа

$$\Delta\Phi = 0\,. \tag{3.28}$$

Граничні умови для потенціалу Φ на провідних стінках прямокутного каналу отримаємо із імпедансної умови для нормальної складової магнітного поля [7]

$$\frac{\partial H_n}{\partial n} = \frac{i\omega}{Z} B_n\,, \qquad Z = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma}}\,. \tag{3.29}$$

Враховуючи (3.27), отримаємо імпедансну граничну умову для скалярного потенціалу

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial n^2} - \frac{\alpha}{\mu'}\frac{\partial\Phi}{\partial n} = F\,, \qquad \alpha = \sqrt{i\omega\mu\sigma}\,, \operatorname{Re}\alpha > 0 \qquad , \tag{3.30}$$

де F виражається через відоме первинне поле $\overline{B}^0$

$$F = \frac{\alpha}{\mu'}\overline{B}_n^0 - \frac{\partial\overline{B}_n^0}{\partial n}\,, \tag{3.31}$$

n – напрямок внутрішньої нормалі до границі перетину прямокутного каналу.

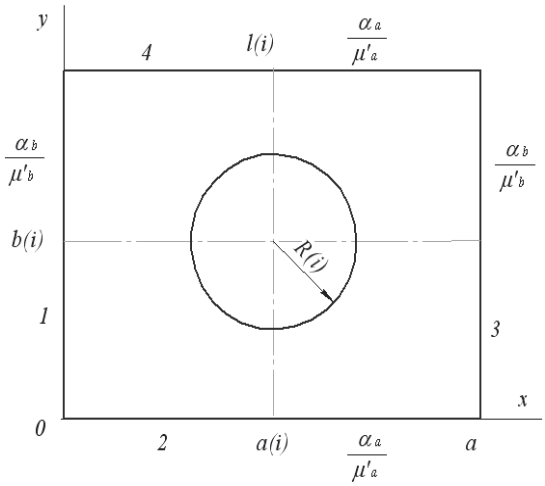


Рис. 3.4

Таким чином, розрахунок поля в прямокутному каналі зводиться до знаходження скалярного магнітного потенціалу, як розв'язку рівняння (3.28) з неоднорідними умовами (3.30).

Виберемо декартову систему координат (x, y, z) так, щоб вісь $0Z$ була спрямована уздовж осі каналу, а переріз каналу представляв собою прямокутник $(0 \le x \le d,\ 0 \le y \le b)$. Сторони цього прямокутника пронумеровані так, як зазначено на рис. 3.4. Електромагнітні характеристики матеріалу кожної стінки будемо вважати постійними і присвоювати їм індекс, що дорівнює номеру стінки.

Розглянемо випадок, коли поле уздовж осі $0Z$ змінюється періодично за законом $e^{i\lambda_z z}$. Опускаючи множник $e^{i\lambda_z z}$, тобто розглядаючи просторову комплексну амплітуду магнітного потенціалу, одержуємо для неї крайову задачу

$$\Delta\Phi - \lambda_z^2 \Phi = 0, \tag{3.32}$$

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{\alpha_1}{\mu_1'}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{|x=0} = f_1, \quad \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} - \frac{\alpha_3}{\mu_3'}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{|x=a} = f_3, \tag{3.33}$$

$$\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} - \frac{\alpha_2}{\mu_2'}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{|y=0} = f_2, \quad \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} - \frac{\alpha_4}{\mu_4'}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{|y=b} = f_4, \tag{3.34}$$

де f_i -значення F із (3.31) на i -тій стороні прямокутника.

Розв'язок крайової задачі (3.32) – (3.34) можна представити як суму розв'язків двох задач, поклавши спочатку f_1 і f_3 рівними нулю, а f_2 й f_4 - заданими, потім навпаки. Визначення розв'язку цих задач методом розділення змінних приводить до необхідності розв'язку задачі із другими похідними в граничній умові [7].

Розглянемо розв'язок наступної крайової задачі

$$y'' + \lambda^2 y = 0, \tag{3.35}$$

$$y''(0) = \frac{\alpha}{\mu'} y'(0), \tag{3.36}$$

$$y''(a) = \frac{\alpha}{\mu'} y'(a). \tag{3.37}$$

Розв'язок задачі (3.35) – (3.37) представимо у вигляді

$$y = \cos\nu\frac{x}{a} - \frac{\nu}{A}\sin\nu\frac{x}{a}, \tag{3.38}$$

де

$$A = \frac{\alpha}{\mu'}a = \mathrm{Re}\,A + i\,\mathrm{Im}\,A. \tag{3.39}$$

Параметр $\nu = \lambda a$ є розв'язком характеристичного рівняння

$$\left(\frac{A}{\nu} - \frac{\nu}{A}\right)\sin\nu + 2\cos\nu = 0. \tag{3.40}$$

Характеристичне рівняння (3.40) має скінченне число коренів ν_n $(n = 1,2,...)$, які пронумеровано в порядку зростання їх абсолютних величин. Відповідне дослідження показує, що для всіх значень μ і σ, що зустрічаються на практиці, корені рівняння (3.40) прості й наближено визначаються по формулах:

- при великих A

$$\nu_n = n\pi + \frac{2An\pi}{(n\pi)^2}, \quad n = 1,2,..., \tag{3.41}$$

- при малих A

$$\nu_1 = \sqrt{2A}, \qquad \nu_n = (n-1)\pi + \frac{2A}{(n-1)\pi}, \quad n = 2,3,... \tag{3.42}$$

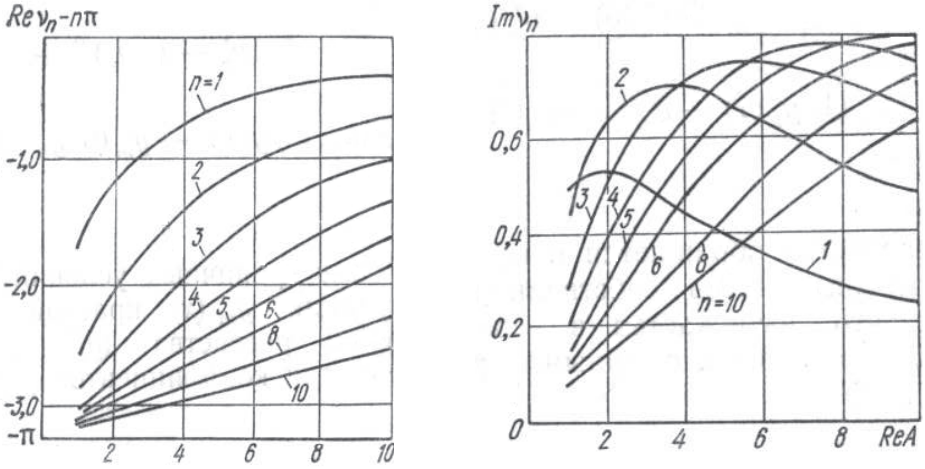


Рис. 3.5

Чисельно отримані значення перших десяти коренів рівняння (3.40) з умовою $\operatorname{Re} A = \operatorname{Im} A$ (що відповідає дійсним значенням μ, σ) при зміні $\operatorname{Re} A$ від 1 до 10 наведено в [6, 9] і показано на рис. 3.5.

Розв'язок (3.38), що відповідає n-ому кореню характеристичного рівняння, будемо позначати номером n

$$y_n(x) = \cos \nu_n \frac{x}{a} - \frac{\nu_n}{A} \sin \nu_n \frac{x}{a}. \tag{3.43}$$

Розглянемо питання про розвиненню довільної функції $f(x)$ в ряд по власних функціях $y_n(x)$ крайової задачі (3.35) – (3.37)

$$f(x) = \sum_1^\infty a_n \, y_n(x). \tag{3.44}$$

Так як задача (3.35) – (3.37) містить у граничних умовах похідні другого порядку, то вона не є самоспряженою у звичайному сенсі, а тому різні власні функції не є ортогональними, тобто

$$\int_0^a y_n(x) y_m(x) dx \neq 0. \tag{3.45}$$

На перший погляд це ускладнює знаходження коефіцієнтів a_n розвинення функції $f(x)$ в ряд (3.44). Однак, диференціювання рівняння (3.35) приводить до звичайної самоспряженої крайової задачі відносно $y'(x)$, а тому

$$\int_0^a y_n'(x) y_m'(x) dx = 0. \tag{3.46}$$

Інтегруванням по частинах, із врахуванням того, що $y_n(x)$ є власною функцією задачі (3.35) – (3.37), одержуємо з (3.46)

$$\int_0^a y_n(x) y_m(x) dx + \frac{a}{A}\left[y_n(0) y_m(0) + y_n(a) y_n(a)\right] = 0. \tag{3.47}$$

Рівність (3.47) показує, що різні власні функції крайової задачі (3.35) – (3.37) ортогональні в сенсі скалярного добутку

$$\langle u,v\rangle = \int_0^a u(x)v(x)dx + \frac{a}{A}\left[u(0)v(0)+u(a)v(a)\right]. \tag{3.48}$$

Зазначена обставина приводить до звичайних формул для коефіцієнтів розвинення (3.44)

$$a_n = \frac{\langle f, y_n\rangle}{\langle y_n, y_n\rangle} = \frac{1}{\langle y_n, y_n\rangle}\left\{\int_0^a f(x)y_n(x)dx + \frac{a}{A}\left[f(0)y_n(0)+f(a)y_n(a)\right]\right\}. \tag{3.49}$$

Для квадрата норми власної функції, що фігурує в (3.49), можна одержати наступний простий вираз

$$\langle y_n, y_n\rangle = \frac{a}{2}\left(1+\frac{2}{A}+\frac{\nu_n^2}{A^2}\right). \tag{3.50}$$

Для розв'язку задачі позначимо через C_n наступну комбінацію тригонометричних функцій

$$C_n(\xi, A) = \cos\nu_n\xi - \frac{\nu_n}{A}\sin\nu_n\xi\,, \tag{3.51}$$

де ν_n є n -ним коренем характеристичного рівняння (3.40), а $C_n(\xi, A)$ є власною функцією $y_n(x)$ крайової задачі (3.35) – (3.37).

Представимо розв'язок крайової задачі (3.32) – (3.34) у вигляді суми розв'язків двох задач із однорідними граничними умовами на 1, 3 і на 2, 4 сторонах

$$\Phi = \Phi_a + \Phi_b\,. \tag{3.52}$$

Будемо вважати, що електромагнітні параметри двох паралельних стінок однакові

$$\mu_1' = \mu_3' = \mu_a',\quad \sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_a,\ \mu_2' = \mu_4' = \mu_b',\quad \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_b\ . \tag{3.53}$$

Представимо функцію Φ_a у вигляді ряду по функціях $C_n(x/a, A)$ з коефіцієнтами, залежними від змінної y

$$\Phi_a(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{a,n}(y)C_n(x/a, A). \tag{3.54}$$

Розвиваючи функції $f_2(x)$ й $f_4(x)$ у ряд по $C_n(x/a, A)$

$$f_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{i,n} C_n(x/a, A), \quad i = 2,4 \tag{3.55}$$

і підставляючи (3.54), (3.55) у задачу (3.32) – (3.34), одержуємо для коефіцієнтів $\varphi_{a,n}(y)$ наступну крайову задачу

$$\frac{\partial \varphi_{a,n}}{\partial y^2} - \left(\lambda_{a,n}^2 + \lambda_z^2\right)\varphi_{a,n} = 0, \quad \lambda_{a,n} = \frac{\nu_n(A)}{a}, \tag{3.56}$$

$$\left(\varphi''_{a,n} - \frac{\alpha_b}{\mu'_b}\varphi'_{a,n}\right)\Big|_{y=0} = a_{2,n}(0), \tag{3.57}$$

$$\left(\varphi''_{a,n} - \frac{\alpha_b}{\mu'_b}\varphi'_{a,n}\right)\Big|_{y=b} = a_{4,n}(b). \tag{3.58}$$

Розв'язок цієї задачі має вигляд

$$\varphi_{a,n}(y) = D_{1,n} e^{\sqrt{\lambda_{a,n}^2 + \lambda_z^2}\, y} + D_{2,n} e^{-\sqrt{\lambda_{a,n}^2 + \lambda_z^2}\, y} \tag{3.59}$$

де $D_{1,n}$ й $D_{2,n}$ визначаються із системи

$$D_{1,n}\left(K_{a,n}^2 - \frac{\alpha_b}{\mu'_b}K_{a,n}\right) + D_{2,n}\left(K_{a,n}^2 + \frac{\alpha_b}{\mu'_b}K_{a,n}\right) = a_{2,n}(0), \tag{3.60}$$

$$D_{1,n}\left(K_{a,n}^2 + \frac{\alpha_b}{\mu'_b}K_{a,n}\right)e^{K_a b} + D_{2,n}\left(K_{a,n}^2 - \frac{\alpha_b}{\mu'_b}K_{a,n}\right)e^{-K_a b} = a_{2,n}(b),$$

$$K_{a,n}^2 = \lambda_{a,n}^2 + \lambda_z^2.$$

Аналогічно одержуємо розв'язок для

$$\Phi_b(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(D_{3,n} e^{\sqrt{\lambda_{b,n}^2 + \lambda_z^2}\, x} + D_{2,n} e^{-\sqrt{\lambda_{b,n}^2 + \lambda_z^2}\, x}\right) C_n(y/b, B), \tag{3.61}$$

де $D_{3,n}$ й $D_{4,n}$ визначаються із системи

$$D_{3,n}\left(K_{b,n}^2-\frac{\alpha_a}{\mu_a'}K_{b,n}\right)+D_{4,n}\left(K_{b,n}^2+\frac{\alpha_a}{\mu_a'}K_{b,n}\right)=a_{1,n}(0), \qquad (3.62)$$

$$D_{3,n}\left(K_{b,n}^2+\frac{\alpha_a}{\mu_a'}K_{b,n}\right)e^{K_b a}+D_{4,n}\left(K_{b,n}^2-\frac{\alpha_a}{\mu_a'}K_{b,n}\right)e^{-K_b a}=a_{4,n}(a),$$

$$K_{b,n}^2=\lambda_{b,n}^2+\lambda_z^2.$$

Коефіцієнти $f_{i,n}$ є коефіцієнтами розвинення відомої функції f_i і визначаються формулами (3.49).

Таким чином, поле трансформатора із прямокутним баком представлено у вигляді суми скомпенсованих полів кожного зі стрижнів і додаткового безвихрового поля.

Розв'язок задачі може бути спрощено завдяки врахуванню специфіки конструкції реальних трансформаторів. Наближено сумарне поле можна розраховувати за наступною схемою. Використовуючи метод, викладений у п. 3.3, 3.4, визначаємо магнітне поле багатострижневої моделі трансформатора без бака (первинне поле). Наявність феромагнітного бака в першому наближенні можна врахувати шляхом накладення на це поле додаткового безвихрового поля, що враховує тільки вплив бака.

3.6 Розрахунок магнітного поля квазітривимірних моделей трансформатора та реактора

Розглянуті чисельно-аналітичні тривимірні (просторові) моделі все-таки не дозволяють врахувати ряд можливих конструктивних особливостей трансформаторів: можливу наявність скосів, як у верхній, так і в нижній частинах бака, наявність розташованих паралельно поверхням бака відведень, наявність у кришках або стінках бака вставок з немагнітної сталі, наявність на поверхнях бака магнітних шунтів у вигляді пакетів ЕТС і тому подібне.

Природно, що найбільш точними є чисельні тривимірні моделі із застосуванням методів скінченноелементного аналізу, що буде показано в наступних розділах даної роботи.

У той же час, для «оперативних» розрахунків у практиці промислового розрахункового проектування застосовуються так звані квазітривимірні моделі устаткування, що ґрунтуються на просторовій суперпозиції магнітних полів окремих стрижнів з обмотками і системи відведень [2, 3].

На рис.3.6 показано ескіз активної частини трифазного трансформатора зі стрижневою МС. У квазітривимірній моделі трансформатора конструкція МС спрощено заміняється системою кругових стрижнів.

Горизонтальні ярма МС (або кришка й дно бака) враховується у вигляді поверхонь ідеальних феромагнітних півпросторів, що визначає так

звану висоту розрахункового вікна. У такому випадку магнітне поле тривимірної конструкції трансформатора або реактора представляється у вигляді суперпозиції магнітних полів окремих стрижнів: для трансформаторів – однострижневих замкнених циліндричних моделей М-ЗЦ, для шунтувальних реакторів із проміжками в стрижнях МС – циліндричних моделей з дискретними феромагнетиками М-ДФЦ.

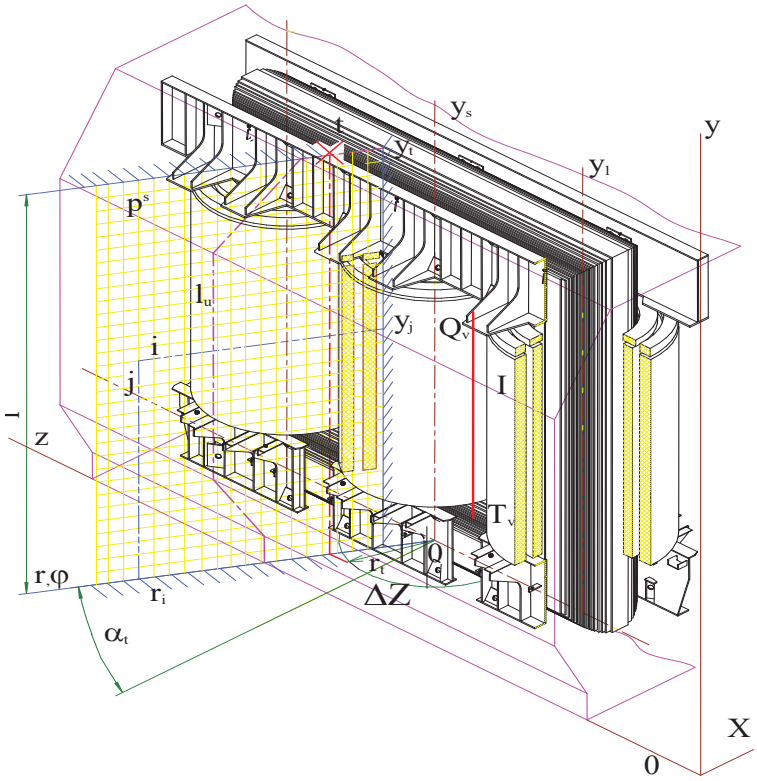


Рис. 3.6

Для переходу від магнітного поля однострижневої моделі до поля квазітривимірної моделі розроблено наступний алгоритм.

Від осі кожного зі стрижнів S трансформатора або реактора будується розрахункова меридіанна площина P^s з вузлами i, j регулярної сітки: по радіусу - від поверхні стрижня до деякої зовнішньої поверхні, яка визначається умовами конкретного розрахунку, а по осьовій координаті – по висоті вікна розрахункової моделі – рис. 3.6. У координатах зазначених вузлів розраховуються радіальна B_r^s й осьова B_z^s складові індукції магнітного поля вісесиметричної моделі.

Практично квазітривимірні моделі орієнтовані для розрахунку втрат у баках [2] і для розрахунку втрат у ярмових балках з немагнітної сталі [4].

Для зазначених задач по контуру бака або балки визначаються вертикальні ділянки u, у серединах яких проводяться лінії довжиною l_u, $u = 1,...,U$.

У тривимірній моделі довільним точкам $t(x_t, y_t, z_t)$ на лініях l поверхні ділянок бака (балки) відповідають розрахункові точки з координатами $r_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2}$, z_t у меридіанній площині там, де контур лінії l перетинається з площиною P^s, яка повернена на кут $\alpha_t = \arccos(x_t / r_t)$.

Нормальна і дотична до поверхні ділянки бака (балки) складові магнітної індукції $B^s_{n,t}$ і $B^s_{\tau,t}$ визначаються відповідними проекціями індукцій $B^s_{r,t}$ і $B^s_{z,t}$. Магнітна індукція в розрахунковій точці t знаходиться сумою полів обмоток окремих стрижнів. У разі трифазної системи струмів в обмотках трансформатора або реактора в кожній точці t знаходяться проекції магнітної індукції на дійсну і уявну часові осі.

Розрахунок квазітривимірного магнітного поля в повітрі по контуру бака трансформатора у вигляді суперпозиції вісесиметричних полів обмоток і системи відведень скінченої довжини забезпечує програма ПМК **PBT**, яку представлено в [5]. Її роботу також поєднано з роботою програми **DST,** яка виконує розрахунок втрат у баках з магнітними екранами (шунтами) на його поверхні. При розрахунках реакторів використовуються відповідні програми ПМК **PBR** та **DSR**. Методи розрахунку поля на поверхні баку та втрат наведено в розділі 7. Локальні і загальні втрати в ярмовій балці трансформатора або реактора з немагнітної сталі обчислюються програмою **PNB** за методикою розділу 9.

Література до розділу 3.

1. Березовский А.А., Нижник Л.П. Электромагнитное поле в проводящем канале с проводящими стенками. В сб.: Краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР. 1971. С. 52-76.
2. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля, потерь в баках трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2005. № 1 (10). С. 91-104.
3. Иванков В.Ф. Численно–аналитические методы расчета магнитного поля силовых трансформаторов : дис. … канд. техн. наук: 05.09.01 / Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1980. 163 с.
4. Иванков В.Ф., Каналюк В.Л. Расчет магнитной индукции, вихревых токов и потерь в немагнитной ярмовой балке силового трансформатора. Техническая электродинамика. 1987. № 6. С. 34-40.

5. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ : Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
6. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. Киев: Наукова думка, 1989. 224 с.
7. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электромагнитное поле в проводящем канале с проводящими стенками. В сб.: Краевые задачи математической физики. Киев: Институт математики АН УССР, 1971. С. 76-108.
8. Кулда И., Адам И. Влияние соседних фаз на силы при коротком замыкании в трехфазном трансформаторе. Изв. вузов. Электромеханика. 1960. № 10. С. 45-57.
9. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Романенко Р.В. Численно аналитические методы расчета электромагнитного поля трансформатора. Киев : Институт математики АН УССР. I978. 55 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 76-21).
10. Нижник Л.П., Кравченко А.Н., Иванков В.Ф. Методы определения квазистационарного магнитного поля в присутствии массивных проводящих тел. Киев : Институт математики АН УССР. 1985. 15 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 85.80).

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПАРАМЕТРІВ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ

4.1. Основи методу скінченних елементів для електромагнітних розрахунків та припущення при його практичному застосуванні

Моделювання електромагнітних процесів, які відбуваються в електротехнічному устаткуванні, зокрема в трансформаторному, та визначають його робочі характеристики розглянуто в значній кількості робіт [1, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 20, 21, 24, 44, 45, 51]. В останні роки для розрахунку електромагнітного поля в складних просторових конструкціях, що містять у своєму складі провідні середовища з лінійними та нелінійними властивостями застосовуються чисельні методи [5, 9, 13 – 15, 24, 39, 40, 49 – 51].

Основними елементами алгоритмів чисельного розрахунку електромагнітного поля є використання потенціалів [1 – 3, 6, 7, 8, 10, 11, 13 – 15, 22, 23, 25 – 39, 41 – 43, 46 – 48, 53]. Наведемо основні схеми отримання таких алгоритмів стосовно методу скінченноелементного аналізу.

Алгоритм із використанням потенціалів. Найбільш поширеним при розрахунках є використання магнітного векторного потенціалу A і скалярного електричного потенціалу V ($A - V$ формулювання) [1 – 3, 11, 13 – 53].

Приймемо згідно (1.15) (для зручності позначимо $\varphi = V$)

$$\vec{B} = rot\vec{A}, \tag{4.1}$$

та (1.16)

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - gradV. \tag{4.2}$$

Типовими структурами, в яких розраховується електромагнітне поле в електроенергетичних пристроях, є провідники із відомими струмами $\boldsymbol{J}_s$, провідні середовища з лінійними чи нелінійними характеристиками електричної провідності, середовища з лінійними чи нелінійними магнітними характеристиками, а також постійні магніти та повітряні проміжки.

Підставивши (4.1) – (4.2) у систему рівнянь Максвела (1.1) – (1.7), отримаємо наступну систему рівнянь відносно магнітного векторного потенціалу $\vec{A}$ і електричного скалярного потенціалу V, яка описує електромагнітне поле у згаданих типових структурах

$$rot[\nu]rot\{\vec{A}\} - grad\,\nu_e div\{\vec{A}\} + [\sigma]\left\{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right\} + [\sigma]gradV = 0,\ (\sigma, \mu \to \Omega_2), \tag{4.3}$$

$$div\left(-[\sigma]\left\{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right\} - [\sigma]gradV\right) = 0,\ (\sigma, \mu \to \Omega_2), \tag{4.4}$$

$$rot[\nu]rot\{\vec{A}\}=\{J_s\},\ (\mu_0,\mu\to\Omega_0,\Omega_1), \tag{4.5}$$

$$\nu_e=\frac{1}{3}(\nu(1,1)+\nu(2,2)+\nu(3,3));$$

Ω_0 – повітряний проміжок;

Ω_1 – непровідне магнітне середовище;

Ω_2 – провідне середовище;

$[\sigma]$ – матриця електричної провідності;

$[\nu]=[\mu]^{-1}$ – матриця магнітного опору;

$\{\vec{A}\}=\begin{Bmatrix}A_x\\A_y\\A_z\end{Bmatrix}$ – вектор-стовпець компонент векторного потенціалу.

Використовуючи метод зважених нев'язок (метод Бубнова – Гальоркіна), із (4.3) – (4.5) отримаємо таку базову систему рівнянь методу скінченних елементів [1, 10, 18, 24, 25 – 28, 30,-37, 49, 53]:

$$[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{\vec{J}_i\} \tag{4.6}$$

де

$$\{u\}=\begin{Bmatrix}\{A_e\}\\\{V_e\}\end{Bmatrix}. \tag{4.7}$$

$\{A_e\}$ – вектор-стовпець магнітного векторного потенціалу (A_x, A_y, A_z) у вузлі; $\{V_e\}$ – інтегральне по часу значення електричного скалярного потенціалу ($V=\int Vdt$).

Коефіцієнти матриць у рівнянні (4.6) будуть:

$$[\overline{K}]=\begin{bmatrix}[K^{AA}] & [0]\\ [K^{VA}] & [0]\end{bmatrix};\qquad [K^{AA}]=[K^L]+[K^N]+[K^G];$$

$$\left[K^L\right]=\int_{vol}\left(\nabla\times\left[N_A\right]^T\right)^T\left[\nu\right]\left(\nabla\times\left[N_A\right]^T-\left[N_A\right]\left[\sigma\right]\left(\left\{V\right\}\times\nabla\times\left[N_A\right]^T\right)\right)d(vol)$$

$$\left[K^G\right]=\int_{vol}\left(\nabla\cdot\left[N_A\right]^T\right)^T\left[\nu\right]\left(\left(\nabla\cdot\left[N_A\right]^T\right)\right)d(vol);$$

$$\left[K^N\right]=2\int_{vol}\frac{d\nu_h}{d\left(\left|B\right|^2\right)}\left(\left\{B\right\}^T\left(\nabla\times\left[N_A\right]^T\right)\right)^T\left(\left\{B\right\}^T\left(\nabla\times\left[N_A\right]^T\right)\right)d(vol);$$

$$\left[K^{VA}\right]=-\int_{vol}\left(\nabla\left[N\right]^T\right)^T\left[\sigma\right]\left\{V\right\}\times\nabla\times\left[N_A\right]^T d(vol);$$

$$\left[C\right]=\begin{bmatrix}\left[C^{AA}\right] & \left[C^{AV}\right]\\ \left[C^{AV}\right] & \left[C^{VV}\right]\end{bmatrix};$$

$$\left[C^{AA}\right]=\int_{vol}\left[N_A\right]\left[\sigma\right]\left[N_A\right]^T d(vol);$$

$$\left[C^{AV}\right]=\int_{vol}\left[N_A\right]\left[\sigma\right]\nabla\left\{N\right\}^T d(vol);$$

$$\left[C^{VV}\right]=\int_{vol}\left(\nabla\left\{N\right\}^T\right)^T\left[\sigma\right]\nabla\left\{N\right\}^T d(vol);$$

$$\left\{J_i\right\}=\begin{Bmatrix}\left\{J^A\right\}\\ \left\{I^t\right\}\end{Bmatrix};$$

$$\left\{J^A\right\}=\left\{J^S\right\};$$
$$\left\{J^S\right\}=\int_{vol}\left\{J_S\right\}\left[N_A\right]^T d(vol);$$
$$\left\{I^t\right\}=\int_{vol}\left\{J_t\right\}\left[N_A\right]^T d(vol).$$

У вищенаведених виразах для обчислення матриць, що входять до рівняння (4.6), позначено:

$\left[N_A\right]$ – матриця елементів функцій форми для $\left\{A\right\}=\left[N_A\right]^T\left\{A_e\right\}$;

$\left[N\right]$ – вектор елементів функцій форми для $\left\{V\right\}=\left\{N\right\}^T\left\{V_e\right\}$;

$\left\{\vec{J}_S\right\}$ – вектор густини струму;

$\left\{\vec{J}_t\right\}$ – вектор повного струму;

vol – об’єм елемента;

ν_0 – питомий магнітний опір повітря $\nu_0 = \frac{1}{\mu_0}$;

$[\nu]$ – матриця магнітного опору;

$\frac{d\nu}{d(|B|)^2}$ – похідна від магнітного опору;

T – символ транспозиції.

Зробивши перетворення рівнянь (4.6), отримаємо наступну симетричну систему рівнянь [11, 17, 25, 53]:

$$\{A_e\}^T \left([K^{AA}]\{A_e\} + [K^{AV}]\{V_e\} + [C^{AA}]d/dt\{A_e\} + [C^{AV}]d/dt\{V_e\} - \{J^A\} \right) = 0;$$

$$\{V_e\}^T \left([K^{VA}]\{A_e\} + [K^{VV}]\{V_e\} + [C^{VA}]d/dt\{A_e\} + [C^{VV}]d/dt\{V_e\} - \{I^t\} \right) = 0. \qquad (4.8)$$

Рівняння (4.8) з відповідними граничними умовами є алгоритмічною основою розрахунку електромагнітного поля (магнітостатичного, гармонійного, нестаціонарного з лінійними чи нелінійними характеристиками).

Алгоритми на основі edge-елементів. Алгоритми на основі магнітного векторного потенціалу $\vec{A}$ та скалярного електричного потенціалу V ($\vec{A} - V$ формулювання) мають ту особливість, що їх використання в розрахунках електромагнітного поля в неоднорідному середовищі може призводити до суттєвих похибок [27, 35].

Алгоритми на основі edge-елементів не мають таких обмежень, як алгоритми вузлового векторного потенціалу [27, 30, 41, 42, 53].

Алгоритмічна схема, що використовує edge- елементи, побудована на тому, що невідомими є «потоки» по ребрах (edge-flux). Сума степенів свободи «потоків» по ребрах елементів утворює замкнену лінію навколо грані, через яку проходить магнітний потік.

Всередині елемента магнітний векторний потенціал $\vec{A}$ має вид

$$\vec{A} = \sum DOF_j \vec{e}_i \qquad (4.9)$$

де DOF_j – «потік» по ребру j;

$\vec{e}_i$ – функції форми edge-елемента, які визначаються за співвідношенням:

$$\vec{e}_i = \sum a_{ij} f_j \vec{l}_j \qquad (4.10)$$

де f_j -поліноміальні базисні функції (1, x, y, z, xy, ...); $\vec{l}_j$ – направляючий одиничний вектор базисної функції j.

Невідомі параметри a_{ij} визначаються із умови, що лінійний інтеграл від $\vec{e}_i$ дорівнює одиниці по ребру i та дорівнює нулю по інших ребрах.

При такому використанні магнітного векторного потенціалу різко зменшується кількість невідомих. Шестигранні елементи будуть мати 12 степенів свободи (невідомих), чотиригранні – 6 степенів свободи і т.д. Між елементами забезпечується неперервність потоку, що дає збіжність методу скінчених елементів.

Вищенаведене носить тільки інформативний характер і вказує шлях для виводу алгоритму розрахунку із застосуванням методів СЕА. Більш повну інформацію щодо СЕА можна знайти в спеціалізованій літературі відповідного програмного забезпеченні (ANSYS, COMSOL і ін.), а також в роботах [11, 17, 24, 25, 53].

Питання практичного застосування методів СЕА для електромагнітних, теплових, високовольтних, механічних розрахунків трансформаторного устаткування представлено в даному та подальших розділах роботи.

Припущення при практичному застосуванні методу скінченних елементів для електромагнітних досліджень. При реалізації методу скінченних елементів для електромагнітних розрахунків трансформаторного устаткування, виникає ряд обчислювальних аспектів, які не представлено у документації для користувача комерційних інваріантних систем СЕА. У той же час їх знання необхідне для правильної методики використання зазначених систем.

Основні етапи розв'язку й дослідження польових задач засобами СЕА передбачає наступну послідовність: дискретизація розрахункової області на скінченне число підобластей – скінченних елементів, апроксимація шуканої функції на кожному елементі виразами спеціального виду, формування системи алгебраїчних рівнянь щодо значень шуканої функції у вузлах елементів, розв'язок системи алгебраїчних рівнянь, обчислення необхідних характеристик шуканого розв'язку, обробка й подання результатів у зручній для користувача формі.

Більшість із зазначених питань у комерційних системах СЕА реалізовано із застосуванням потужних сучасних математичних і обчислювальних засобів. Так, широко застосовуються автоматизовані методи, у яких алгоритм за встановленими критеріями формує сітки скінченних елементів, визначаючи зони високої й низької щільності елементів. Однак необхідно зазначити, що повністю автоматизовані генератори сіток скінченних елементів не завжди можливо й доцільно використовувати для дискретизації областей довільного виду або у випадку дискретизації, яка необхідна для спеціального формування розрахункових моделей, наприклад, при завданні нерівномірної по перерізу обмоток щільності сил намагнічування.

При дослідженні задач, пов'язаних з нелінійною залежністю магнітної проникності феромагнетиків від параметрів поля, для розв'язку відповідних нелінійних систем алгебраїчних рівнянь використовуються ітераційні процеси Ньютона. Тому для одержання їх гарної збіжності крива намагнічування, що звичайно задається по точках, повинна бути досить гладкою. Апроксимація повинна задовольняти вимозі неперервності як самої функції, так і її перших похідних. Перевагу перед іншими видами поліноміальної апроксимації має сплайнова апроксимація.

Розв'язок, отриманий засобами СЕА, є наближеним в сенсі наявності похибок декількох видів – методологічної похибки формування відповідної математичної моделі досліджуваного об'єкта й фізичного процесу, похибки дискретизації й обчислювальні похибки.

Перша з похибок залежить властиво від постановки задачі, включаючи заміну реального об'єкта розрахунковою моделлю, вибір базових рівнянь (для електромагнітних процесів – рівнянь Гельмгольца, Пуассона, Лапласа), вид граничних умов, опис матеріальних властивостей елементів моделі, завдання функцій-джерел, застосування так званих прямих і непрямих розв'язків і таке інше.

Наприклад, прямим розв'язком слід вважати задачу розрахунку складових індукції магнітного поля трансформаторних пристроїв в області обмоток. Надалі ці параметри поля може бути використано в спеціалізованому ПЗ для розрахунків втрат у провідниках обмоток від вихрових струмів, параметрів електродинамічної стійкості. Прямим методом можна вважати постановку задачі й розрахунки індуктивності електричного реактора. До прямих методів можна віднести задачу розрахунку втрат у частинах конструкції обладнання із немагнітної сталі.

У той же час, відомі системи СЕА не дозволяють із необхідною вірогідністю стандартними засобами ПЗ розв'язати задачу розрахунку втрат у частинах конструкції з феромагнітної сталі із властивим їм проявом нелінійного поверхневого ефекту. Для зазначеної задачі необхідно застосувати так звані непрямі методи. Наприклад, шляхом стандартного обчислення вихрових струмів і втрат у цих елементах, як провідних тілах, але з додатково розробленою процедурою розрахунку втрат на гістерезис або процедурою розрахунку поверхневих втрат з використанням емпіричної характеристики еквівалентної магнітної проникності сталі. У даній роботі показано ще один приклад непрямого дослідження вихрових струмів та втрат у частинах конструкції з немагнітної сталі: дія зовнішнього магнітного поля на конструкції з немагнітної сталі визначається із задачі розрахунку стаціонарного магнітного поля на їхній поверхні, а надалі формується спеціальна задача й виконується гармонійний аналіз розподілу вихрових струмів та локальних і сумарних втрат. У певних випадках потрібна додаткова розробка процедур передачі даних з електромагнітних розрахунків у розрахунки для визначення теплових характеристик.

Похибки дискретизації виникають внаслідок представлення реального об'єкта й фізичного процесу з неперервною областю відповідною дискретною моделлю. Особливу увагу слід приділяти вибору кроку дискретизації усередині масивних елементів, для яких є характерним різкий прояв поверхневого ефекту.

У більшості сучасних систем точність обчислювальних процесів, характерних для СЕА, забезпечується автоматично: використовуються ефективні методи формування і розв'язку систем алгебраїчних рівнянь великого порядку, наприклад, для лінійних систем – методом подвійної динамічної факторизації, для нелінійних систем – на основі методу Ньютона й таке інше, чим, власне, і мінімізуються обчислювальні похибки.

Зазначеним аспектам слід приділяти увагу користувачам інваріантних систем СЕА при формуванні відповідних математичних моделей, їх дослідженнях та порівняннях результатів розрахунків з експериментальними даними. Практичні приклади таких досліджень представлено в наступних розділах даної роботи.

4.2. Верифікація процедур чисельного моделювання електромагнітного поля і втрат у немагнітній і феромагнітній сталі

При дослідженні силових трансформаторів і електричних реакторів значну групу задач необхідно розглядати як задачі розрахунку електромагнітних процесів в ЕК, що представляють собою масивні тіла обмежених розмірів із проявом нелінійного поверхневого ефекту. Як було раніше відзначено, відомі на даний час інваріантні системи СЕА не забезпечують стандартними засобами ПЗ розрахунки даного ефекту. Так ПЗ ANSYS не містить процедур моделювання нелінійного поверхневого ефекту в деталях конструкції з феромагнітної сталі, в ПЗ COMSOL є функція моделювання поверхневих умов Леонтовича імпедансного типу, але її застосування обмежується однофазним випадком для гармонічної задачі та поверхонь, які обмежують феромагнітний півпростір. Це не дозволяє виконувати розрахунки для трифазних моделей та для об’єктів зі зваркою феро - та немагнітних сталей та конструкцій скінченних розмірів.

У розділі 1 показано, що для таких розрахунків використовуються два підходи, що засновані на методах поверхневих і об'ємних втрат.

Тестування розроблених практичних чисельних процедур електромагнітних розрахунків моделей немагнітних і феромагнітних пластин проведено [40] на відомому сімействі задач TEAM21 [29, 37, 50]. Для експериментальних досліджень використовувалася установка трансформаторного типу, що містить дві однакові обмотки прямокутного перерізу із протилежно спрямованими струмами із частотою живлення 50 Гц. У зовнішньої поверхні обмоток розташовувалися пластини з немагнітної (N) і/або фero-

магнітної (М) сталей, у тому числі з поперечними розрізами або подовжніми вирізами.

У даному розділі представлено чисельні моделі для:

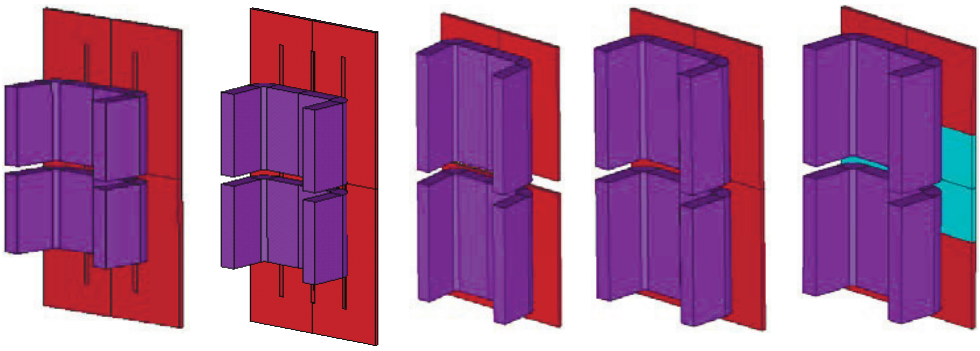
– суцільної немагнітної пластини (Р21^{a}-0),

– немагнітних пластин з одним, двома й трьома поздовжніми розрізами (Р21^{a}-1, Р21^{a}-2, Р21^{a}-3),

– суцільної феромагнітної пластини (Р21-В),

– двох пластин з немагнітної й феромагнітних сталей (Р21^{b}-2N, Р21^{b}-2M),

– комбінації із трьох зварених пластин: немагнітна-магнітна-немагнітна (Р21^{b}-NMN) і зварених пластин в іншому порядку (Р21^{b}-MNM). Наведені позначення моделей відповідають роботам [29, 35]. На рис. 4.1 показана геометрія основних розрахункових моделей.



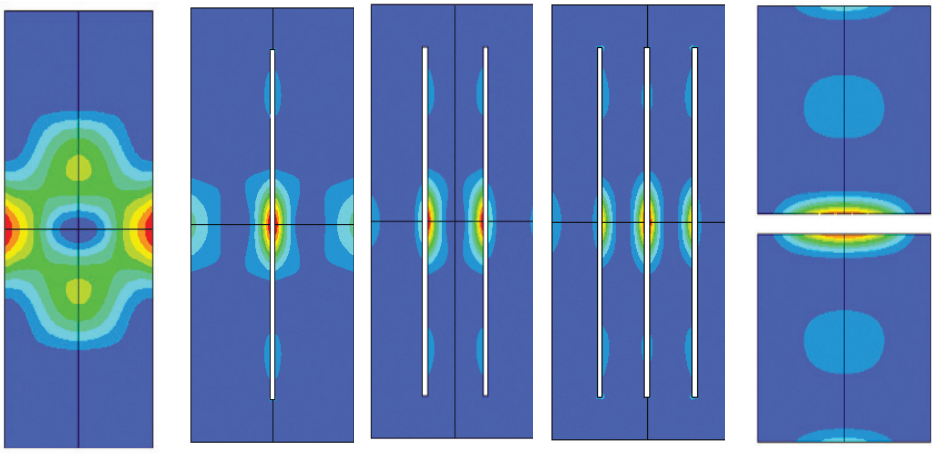
a) Р21^{a}-2 b) Р21^{a}-3 c)Р21^{b}-2N, Р21^{b}-2M d) Р21-В e) Р21^{b}-NMN, Р21^{b}-MNM

Рис. 4.1

Розрахунки магнітного поля та об'ємних втрат від вихрового струму у моделях, що містять тільки немагнітні пластини, виконано в ПЗ ANSYS із застосуванням методу лінійного гармонійного аналізу. Розподіл об'ємних втрат (Вт/м^3) у немагнітних пластинах різної конфігурації показано на рис. 4.2 із зазначенням максимальних локальних втрат.

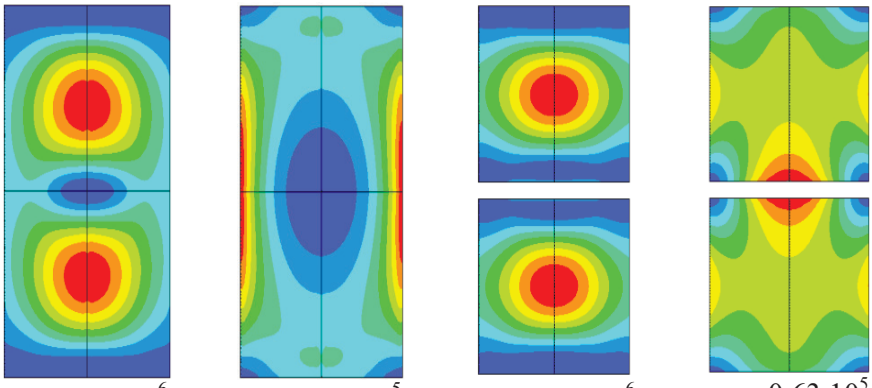
Розподіл у поверхневому шарі об'ємних втрат (Вт/м^3) на лицьовій та зворотній сторонах феромагнітних пластин показано на рис. 4.3. Основна частина розподілених втрат зосереджена на лицьовій поверхні, зверненій до обмоток. На зворотних сторонах пластин спостерігається «затікання» струмів на невелику площу в краї пластин.

Зокрема, зіставлення результатів по рис. 4.2 показує відомий факт значного зменшення втрат у немагнітних пластинах (наприклад, на пресувальних пластинах стрижнів МС трансформаторів) за рахунок виконання подовжніх розрізів.



max $0.18.10^5$ a) P21^a-0 | max $.18.10^5$ b) P21^a-1 | max$0.14.10^5$ c) P21^a-2 | max $0.87.10^4$ d) P21^a-3 | max $0.10.10^5$ e) P21^b-2N

Рис. 4.2



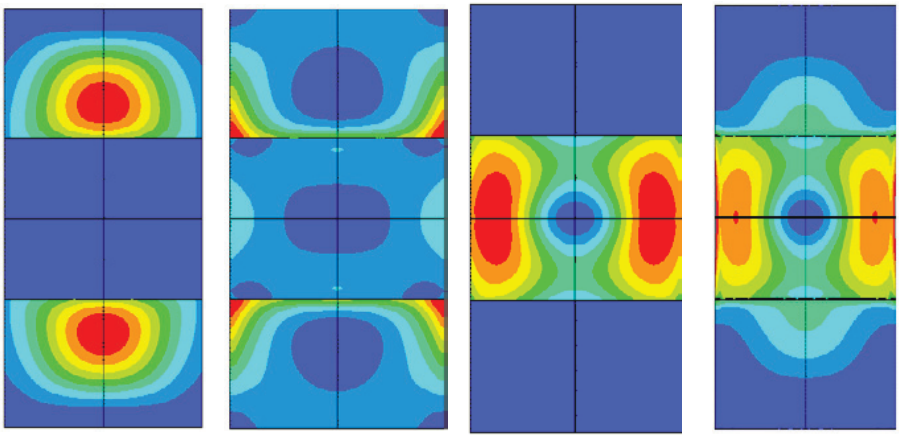
max $0.23.10^6$ a) P21-B лицьова | max $0.62.10^5$ b) P21-B зворотна | max $0.14.10^6$ c) P21$^{b\text{-}2}$M лицьова | max $0.63.10^5$ d) P21$^{b\text{-}2}$M зворотна

Рис. 4.3

Розрахунки магнітного поля, об'ємних вихрових і гістерезисних втрат у моделях з магнітними пластинами виконано із застосуванням ПЗ ANSYS за допомогою нелінійного гармонійного аналізу із застосуванням представлених в даній роботі процедур розрахунку об'ємних вихрових втрат і втрат на гістерезис (розділ 1).

Розрахунки комбінованих моделей пластин з немагнітними й магнітними елементами також виконано за допомогою нелінійного гармонійного аналізу із застосуванням ПЗ ANSYS. Розподіл об'ємних втрат на лицьовій і на зворотних сторонах пластин показано на рис. 4.4.

На лицьових сторонах магнітних пластин поверхнева щільність об'ємних втрат набагато перевищує щільність втрат у немагнітних пластинах. На зворотних сторонах зварених пластин поверхневі щільності втрат у пластинах з немагнітної й магнітної сталі порівнянні між собою. Зазначені особливості необхідно враховувати, наприклад, при розрахунках втрат у складових ярмових балках, частини яких зварюються із різних типів сталей.



max $0.17.10^6$ | max $0.37.10^5$ | max $0.18.10^6$ | max $0.16.10^5$

a) P21-MNM лицьова сторона | b) P21-MNM зворотна сторона | c) $P21^b$-NMN лицьова сторона | d) $P21^b$-NMN зворотна сторона

Рис. 4.4

Порівняння сумарних виміряних і розрахункових втрат показано в таблиці 4.1.

Отримані результати підтверджують достовірність розроблених практичних процедур моделювання із застосуванням ПЗ ANSYS електромагнітного поля і втрат у немагнітних і феромагнітних тілах обмежених розмірів, а також можливість їх застосування для відповідних електромагнітних розрахунків трансформаторів і реакторів.

Розроблені практичні процедури розрахунку об’ємних втрат на вихрові струми і на гістерезис в феромагнітній сталі у вигляді відповідних макросів ПЗ ANSYS дозволили виконати розрахунки магнітного поля, вихрових струмів, втрат в скінчених розмірів зварних з немагнітної та феромагнітної сталі частинах конструкції ярмових балок, вставок з немагнітної сталі, які вварюються в феромагнітні кришки баків потужних силових трансформаторів і т.п.

Таблиця 4.1 – Виміряні і розрахункові значення для задач TEAM 21

Модель	Рис.	Розрахункові втрати: від вихрових струмів(p_j); гістерезисні (P_h); сумарні P_Σ, W				Виміряні сумарні втрати [38(40)], W	Похибка розрахунку, %
		Немагнітна пластина	Феромагнітна пластина	Сумарні втрати			
		p_j	p_j	P_h	P_Σ,	p_{msr}	ε
P21^{a-0}	4.2a	9.39	-	-	9.39	9.17	2.4
P21^{a-1}	4.2b	3.18	-	-	3.18	3.40	-6.5
P21^{a-2}	4.2c	1.67	-	-	1.67	1.68	-0.6
P21^{a-3}	4.2d	1.04	-	-	1.04	1.25	-16.8
P21^{b-2}N	4.2e	1.34	-	-	1.34	1.38	-2.9
P21^{b-2}M	4.3	-	6.69	2.16	8.85	9.34	-5.2
P21-B	4.3	-	8.58	2.74	11.3	11.97	-5.4
P21^{b-mnm}	4.4	4.62	3.16	1.07	8.85	10.53	-16.0
P21^{b-nmn}	4.4	1.90	3.47	1.10	6.47	4.44	-13.0

4.3. Основні підходи до розробки чисельних електромагнітних моделей трансформаторного устаткування

Досвід практичного застосування показав наявність ряду проблем у використанні інваріантних систем CEA (ANSYS, COMSOL, ELCUT, ELEKTRA, FEMM, Infolytica, OPERA та ін.) при чисельному моделюванні силових трансформаторів і електричних реакторів.

Так моделювання нелінійної анізотропної характеристики намагнічування в ПЗ ANSYS обмежено можливістю завдання тільки однієї кривої, в інших напрямках це може бути тільки ця крива або постійне значення проникності. В ПЗ COMSOL можливо завдання кількох залежностей проникності матеріалу від інтенсивності індукції в різних напрямках, проте процес збіжності розв'язку задач в декілька разів гірший, ніж в ANSYS, особливо в області насичення кривих.

Використання нелінійних характеристик намагнічування в ПЗ ANSYS обмежено стаціонарним та перехідним аналізом і є неможливим в гармонічному. В ПЗ COMSOL таких обмежень нема, проте проведення гармонійного аналізу можливо тільки для однофазного навантаження, для трифазного (багатофазного) випадку необхідно застосування перехідного аналізу.

Тому, в залежності від відповідних постановок розрахункових задач, прийняті певні допущення і розроблено ряд підходів для реалізації чисельного моделювання.

Одна з проблем пов'язана з формуванням сіткових моделей потужного трансформаторного обладнання в силу поєднання значних геометричних розмірів (метри) основних ЕК (обмоток, МС, ярмових балок, баків) і малих (міліметри) товщин пресувальних пластин на стрижнях МС, стінок і полиць ярмових балок, стінок баків, або навіть часток міліметрів для провідних смуг електростатичних екранів і спеціальних моделей феромагнітних ЕК обмежених розмірів.

Принципові проблеми виникають при моделюванні електромагнітних процесів у шаруватому середовищі шихтованих пластин холоднокатаної ЕТС, наприклад, крайнього пакета стрижня МС із анізотропною і нелінійною залежністю магнітної проникності сталі від інтенсивності магнітного поля. Аналогічні проблеми мають місце при формуванні розрахункових моделей пакетів ЕТС, що застосовуються для каналізації магнітного потоку (шунтів). Не вдається створити адекватні сіткові моделі ділянок МС у зонах перешихтовки й стикування пластин ЕТС.

Необхідна розробка спеціальних процедур для розв'язку задач розподілу струму в обмотках трансформатора при складній послідовно-паралельній сполуці їх частин, особливо при необхідності врахування насичення МС.

З урахуванням зазначених проблем, *робочими етапами розробки електромагнітних моделей трансформаторних пристроїв* можна визначити наступні.

Перший - формування моделі для розрахунків у певній області з одночасним спрощенням моделі в тій частині, яка мало впливає на аналіз поля в досліджуваній області.

Другий – раціональний вибір відповідного методу чисельного аналізу. Так, для задач магнітостатики (метод стаціонарного аналізу) розв'язуються рівняння Пуассона при лінійних і нелінійних властивостях матеріалів (заданими є тільки сторонні струми). Метод гармонійного аналізу забезпечує розв'язок рівняння Гельмгольца (з врахуванням заданих сторонніх і шуканих вихрових струмів) при лінійних властивостях матеріалів. Метод гармонійного нелінійного аналізу застосовується для розв'язання задачі з врахуванням поверхневого нелінійного ефекту в конструкційних феромагнітних сталях.

Третій – застосування обґрунтованих допущень про матеріальні параметри елементів розрахункових моделей.

Наприклад, при розрахунках поля в області обмоток спрощено, у вигляді констант, можуть бути прийняті параметри матеріалу бака, параметри магнітних екранів на баках, на ярмових балках, зокрема, їх магнітна проникність. У цьому випадку допустимі розрахунки методом стаціонар-

ного аналізу. Його результати у вигляді складових індукції магнітного поля в обмотках достатні для наступного розрахунку втрат у провідниках обмоток від вихрових струмів, електромагнітних сил у певних режимах, індуктивних параметрів обмоток, однак, тільки для режимів, які не зв'язані з можливим насиченням ЕТС МС. Для задачі розрахунку втрат у провідних частинах конструкції з немагнітної сталі прийнятним є гармонійний аналіз.

Практично припустимим є завдання константою електричної провідності виходячи з очікуваного середнього нагрівання провідних ЕК.

При розрахунках феромагнітних частин необхідним є застосування методу гармонійного нелінійного аналізу. При цьому, необхідно формування спеціальної розрахункової моделі - розбиття на елементи із щільністю, яка відповідає умовам нерегулярного проникнення магнітного поля (із загасанням углиб розрахункової області). Необхідне застосування методу гармонійного нелінійного аналізу з покроковим уточненням магнітних властивостей залежно від інтенсивності поля. При цьому рекомендується провести й зіставити результати розрахунку методами поверхневих і об'ємних втрат.

Однак, при цьому феромагнітні тіла повинні мати однакову магнітну характеристику у всіх напрямках. Останнє припустимо для конструкційних сталей, але є неприйнятним для шихтованих МС із ЕТС.

У силу зазначених обставин, пряме моделювання проникнення поля розсіювання обмоток у шарувате феромагнітне середовище ЕТС крайнього пакета стрижня МС засобами ПЗ ANSYS у даний час не є можливим. Тому, при розрахунках вихрових струмів та втрат використовується інженерний підхід [9], при якому крайній пакет стрижня МС представляється провідною однорідною пластиною з еквівалентною товщиною, яка установлена емпірично.

Четвертий - застосування спрощеного методу поетапного розрахунку: окремо – магнітного поля, а потім втрат та нагріву. Такий метод застосовується для розрахунку так званих плоских розгорнень стінок і полиць ярмових балок з немагнітної сталі та для розрахунку пресувальних пластин і крайніх пакетів на стрижнях МС, а також провідних смуг електростатичних екранів і таке інше.

Надалі зазначені методи будуть показані на відповідних прикладах чисельного моделювання трансформаторів і реакторів.

Для прикладу, на рис. 4.5 показано тривимірну ANSYS-модель силового трифазного трансформатора з бічними ярмами. Модель містить спрощену конструкцію бака, трьох стрижневої МС, ярмових балок, магнітних екранів на балках і на баку. На стрижнях трансформатора розташовані обмотки нижчої і вищої напруги.

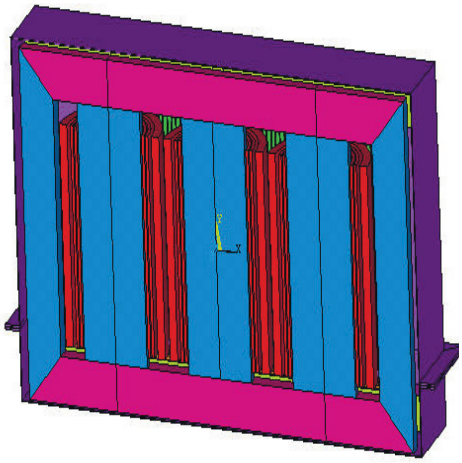


Рис. 4.5

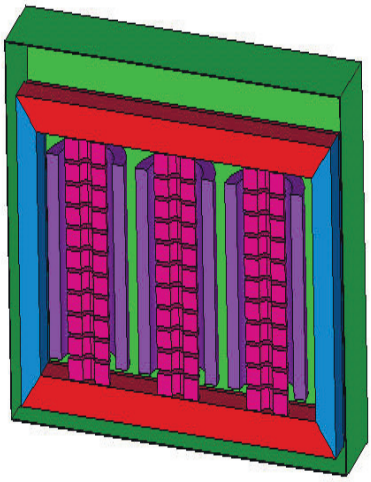


Рис. 4.6

Геометрію тривимірної моделі трифазного з боковими ярмами шунтувального реактора із проміжками в стрижні представлено на рис. 4.6 (бак не показано). Модель МС реактора містить три стрижні із круглими радіально шихтованими дисками з ЕТС, торцеві і вертикальні ярма. Усередині стрижнів проходять стяжні шпильки з немагнітної сталі. Паралельно торцевим ярмам розташовані ярмові балки. Обмотка складається з концентрів, відділених один від іншого вертикальними охолоджуючими каналами. Щільність ампер-витків у перерізах концентрів рівномірна. В СЕА застосовуються два підходи до формування розрахункових моделей обмоток трансформаторів і реакторів.

Перший. Реальний складний розподіл щільності ампер-витків по висоті обмоток за рахунок різної висоти охолоджувальних горизонтальних каналів між котушками спрощено заміняється на рівномірний. Як показує досвід порівняльних розрахунків, таке спрощення не вносить неприпустимі погрішності в характер розподілу і у величину інтенсивності поля розсіювання, яке визначається у віддалених від обмоток областях обладнання.

Другий. У ряді випадків актуальними є розрахунки складових магнітної індукції безпосередньо в котушках обмоток.

У цих випадках формування сіткової моделі обмоток проводиться із врахуванням так званих зон однакової щільності ампер-витків. Зазначена процедура застосовується, зокрема, при розрахунках магнітного поля із застосуванням аналітичної відкритої плоскопаралельної моделі М-ВПП системи плоских шин (зон) обмоток.

При описі осьової й радіальної будови обмоток задається геометричне положення всіх котушок і охолоджуючих горизонтальних каналів. Потім, за певними критеріями, виконується об'єднання котушок у зони рівномірної щільності ампер-витків.

Надалі в чисельних моделях обмоток вузли сітки їх тривимірної тріангуляції по осьовій координаті розташовують у координатах, які збігаються із границями зон рівної щільності ампер-витків. Зіставляючи координати центрів зазначеної тріангуляції обмотки із заданими координатами зон, в елементи тріангуляції записуються відповідні значення кутової щільності ампер-витків. Наприклад, на рис. 4.7 показано модель обмоток з розбивкою на зони зовнішньої обмотки ВН і двох концентрів обмотки НН трансформатора (рис. 4.5), а сіткову модель показано на рис. 4.8.

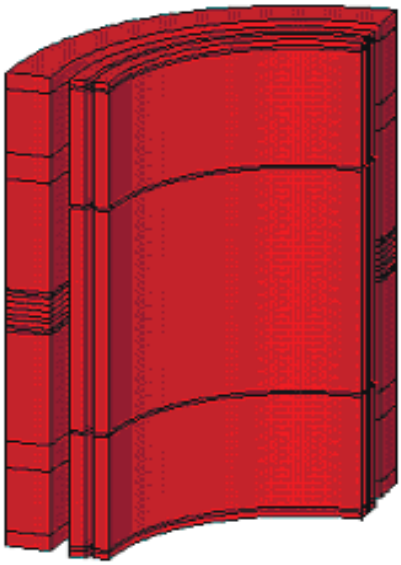


Рис. 4.7

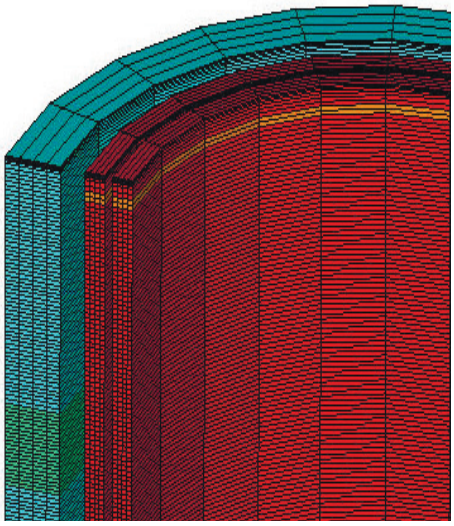


Рис. 4.8

На рис. 4.9 показано розрахований розподіл радіальної B_r і осьової B_z складових індукції магнітного поля по висоті трьох твірних обмотки ВН трансформатора (рис. 4.5) у перерізах убік бака (по так званій поперечній осі).

Для реактора конструкції по рис. 4.6 аналогічний розподіл складових магнітної індукції на твірних обмотки показано на рис. 4.10, помітний вплив дискретних вставок з ЕТС і зазорів між ними на розподіл магнітного поля, особливо на внутрішній твірній обмотки.

При дослідженні трансформаторів і реакторів також слід по-різному формувати розрахункові моделі магнітних систем залежно від цілей аналізу. Так, нехтуючи особливостями зон шихтовки пластин ЕТС, можна спрощено визначити розподіл магнітної індукції в частинах МС. При цьому припустимо завдання нелінійних властивостей сталі в площині листів, магнітна проникність по нормалі до листів повинна бути визначена конс-

тантою. Нелінійні властивості ЕТС можуть бути задіяні в ПЗ ANSYS при статичному й нелінійному гармонійному аналізі.

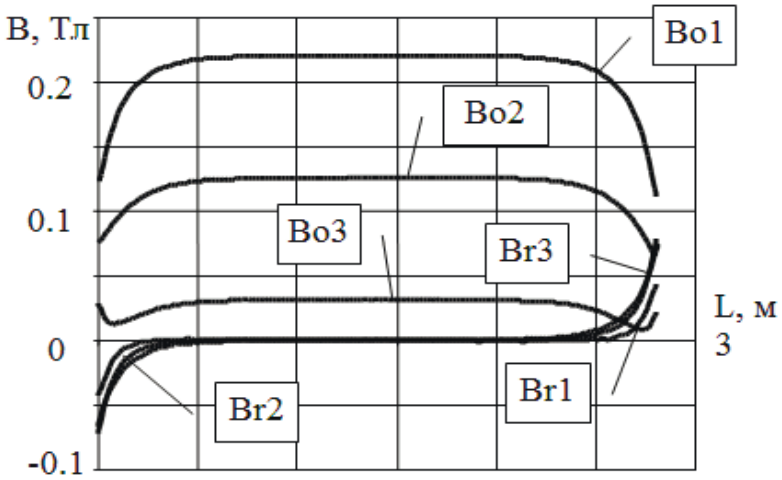


Рис. 4.9

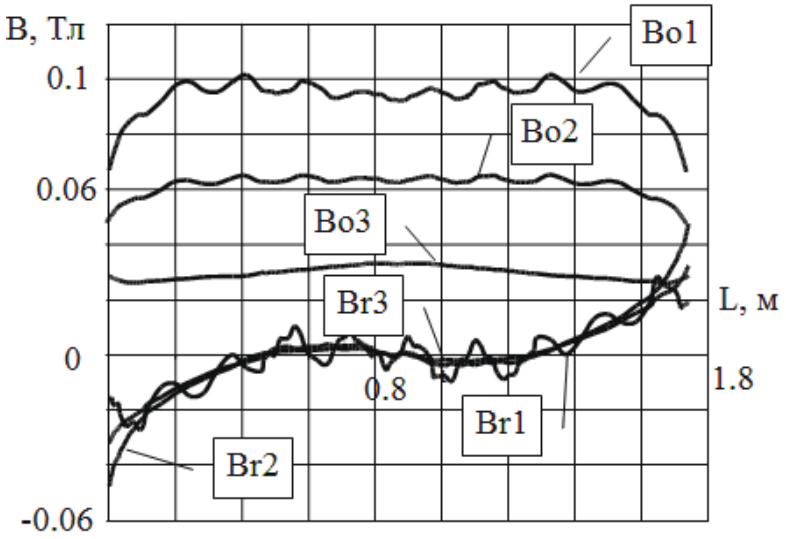


Рис. 4.10

Для прикладу на рис. 4.11 - 4.12 показано розрахунковий розподіл значень магнітної індукції в перерізі МС трансформатора конструкції по рис. 4.5 у момент часу максимальної амплітуди напруги в обмотках крайніх фаз. Аналогічні результати наведено на рис. 4.12 для реактора конструкції по рис.4.6. Розрахунки виконано із застосуванням нелінійного статичного ана-

лізу. Нелінійну магнітну проникність сталі МС площини листів ЕТС задано у вигляді основної характеристики намагнічування.

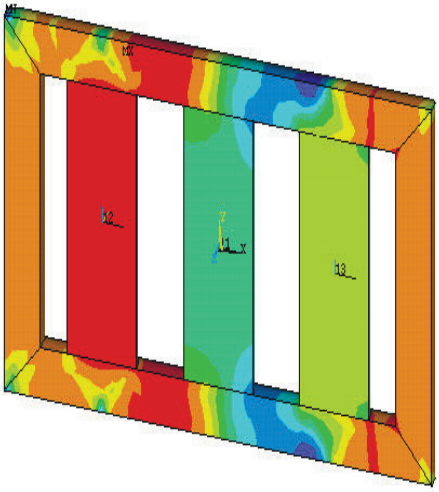


Рис. 4.11

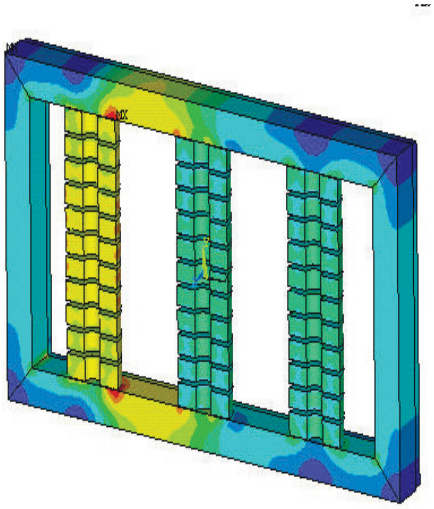


Рис. 4.12

Отримані результати мають обмежену область застосування тому, що в моделях не враховані зони стикування пластин ЕТС, а в цих місцях відбуваються складні процеси розподілу й концентрації магнітних потоків, виникнення додаткових вихрових струмів і відповідного збільшення втрат [44, 51].

Зазначена спрощена модель МС все-таки припустима для аналізу магнітного поля в області обмоток, у деталях конструкції активної частини і у баках, при розрахунках індуктивностей, у тому числі в умовах насичення ЕТС.

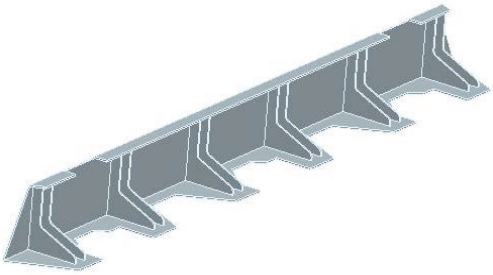


Рис. 4.13

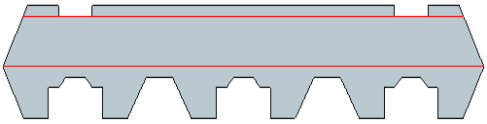


Рис. 4.14

При дослідженнях трансформаторів і реакторів вироблено два підходи до розрахунків втрат.

Перший підхід полягає в тому, що для розрахунку вихрових струмів у частинах конструкції з немагнітної сталі припустимим і достатнім є розрахунок магнітного поля з використанням тривимірних моделей на поверхнях, які відповідають так званим центральним площинам таких тіл без їхньої присутності. Основною особливістю таких тіл є досить велика їхня довжина по двох (балки) або одній (смуги підйомної пластини) просторових координатах при малій товщині тіла.

Приклад тривимірної конструкції ярмової балки з немагнітної сталі трифазного трансформатора по рис. 4.5 показано на рис. 4.13.

При використанні методу поетапного моделювання ярмових балок з немагнітної сталі, у загальному випадку для трифазної системи, використовується плоске розгорнення частин балки (рис. 4.14) і визначаються дві таблиці значень поля в розрахунковій сітці, що покриває розгорнення центральної площини балки. Одна таблиця містить значення проекції вектора нормальної складової магнітної індукції на дійсну часову вісь ReBn(i,j), друга таблиця – значення проекції індукції на уявну вісь ImBn(i,j). У подальшому виконується чисельний розрахунок вихрових струмів та втрат по двох вказаних розподілах зовнішнього магнітного поля, а локальні втрати підсумовуються. По розподілу втрат і певних коефіцієнтах тепловіддачі з поверхонь балки, чисельним методом (з врахуванням теплопровідності сталі) визначається розподіл перевищень температур над температурою охолодного масла.

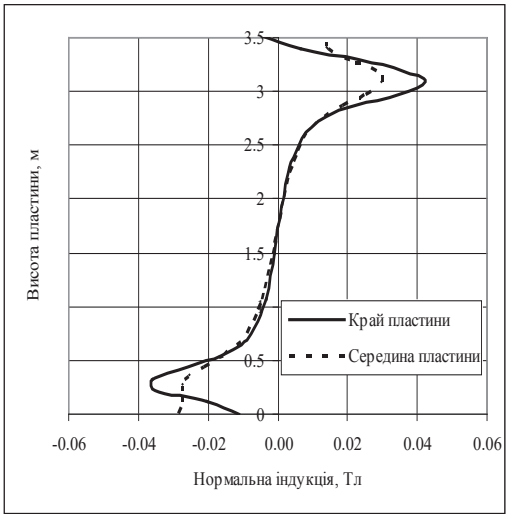


Рис. 4.15

Аналогічний поетапний метод використовується при розрахунках втрат та нагрівів у пресувальних плитах та в крайніх пакетах на стрижнях МС трансформаторів і в провідних листах електростатичних екранів. Як

приклад, на рис. 4.15 показано розрахунковий розподіл до поверхні пластини (пакету) на стрижні МС нормальної складової індукції поля розсіювання тривимірної моделі трансформатора по рис. 4.5.

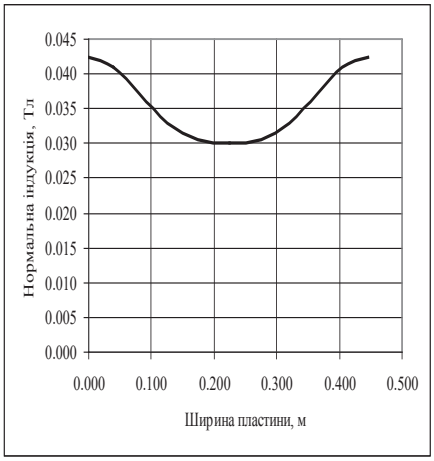


Рис. 4.16

Представлено дві епюри по висоті твірних, які розташовані на середині поперечного розміру і на краю пластини (пакету). Розподіл поля по ширині пакета в зоні максимальних значень (проти верхнього торця обмотки) показано на рис.4.16. Нерівномірний характер розподілу відповідає вимірам [12]. Отримані значення магнітного поля використовуються в наступному для розрахунків втрат і нагріву (див. розділи 9, 11).

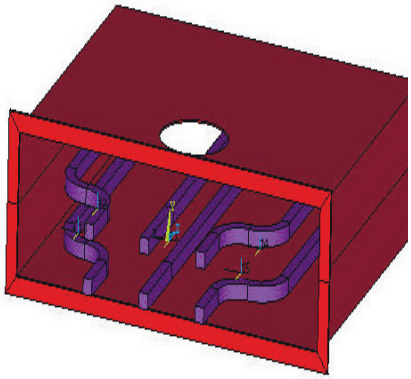


Рис. 4.17

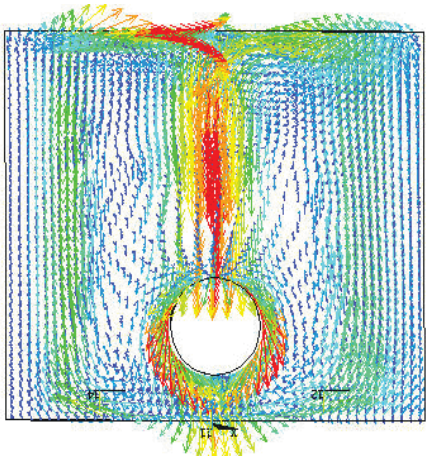


Рис. 4.18

Другий підхід полягає в «прямому» розрахунку електромагнітного поля і втрат із застосуванням тривимірних моделей, у яких досліджувані елементи конструкції враховані в необхідній і достатній повноті. Це відноситься до задач розрахунку поля й втрат у ярмових балках, у баках, у кришках баків, у замкнених екранах реакторів.

Для ілюстрації «прямого» розрахунку в ПЗ ANSYS задачі визначення вихрових струмів на рис. 4.17 показано тривимірну модель коробки із немагнітної сталі на баку трансформатора з трифазною системою введень, а на рис. 4.18 – результати розрахунку вихрових струмів у кришці коробки в момент максимального струму у відведенні середньої фази.

Характер локалізації вихрових струмів і втрат відповідає даним тепловізійного контролю температур на поверхні кришки.

Література до розділу 4

1. Березовский А. А. Лекции по нелинейным краевым задачам математической физики: учебное пособие. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1974. 240 с.
2. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М:-Л: Изд-во АН СССР, 1948. 728 с.
3. Демирчян К.С. Моделирование магнитных полей. Л: Энергия, 1974. 285 с.
4. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Моделирование трехфазного трансформатора как системы с сосредоточенно-распределенными параметрами. Техн. электродинамика. 2014. № 3. С. 28-32.
5. Иванков В. Ф., Басова А.В., Шульга Н.В. Электротепловые расчетные модели элементов конструкции трансформаторного оборудования. Електротехніка та електроенергетика. 2014. № 2. С. 41-53.
6. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. К.: Наукова думка, 1989. 224 с.
7. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электродинамические расчеты в электротехнике. Киев: Техника, 1977. 181 с.
8. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. М.: Высшая школа, 1982. 224 с.
9. Милых В.И., Полякова Н.В. Численно-полевые расчеты электромагнитных параметров турбогенераторов. Електричні машини та електромех. перетворення енергії. Харків: ХПІ. 2014. № 38. С. 3-18.
10. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с.

11. Моделирование электромагнитных полей в электротехнических устройствах./ Р. Сикора , А. Степанов и др. Киев: Техника, 1990. 232 с.
12. Морозов Д.Н. Расчет общих и местных потерь в пластинах, принизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. Электричество. 1967. № 12, С. 32-38.
13. Подольцев А.Д., Конторович Л.Н. Численный расчет электрических токов, магнитного поля и электродинамических сил в силовом трансформаторе в аварийных режимах с использованием Matlab/Simulink и Comsol . Техн. електродинаміка. 2011. № 5. С. 3-10.
14. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Мультифизическое моделирование в электротехнике. К: Ин-т электродинамики НАН Украины, 2015. 304 с.
15. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Элементы теории и численного расчета электромагнитных процессов в проводящих средах. Киев: Ин-т электродинамики НАН Украины, 1999. 304 с.
16. Полак Э. Численные методы оптимизации. Единый подход. М.: Мир, 1974. 276 с.
17. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
18. Стреттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948. 540 с.
19. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976. 616 с.
20. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1968. 456 с.
21. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин. М.: Энергоатомиздат, 1986. 200 с.
22. Albanese R., Rubinacci G. Solution of three dimensional eddy current problems by integral and differential methods. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24. 1988. P. 98-101.
23. Albertz D., Henneberger G. Calculation of 3D eddy current fields using both electric and magnetic vector potential in conducting regions. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34. Sept. 1998. P. 2644-2647.
24. Analiza i synteza pol elektromagnetycznych / Praca zbiorowa pod redakcia Turowskiego J. Wyd. PAN, 1990. 312 p.
25. Bastos J. P. A., Sadowski N. Electromagnetic Modeling by Finite Elements. New York, USA, Marcel Dekker, 2003. 490 p.
26. Biro 0., Preis K. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of 3-D eddy currents. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 25. 1989. P. 3145-3149.
27. Biro O. Edge element formulations of eddy current problems. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., vol. 169, no. 3–4. Feb., 1999. P. 391-405.

28. Biro O., Preis K., Richter K. R. On the use of the magnetic vector potential in the nodal and edge finite element analysis of 3D magnetostatic problems. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, No. 3. May 1996. P. 651-654.
29. Cheng Z., Takahashi N., Forghani B. TEAM Problem 21 Family (V. 2009). Approved by the International Compumag Society Board at Compumag: Florianópolis, Brazil. 2009. 16p.
30. Ciarlet P., Wu H., Zou J. Edge element methods for Maxwell's equations with strong convergence for Gauss' laws. SIAM J. Numer. Anal., vol. 52, no. 2, 2014. P. 779-807.
31. Complex potential finite element method of three dimensional anisotropic nonlinear magnetic field and loss in transformer cores / Shixin Chen, Keding Zhou. Int. Symp. Electromagn. Fields Elec. Eng. 20 – 23 Sept. 1989. Poland, Lodz: ISEF'89. 1989. P. 101-104.
32. Coulomb J.L. Finite element three dimensional magnetic field computation. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 17, 1981. P. 3241-3246.
33. Csendes Z. J., Weiss J., Hoole S. R. H. Alternative vector potential formulations of 3-D magnetostatic field problems. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 18, 1982. P. 367-372.
34. Demerdash N. A., Nehl T. W., Fouad F. A. Finite element formulation and analysis of three dimensional magnetic field problems. IEEE Transactions on Magnetics , vol. 16, 1980. P. 1092-1094.
35. Demerdash N. A., Wang R. Theoretical and numerical difficulties in 3-D vector potential methods in finite element magnetostatic computations, presented at the INTERMAG conference, Brighton, U.K., April 17-20, 1990. P. 231-236.
36. Different finite element formulations of 3D magnetostatic fields / K. Preis, I. Bardi, O. Biro, C. Magele, G. Vrisk and K. R. Richter. IEEE Transactions on Magnetics., vol. 28, no. 2, Mar.1992. P. 1056-1059.
37. Eddy current and loss analysis of multi-steel configuration and validation / Z. Cheng, N. Takahashi, S. Yang et al. IEEE Trans. on Magn. 2007. Vol. 43. No. 4. P. 1737 – 1740. DOI: 10.1109/CEFC-06.2006.1632964.
38. Emson C. R. I., Simkin J. An optimal method for 3-D eddy currents. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 19, 1983. P. 2450-2452.
39. Ionescu B. Multiphysics-based simulation reduces transformer size, cost and noise. ANSYS Advantage. Vol. V, Issue 3, 2011. P. 30-33.
40. Ivankov V.F., Basova A.V., Shulga N.V. Verification methods for electrothermal calculations of electric reactors without steel. Електротехніка та електроенергетика. 2015. № 2. С. 26- 34.
41. Kameari A. Calculation of transient 3D eddy current using edge-elements. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, 1990. P. 466-469.

42. Kameari A. Study on 3-D eddy current analysis using FEM, presented at the 4th Intrnational IGTE Symposium and TEAM Workshop, Graz, Austria, October 10-12, 1990. P. 385-388.
43. Kameari A. Three dimensional eddy current calculation using edge elements for magnetic vector potential. Applied Electromagnetics in Materials. New York, NY, USA: Pergamon Press, 1989. P. 225-236.
44. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Design and Practice. New York; Basel : Marcel Dekker Inc., 2004. 477 p.
45. Mousavi S.A. Electromagnetic Modelling of Power Transformers for Study and Mitigation of Effects of GICs : Doctoral Thesis Stockholm, Sweden. Tryck: Universitetsservice US AB, 2015. 218 p.
46. Nakata T. 3-D electromagnetic field analysis. COMPEL, 1990. P. 263-274.
47. Nakata T., Fujiwara K. Summary of results for benchmark problem 10 (Steel plates around a coil, presented at the European TEAM Workshop and International Seminar on Electromagnetic Analysis, Oxford, England, April 23-25, 1990. P. 87-92.
48. Renhart W. Comparison of magnetic vector potential and scalar potential formulations for 3-D multiply connected eddy current problems, presented at the 3rd International IGTE Symposium, Graz, Austria, September 27-28, 1983. P. 483-486.
49. Simkin J., Trowbridge C. W. On the use of the total scalar potential in the numerical solution of field problems in electromagnetic. Int. J. Numer. Meth. Eng., vol. 14, 1979. P. 423-440.
50. The Stray loss on magnetic shielding in power transformers / S. Yang, Z. Cheng, Q. Yang, X. Zhu. Proc. of the 6th WSEAS International Conference on Applied Computer Science. Hangzhou, China. 2007. P. 420 – 425.
51. Transformer design principles: with application to core-form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p. Turowski J. Electrodynamika techniczna. Warshawa: WNT, 1993. 362 p.
52. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method, volume 1. The basis. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. 707 p.

АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ВИХРОВИХ СТРУМІВ І ВТРАТ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЇ З НЕМАГНІТНОЇ СТАЛІ

Елементами конструкції з немагнітної сталі є пресувальні (підйомні) пластини стрижня МС трансформатора, горизонтальні полиці і вертикальні стінки ярмових балок, розрізні пресувальні кільця. Вставки з пластин з немагнітної сталі застосовують для обмеження вихрових струмів, втрат та нагрівів в кришках і стінках баків, розташованих поблизу відведень із струмами більше 10 кА [2, 13, 21 – 24]. Додатково для зменшення втрат у вставках застосовують метод електричної компенсації вихрових струмів [22]. Для забезпечення електричної міцності в зоні розташування вертикальних високовольтних введень прилеглу частину стінки бака потужних реакторів віддаляють від осі введення, виконуючи її також вставкою з немагнітної сталі [5].

Вказані елементи конструкції перебувають під впливом складного тривимірного магнітного поля обмоток і відведень. Додаткові деформації магнітного поля обмоток і відведень можуть бути посилені тим, що, наприклад, на поверхні вставок в кришки бака для зменшення вихрових струмів встановлюють дискретні пакети пластин з електротехнічної сталі [1, 2, 13, 21 – 24]. В області розташування ярмових балок магнітне поле обмоток деформується під впливом шунтів з електротехнічної сталі, які виконують з подовжнім та поперечним розташуванням по відношенню до ярем магнітних систем, з радіальним розташуванням по відношенню до кругової форми обмотки, та комбінованим із вказаних. Магнітне поле обмоток на поверхні ярмових балок також деформується внаслідок того, що полиці балок можуть бути виконані з немагнітної сталі, а стінки - з феромагнітної. Для спрощеного розрахунку складових магнітної індукції трансформаторів, реакторів на поверхнях вказаних елементів конструкції можуть бути застосовані однострижневі аналітичні математичні моделі, моделі квазітривимірного поля у вигляді суперпозиції однострижневих, розглянуті в розділах 2, 3. Більш точним для визначення магнітного поля є застосування чисельних моделей. Таким чином, постановка задач розрахунку вихрових струмів та втрат в елементах конструкції з немагнітної сталі повинна враховувати довільний характер розподілу на їх поверхнях збуджуючого магнітного поля.

Вихрові струми у вказаних елементах конструкції з немагнітної сталі при певних спрощеннях їх геометрії можуть бути досліджені із застосуванням ряду математичних моделей тонких пластин при допущенні, що для розрахунку вихрових струмів можна скористатися відомим розподілом нормальної до поверхонь елементів складової індукції збуджуючого магнітного поля. Враховується, що в діапазоні промислових частот можна знехтувати зворотнім впливом магнітного поля вихрових струмів. Справедливість цього допущення, зокрема, показують експериментальні дослідження [1]. Також, в більшості випадків, виконуються відомі оцінки (1.11), (1.12), що зв'язують частоту зміни зовнішнього магнітного поля і розміри елементів конструкції [18].

Прийняті припущення дозволяють поставити відповідні крайові задачі та отримати їх аналітичні розв'язки для низки математичних моделей тонких пластин, а саме: контактних немагнітних і феромагнітних нескінченних пластин, прямокутної немагнітної пластини з кусково-періодичним розподілом магнітного поля на її поверхні, нескінчених і прямокутних пластини з круговими вирізами, систем контактних феромагнітних і немагнітних пластин без та з круговими вирізами і т.п. [2, 4, 23]. При постановці відповідних крайових задач додатково до відомих граничних умов (наприклад, відносно рівності нулю нормальної складової вихрового струму до контуру немагнітної пластини) введено спеціальні умови, що відображають електричний контакт немагнітних пластин різної товщини та електричної провідності, співвідношення імпедансного типу при контакті немагнітних та феромагнітних пластин, зв'язок вихрових струмів з магнітним потоком, що проходить через площину отвору в пластинах. Відповідно до постановки задач застосовано певні аналітичні їх розв'язки.

Моделі прямокутних провідних пластин для часткового випадку рівномірного по їх ширині розподілу зовнішнього магнітного поля розглянуто в роботах [9, 10, 18, 20].

Представлені в цьому розділі аналітичні методи застосовано для розрахунку вихрових струмів і втрат в ярмових балках [6], в пресувальних пластинах та крайньому пакеті стрижня магнітної системи [12, 14], в провідних пластинах електростатичних екранів на поверхні стрижня реактора та трансформатора [14], в стінках баків реакторів при наявності вставок з немагнітної сталі [5], у немагнітних вставках в кришках баків трансформаторів [2, 21-24]. Відповідні ПМК входять в склад розрахункової підсистеми САПР ТЕР.

Застосування чисельних методів моделювання вказаних задач розглядається в наступних розділах.

5.1. Математична постановка крайових задач

За наявності тіл у вигляді тонких немагнітних пластин, у яких розподіл вихрових струмів майже рівномірний по товщині, і феромагнітних тіл з різким поверхневим ефектом, у яких вихрові струми зосереджені в поверхневому шарі, зручним є поняття щільності поверхневого струму

$$\vec{j}_{\tau} = \int \sigma \vec{E}_{\tau} dn \,. \tag{5.1}$$

Інтегрування виконується по області поширення вихрових струмів, σ – питома електрична провідність, $\vec{E}_{\tau}$ – дотична до поверхні немагнітної пластини або феромагнетику складова напруженості електричного поля [3, 7, 15, 19, 20].

Приймається, що поле змінюється за гармонійним законом $e^{i\omega t}$ з круговою частотою ω. Для тонкої немагнітної пластини, товщина якої d набагато менше глибини проникнення електромагнітної хвилі $\Delta = \sqrt{2/(\omega\sigma\mu_0)}$ [7, 8, 16, 17], $\dot{\vec{E}}_\tau$ практично постійна по товщині пластини. Тому

$$\dot{\vec{j}}_\tau = d\sigma\,\dot{\vec{E}}_\tau . \tag{5.2}$$

Для феромагнітного тіла з вираженим поверхневим ефектом дотична складова напруженості електричного поля змінюється по напряму нормалі до тіла за законом [7, 11]

$$\dot{\vec{E}}_\tau(n) = \dot{\vec{E}}_\tau\, e^{-kn}, \tag{5.3}$$

тому

$$\dot{\vec{j}}_\tau = \frac{\sigma\,\dot{\vec{E}}_\tau}{k} = \frac{1}{Z}\dot{\vec{E}}_\tau \tag{5.4}$$

де $\dot{\vec{E}}_\tau$ – напруженість на поверхні тіла, $k = \sqrt{i\omega\sigma\mu}$ – хвильове число, Z – поверхневий імпеданс феромагнетику [7, 11].

Усереднена за період коливань щільність потужності втрат від вихрових струмів дорівнює [15]

$$p = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\dot{\vec{j}}\cdot\dot{\vec{E}}^*) \tag{5.5}$$

Зручніше визначати поверхневу щільність потужності втрат [7]. Так, для немагнітної пластини

$$W = \frac{1}{2}\frac{d}{\sigma}\mathrm{Re}(\dot{\vec{j}}_\tau\cdot\dot{\vec{j}}_\tau^{\,*}), \tag{5.6}$$

для феромагнітної пластини

$$W = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\frac{1}{Z}\dot{\vec{j}}_\tau\cdot\dot{\vec{j}}_\tau^{\,*}) . \tag{5.7}$$

При постановці та розв'язку крайових задач відносно вихрових струмів вводиться [4] потенціал U так, щоб

$$\dot{\vec{j}}_\tau = rot_\tau(\vec{n}U) . \tag{5.8}$$

З рівнянь Максвелла [3, 15]

$$rot\vec{E} = -\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \tag{5.9}$$

при $\partial/\partial t = i\omega$ і $\mu\vec{H} = B_n$, для U в немагнітній пластині отримуємо рівняння Пуассона

$$\Delta U = -i\omega d\sigma B_n, \tag{5.10}$$

де B_n – нормальна до поверхні пластини складова індукції магнітного поля.

Для феромагнітного тіла має місце імпедансна гранична умова [7]

$$\vec{E}_\tau = Z(\vec{H}_\tau \times \vec{n}). \tag{5.11}$$

Використовуючи (5.4), (5.5) і (5.11), знаходимо

$$rot_\tau(\vec{n}U) = (\vec{H}_\tau \times \vec{n}). \tag{5.12}$$

Застосовуючи до (5.12) операцію rot, отримуємо для феромагнетику також рівняння Пуассона

$$\Delta U = div\vec{H}_\tau = -\frac{\partial H_n}{\partial n} = \frac{k}{\mu} B_n = -\frac{i\omega}{Z} B_n. \tag{5.13}$$

Додатково вважатимемо в рівняннях (5.10), (5.13) праві частини відомими зовнішніми джерелами поля, що задаються, без урахування зворотного впливу вихрових струмів. В деяких випадках буде дано оцінку величини їх впливу.

Розглянемо граничні умови для потенціалу U у системі контактних немагнітних і феромагнітних пластин.

На поверхні провідних тіл при їх контакті з діелектриком відсутня нормальна складова вихрового струму

$$\vec{j}_n = 0, \tag{5.14}$$

тому має місце умова для U

$$\partial U/\partial \vec{l} = 0 \tag{5.15}$$

де $\vec{l}$ – тангенціальний напрям на границі контуру.

Інтегрування по замкненому контуру складової $\vec{E}_\tau = \vec{E}_l$ пов'язано з похідною від потоку, що нормально входить в межах площі S, яка охоплена цим контуром

$$\oint \vec{E}_l d\vec{l} = -\frac{d\Phi_n}{dt} = -\iint i\omega B_n dS, \tag{5.16}$$

що дає граничну умову для U на будь-якому контурі із зовнішньою нормаллю $\vec{n}$ до контуру

$$\oint \frac{\partial U}{\partial \vec{n}} dl = -d\sigma \iint i\omega B_n dS . \qquad (5.17)$$

На границі електричного контакту немагнітної пластини і феромагнетика або пластини з іншими параметрами d і σ можна прийняти наближену умову неперервності нормальної складової струму до границі, що приводить до умови неперервності $\partial U / \partial l$, тобто

$$\left.\frac{\partial U}{\partial \vec{l}}\right|_{l+0\nu} = Z \left.\frac{\partial U}{\partial \vec{l}}\right|_{l-0\nu} . \qquad (5.18)$$

Умова (5.18) приблизно відбиває "розтікання" вихрового струму від немагнітної пластини по поверхні феромагнетику по межі їх електричного контакту.

Неперервність E_l на границі немагнітної пластини і феромагнетику в силу (5.4) дає наступну наближену умову для потенціалу

$$\left.\frac{1}{d\sigma}\frac{\partial U}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l+0\nu} = Z \left.\frac{\partial U}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l-0\nu} . \qquad (5.19)$$

З лівого боку рівності – граничне значення похідної по нормалі $\vec{\nu}$ до границі l з боку немагнітної пластини, з правого – з боку феромагнетику.

Подібна умова має місце на межі двох немагнітних пластин з різними параметрами

$$\left.\frac{1}{d_1\sigma_1}\frac{\partial U_1}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l+0\nu} = \left.\frac{1}{d_2\sigma_2}\frac{\partial U_2}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l+0\nu} , \qquad (5.20)$$

а також у разі контакту двох феромагнітних пластин з різним поверхневим імпедансом

$$Z_1 \left.\frac{\partial U_1}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l+0\nu} = Z_2 \left.\frac{\partial U_2}{\partial \vec{\nu}}\right|_{l+0\nu} . \qquad (5.21)$$

Якщо контакт по лінії l між немагнітною пластиною і феромагнетиком має загальні точки із зовнішнім контуром, де $U = 0$, то умова (5.18) призводить до неперервності U на l

$$U\Big|_{l+0\nu} = U\Big|_{l-0\nu} . \qquad (5.22)$$

Таким чином, задача визначення вихрових струмів у системі контактних немагнітних і феромагнітних пластин зводиться до

розв'язання рівнянь Пуассона (5.10), (5.13) з однорідними граничними умовами Діріхле на зовнішньому контурі Γ системи

$$U\Big|_{\Gamma}=0, \tag{5.23}$$

а також з умовами (5.15), (5.17) на контурах внутрішніх вирізів і з умовами спряження (5.19) – (5.22) на лініях контактів пластин.

На підставі цієї постановки нижче представлено аналітичні і чисельно-аналітичні розв'язки ряду задач з розрахунку вихрових струмів в плоских моделях елементів конструкції з немагнітної сталі трансформаторів і реакторів.

5.2. Модель нескінченної немагнітної пластини

Розглянемо нескінченну немагнітну пластину, що перебуває під впливом магнітного поля досить довгого відведення, паралельного площині і границям пластини.

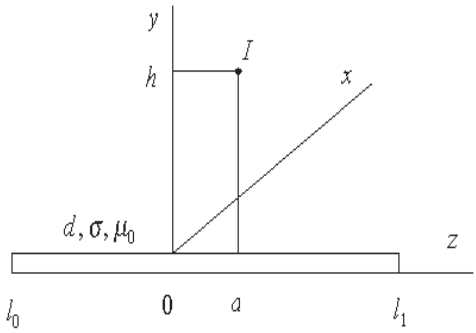


Рис. 5.1

У системі координат рис. 5.1 крайова задача для розрахунку вихрових струмів в пластині для потенціалу $\bar{U}=\{0,U,0\}$ буде мати вигляд:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=-i\omega d\sigma B_n \tag{5.24}$$

де поле відведення із струмом I визначається формулою

$$B_n=\frac{1}{2\pi}I\mu_0\frac{z-a}{h^2+(z-a)^2}, \tag{5.25}$$

а на границях пластини

$$U\Big|_{l_0}=0 \qquad U\Big|_{l_1}=0. \tag{5.26}$$

Розв'язок задачі (5.24)-(5.26) представимо у вигляді

$$U = A + Bz + Cp(z), \tag{5.27}$$

де A і B – постійні, а

$$C = -i\omega d\sigma \frac{1}{2\pi} I\mu_0, \tag{5.28}$$

$$p(z) = \iint \frac{z-a}{h^2 + (z-a)^2} dz\, dz = \frac{1}{2}(z-a)\ln\left[h^2 + (z-a)^2\right] - (z-a) + h\, arctg\frac{z-a}{h}. \tag{5.29}$$

Підставляючи (5.27) в умову (5.26), знаходимо

$$B = -C\frac{p(l_1) - p(l_0)}{l_1 - l_0}. \tag{5.30}$$

В силу (5.8) складова j_x щільності вихрового струму дорівнює

$$j_x = -\frac{\partial U}{\partial z} = -\left[B + Cp'(z)\right], \tag{5.31}$$

де

$$p'(z) = \frac{1}{2}\ln\left[h^2 + (z-a)^2\right]. \tag{5.32}$$

Розглянута розрахункова модель справедлива лише у тому випадку, коли можна знехтувати зворотним впливом вихрових струмів. За відомими оцінками [18] повинна виконуватися умова

$$\frac{c(l_1 - l_0)}{4} << 1, \quad c = \omega\mu_0 d\sigma. \tag{5.33}$$

Для цієї моделі нормальну до поверхні пластини складову індукції магнітного поля можна представити як суму поля відведення B^0 і поля j_x складової вихрового струму

$$B_n = B_n^0 + \mu_0 \frac{1}{2\pi}\int_{-l}^{l} j_x(\xi)\frac{1}{z-\xi} d\xi = B_n^0 +$$

$$+ \mu_0 \frac{1}{2\pi}\left[\int_{-l}^{l} \frac{j_x(\xi) - j_x(z)}{z-\xi} d\xi + j_x(z)\ln\frac{l-z}{l+z}\right], \qquad z \in [-l, l]. \tag{5.34}$$

З врахуванням (5.31) і (5.34) рівняння для потенціалу (5.24), що справедливо для пластини довільної ширини, має вигляд

$$\Delta U = -i\omega d\sigma \left\{ B_n^0 - \mu_0 \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-l}^{l} \frac{u'(\xi) - u'(z)}{z - \xi} d\xi + u'(z) \ln \frac{l - z}{l + z} \right] \right\}. \qquad (5.35)$$

Його розв'язок в простому випадку може бути отриманий методом послідовних наближень. Тобто спочатку розв'язується задача (5.24) – (5.26) при $B_n = B_n^0$, потім B_n уточнюється по (5.34).

5.3. Контактні немагнітні і феромагнітні нескінченні пластини

Розрахункову модель довільної системи контактних немагнітних і феромагнітних нескінченних пластин показано на рис. 5.2.

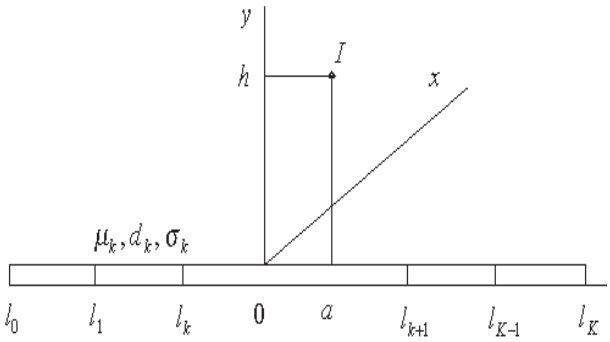


Рис. 5.2

Визначальним параметром феромагнітної пластини є величина магнітної проникності $\mu = \mu_F$. Крайова задача складається з рівнянь Пуассона виду (5.10) для немагнітних пластин і (5.13) для феромагнітних

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial z^2} = T_k = \begin{cases} N_k p(z), & \mu_k = \mu_0, \\ F_k\, p(z), & \mu_k = \mu_{Fk}, \end{cases} \quad k = 1,\ldots,K, \qquad (5.36)$$

рівності нулю потенціалу на зовнішніх границях

$$U_1\big|_{l_0} = 0, \qquad U_K\big|_{l_k} = 0 \qquad (5.37)$$

і умов спряження на контактних границях

$$U_k\big|_{l_k} = U_{k+1}\big|_{l_k}, \quad k = 1,\ldots,K-1, \qquad (5.38)$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial z}\bigg|_{l_k} = \frac{t_k}{t_{k+1}} \frac{\partial U_{k+1}}{\partial z}\bigg|_{l_k}, \quad k = 1,\ldots,K-1. \qquad (5.39)$$

Тут позначено

$$N_k = -i\omega d_k \sigma_k \frac{1}{2\pi} I\mu_0, \tag{5.40}$$

$$F_k = -\frac{i\omega}{Z_k}\frac{1}{2\pi} I\mu_0, \tag{5.41}$$

$$t_k = \begin{cases} d_k \sigma_k, & \mu_k = \mu_0 \\ \dfrac{1}{Z_k}, & \mu_k = \mu_{Fk} \end{cases}, \tag{5.42}$$

де $p(z)$ і $p'(z)$ визначаються виразами (5.29) і (5.32).

Представляючи розв'язок в межах задачі для немагнітної пластини

$$U_k = A_k + B_k z + N_k p(z), \tag{5.43}$$

а для феромагнітної

$$U_k = A_k + B_k z + F_k p(z) \tag{5.44}$$

з умов (5.37) – (5.39) отримуємо систему для визначення постійних

$$\begin{gathered} A_1 + B_1 l_0 + T_1 p(l_0) = 0, \\ A_k + B_k l_k + T_k p(l_k) = A_{k+1} + B_{k+1} l_k + T_{k+1} p(l_k), \quad k = 1,\ldots,K-1, \\ B_k + T_k p'(l_k) = \frac{t_k}{t_{k+1}}\left[B_{k+1} + T_{k+1} p'(l_k)\right], \quad k = 1,\ldots,K-1, \\ A_K + B_K l_K + T_K p(l_K) = 0. \end{gathered} \tag{5.45}$$

Зауважимо, що оскільки матриця коефіцієнтів при невідомих A_k, B_k є стрічковою, то для розв'язку системи (5.45) ефективним є застосування методу прогону. З цією метою в другому і наступних (окрім останнього) рівняннях слід покласти $A_1' = 1,\ B_1' = 0$. Визначити усі A_k' і B_k' $(k = 2,\ldots,K)$, потім прийняти $A_1'' = 0,\quad B_k'' = 1$ $(k = 2,\ldots,K)$.

Остаточно значення постійних виражаються через коефіцієнти x і y

$$A_k = xA_k' + yA_k'', \quad B_k = xB_k' + yB_k'', \tag{5.46}$$

які можна знайти, підставляючи (5.46) в перше і останнє рівняння системи (5.45). Знайдені значення постійних B_k визначають складову щільності вихрового струму в k –тій пластині

$$j_{xk} = -\left[B_k + T_k p'(z)\right]. \tag{5.47}$$

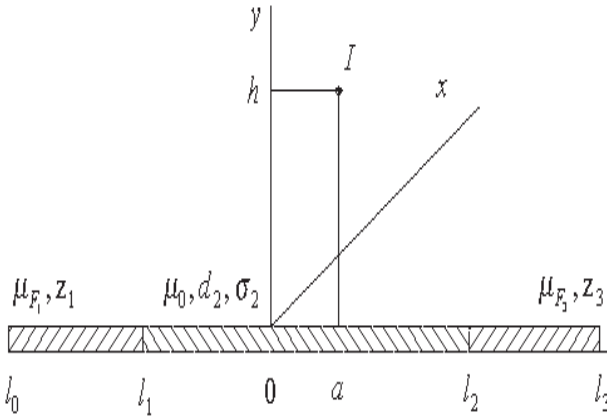


Рис. 5.3

Практично важливою є розрахункова модель, що складається з середньої немагнітної пластини $\mu_{k=2} = \mu_0$ і двох феромагнітних, що контактують з нею $k = 1{,}3$ (рис. 5.3).

Ця модель є частинним випадком розглянутою раніше. Проте розв'язок задачі може бути значно спрощеним, якщо нехтувати полем, яке падає на феромагнітні ділянки, допускаючи, що відведення проходить над зоною немагнітної пластини. В цьому випадку в рівнянні (5.36) слід прийняти $T_1 = T_3 = 0,\ T_2 = N_2$. Постійні A_k, B_k знаходяться із системи

$$A_1 + B_1 l_0 = 0,$$

$$A_1 + B_1 l_1 = A_2 + B_2 l_1 + N_2 p(l_1),$$

$$B_1 = \frac{1}{Z_1}\frac{1}{d_2\sigma_2}\left[B_2 + N_2 p'(l_1)\right],\ A_2 + B_2 l_2 + N_2 p(l_2) = A_3 + B_3 l_2\,, \qquad (5.48)$$

$$B_2 + N_2 p'(l_2) = Z_3 d_2 \sigma_2 B_3\,,$$

$$A_3 + B_3 l_3 = 0.$$

З використанням цієї моделі доцільно досліджувати розподіл вихрових струмів в основному в немагнітній пластині. Тому з системи (5.48) досить визначити постійну B_2, необхідну для розрахунку складової струму j_{x2} по (5.47).

5.4. Немагнітна пластина в кусково-періодичному магнітному полі

Для визначення додаткових втрат в пресувальних пластинах з немагнітної сталі, в крайніх пакетах стрижня МС та ділянках ярмової

балки робочою є модель тонкої немагнітної пластини з кусково-періодичним розподілом нормальної до її поверхні складової індукції магнітного поля по рис. 5.4.

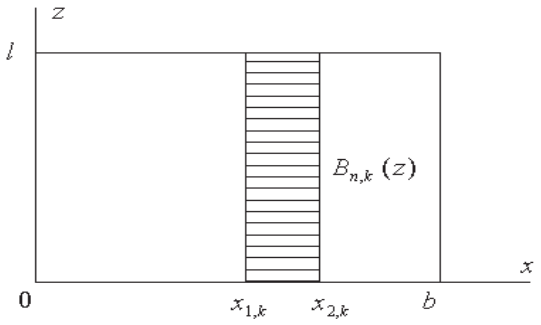


Рис. 5.4

В [1, 2, 13, 21 – 24] показано, що частковим випадком немагнітної пластини з кусково–періодичним розподілом магнітного поля є немагнітні вставки в кришках баків у разі розташування на їх поверхні дискретних пакетів з листів ЕТС.

Розподіл поля на пластині (рис. 5.4) для вказаної групи елементів конструкції в загальному випадку може бути представлено як кусково-періодичну функцію

$$B_n(x,z) = B_{nk}(z), \quad k = 1,...,K \qquad , \tag{5.49}$$

де K – число інтервалів з довільним по координаті z і постійним по координаті x розподілом поля в межах інтервалу.

В цьому випадку крайова задача для потенціалу U, який збуджується полем k - тої зони з границями x_{1k}, x_{2k}, складається з рівняння

$$\Delta U = \begin{cases} 0, & x \notin [x_{1k},\, x_{2k}] \\ -i\omega d\sigma B_{nk}(z), & x \in [x_{1k},\, x_{2k}] \end{cases} \tag{5.50}$$

з умовою на зовнішній границі

$$U\big|_{\Gamma} = 0. \tag{5.51}$$

Розв’язок представляється у вигляді ряду

$$U_k(x,z) = \sum_{m=1}^{\infty} U_{mk}(x)\, \sin \nu_m z, \qquad \nu_m = \frac{m\pi}{l}, \tag{5.52}$$

що задовольняє умові (5.51) при $z = 0, l$.

Підставляючи (5.52) в (5.50), для U_{mk} отримуємо задачу

$$\frac{d^2 U_{mk}}{dx^2} - \nu_m^2 U_{mk} = \begin{cases} 0, & x \notin [x_{1k},\, x_{2k}] \\ -i\omega d\sigma B_{mk}(z), & x \in [x_{1k},\, x_{2k}] \end{cases}, \tag{5.53}$$

$$U_{mk}\big|_{x=0,b} = 0. \tag{5.54}$$

При цьому B_{mk} є коефіцієнтами ряду Фур'є при розвиненні $B_{nk}(z)$. Розв'язок для U_{mk} представляється у вигляді функції Гріна

$$U_{mk}(x) = -i\omega d\sigma \int_0^b B_{mk}(x')\, G_m(x, x')dx'. \tag{5.55}$$

Визначаючи з врахуванням (5.54) часткові розв'язки

$$\begin{aligned} y_{m1}(x) &= -e^{\nu_m x} + e^{-\nu_m x}, \\ y_{m2}(x) &= -e^{-2\nu_m b} e^{\nu_m x} + e^{-\nu_m x} \end{aligned} \tag{5.56}$$

і знайшовши значення Вронскіана

$$W_m = 2\nu_m (1 - e^{-2\nu_m b}), \tag{5.57}$$

отримуємо

$$G_m(x, x') = \frac{1}{W_m} \begin{cases} y_{m1}(x)\, y_{m2}(x'), & x' > x \\ y_{m1}(x')\, y_{m2}(x), & x' \le x \end{cases}. \tag{5.58}$$

Виконуючи інтегрування згідно з (5.55), отримуємо вирази для U_{mk}, які детально представлені в роботі [4].

Складові щільності струму згідно (5.8) рівні

$$\begin{aligned} j_{xk}(x,z) &= \sum_m^{\infty} U_{mk}(x)\nu_m \cos\nu_m z = d\omega\sigma \sum_{m=1}^{\infty} B_{n,m,k} \frac{1}{2\nu_m (1 - E_b)} X_{m,x,k}(x) \cos\nu_m z, \\ j_{zk}(x,z) &= \sum_m^{\infty} \frac{\partial U_{mk}(x)}{\partial x} \sin\nu_m z = d\omega\sigma \sum_{m=1}^{\infty} B_{n,m,k} \frac{1}{2\nu_m (1 - E_b)} X_{m,z,k}(x) \sin\nu_m z, \end{aligned} \tag{5.59}$$

де для області $0 \le x \le x_{1,k}$,

$$X_{m,x,k} = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 - E_5 + E_6 - E_7 + E_8,$$
$$X_{m,z,k} = -E_1 + E_2 - E_3 + E_4 - E_5 + E_6 - E_7 + E_8, \quad (5.60)$$

для області $x_{1,k} \le x \le x_{2,k}$

$$X_{m,x,k} = E_1 - E_2 - E_3 - E_4 + E_5 + E_6 - E_7 + E_8 - 2(1 - E_b),$$
$$X_{m,z,k} = -E_1 + E_2 - E_3 + E_4 - E_5 + E_6 - E_7 + E_8, \quad (5.61)$$

для області $x_{2,k} \le x \le \mathrm{b}$

$$X_{m,x,k} = -E_1 - E_2 + E_3 + E_4 + E_5 - E_6 + E_7 - E_8,$$
$$X_{m,z,k} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 - E_5 - E_6 - E_7 - E_8. \quad (5.62)$$

У виразах (5.60) – (5.63) використовуються наступні позначення: $E_b = \exp(\chi_b)$, $\chi = \nu_m x$, $\chi_1 = \nu_m x_{1,k}$, $\chi_2 = \nu_m x_{2,k}$, $\chi_b = \nu_m 2b$. Функції $E_1,...,E_8$ представлені в таблиці 5.1.

Вихрові струми, що збуджуються полями окремих зон, додаються. Місцеві поверхневі втрати визначаються згідно (5.6)

$$p = \frac{1}{2d^3\sigma}(j_x^2 + j_z^2). \quad (5.63)$$

При трифазній системі збудження втрати для проекцій поля на дійсну і уявну часові осі обчислюються окремо, а потім складаються арифметично.

Таблиця 5.1 – Алгоритми обчислення функцій $E_1,...,E_8$

Функція	Аргументи функцій $E = \exp(\varphi)$		
	$0 \le x \le x_{1,k}$	$x_{1,k} \le x \le x_{2,k}$	$x_{2,k} \le x \le \mathrm{b}$
E_1	$\chi + \chi_2 - \chi_b$	$\chi + \chi_2 - \chi_b$	$\chi + \chi_1 - \chi_b$
E_2	$\chi + \chi_1 - \chi_b$	$\chi + \chi_1 - \chi_b$	$\chi - \chi_1 - \chi_b$
E_3	$\chi - \chi_2$	$\chi_2 - \chi - \chi_b$	$-\chi + \chi_1$
E_4	$\chi - \chi_1$	$\chi - \chi_1 - \chi_b$	$-\chi - \chi_1$
E_5	$-\chi + \chi_2 - \chi_b$	$\chi - \chi_2$	$-\chi + \chi_2 - \chi_b$
E_6	$-\chi + \chi_1 - \chi_b$	$-\chi + \chi_1$	$\chi_2 - \chi$
E_7	$-\chi - \chi_2$	$-\chi - \chi_2$	$\chi - \chi_2 - \chi_b$
E_8	$-\chi - \chi_1$	$-\chi - \chi_1$	$-\chi - \chi_2$

Достовірність методики розрахунку вихрових струмів та втрат в немагнітній пластині підтверджено порівнянням з даними експериментальних досліджень на спеціальних фізичних моделях [2, 13] (див. також розділ 8). Зокрема, досліджено розподіл магнітного поля і вихрових струмів на немагнітному листі розмірами 0.016 х 0.95 х 2.0 м. Паралельно його площини, уздовж середньої лінії розташовано відведення із струмом 10 кА. Розрахункова модель відповідає рис. 5.4 при симетричному нерівномірному розподілі поля по осі $0z$ і постійному значенні поля по $0x$. В якості ілюстрації на рис. 5.5 показано розрахунковий розподіл поля векторів вихрового струму в лівій половині пластини, а на рис. 5.6 - поверхню функції розподілу втрат від вихрового струму.

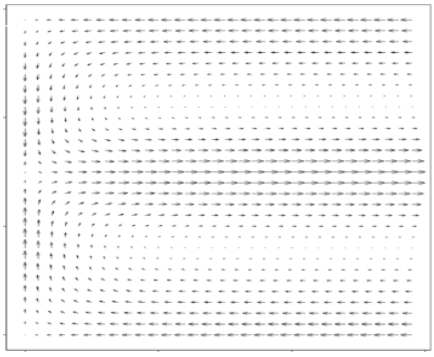


Рис.5.5

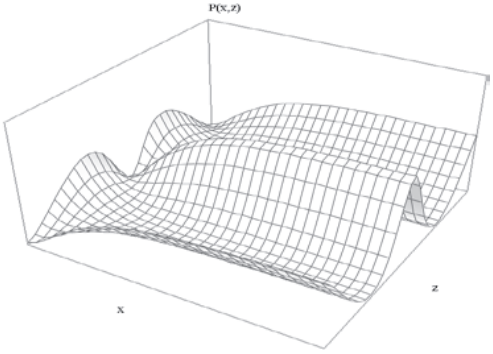


Рис.5.6

Отримані по (5.59), (5.63) результати відповідають вимірам, приведеним в [2].

Для випадку розташування шести пакетів електротехнічної сталі на поверхні пластини фізичної моделі [2] аналогічні результати розрахунків показано на рис.5.7 і рис.5.8.

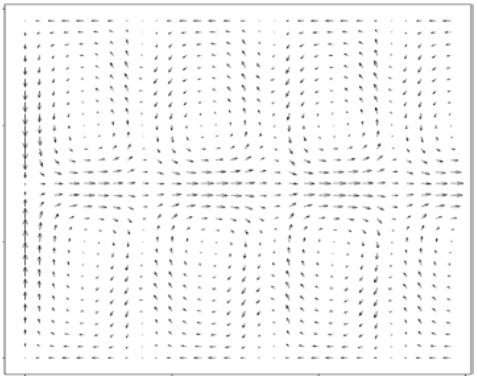


Рис. 5.7

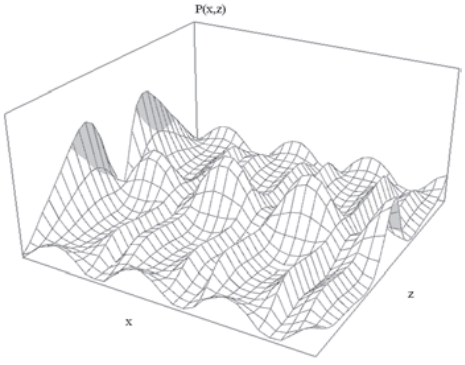


Рис. 5.8

Розрахунки підтверджують виникнення в немагнітній пластині з пакетами локальних контурів вихрових струмів зменшеної інтенсивності в порівнянні із струмами вільної пластини. Детальніше порівняння розрахунків і вимірів показано в розділі 8.

5.5. Прямокутна пластина з круговими вирізами

Для виведення відведень з великими струмами в немагнітній пластині виконуються кругові вирізи [2, 13, 21 – 24].

Представимо границю Γ області Q у вигляді M відрізків прямих і кіл. Контури кіл позначаються буквою L. Кругові вирізи мають центри $c^{(j)}(b^{(j)}, l^{(j)})$ і радіуси $R^{(j)}$.

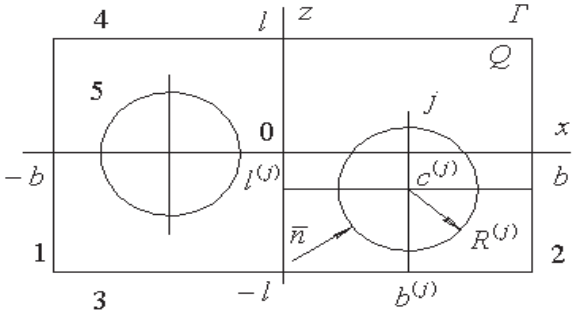


Рис. 5.9

Нумерація границь відповідає рис. 5.9

$$
\begin{aligned}
&\Gamma^{(1)}: && x=-b, && z\in(-l,l),\\
&\Gamma^{(2)}: && x=\ b, && z\in(-l,l),\\
&\Gamma^{(3)}: && x=-l, && z\in(-b,b),\\
&\Gamma^{(4)}: && x=\ l, && z\in(-b,b),\\
&\Gamma^{(5)}: && && x,z\in L^{(5)},\\
&\ldots && && \\
&\Gamma^{(M)}: && && x,z\in L^{(M)}.
\end{aligned}
$$

Для потенціалу U в цьому випадку має місце крайова задача

$$\Delta U = -i\omega d\sigma B_n, \tag{5.64}$$

$$U\Big|_{\Gamma^{(j)}}=0, \quad j=1,...,4, \qquad U\Big|_{\Gamma^{(j)}}=\widetilde{c}^{(j)}, \quad j=5,...,M, \tag{5.65}$$

$$\int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial U}{\partial \vec{n}} dl^{(j)} = -d\sigma \iint_{S^{(j)}} i\omega B_n ds^{(j)}. \tag{5.66}$$

Представимо розв'язок задачі (5.64) – (5.66) у вигляді суми

$$U = U^{(0)} + W, \tag{5.67}$$

де $U^{(0)}$ є розв'язком задачі для немагнітної пластини без вирізів

$$\Delta U^{(0)} = -i\omega d\sigma B_n, \quad U^{(0)}\Big|_{\Gamma^{(j)}} = 0, \quad j = 1,...,4. \tag{5.68}$$

Розв'язок для потенціалу $U^{(0)}$ отримано в п. 5.2. Необхідно тільки врахувати відмінність в розташуванні системи координат на рис. 5.3 і рис. 5.9.

Тому для потенціалу W маємо наступну крайову задачу

$$\Delta W = 0, \tag{5.69}$$

$$W\Big|_{\Gamma^{(j)}} = 0, \quad j = 1,...,4, \tag{5.70}$$

$$W\Big|_{\Gamma^{(j)}} = \tilde{c}^{(j)} - U^{(0)}\Big|_{\Gamma^{(j)}}, \quad j = 5,...,M, \tag{5.71}$$

$$\int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial W}{\partial \vec{n}} dl^{(j)} = 0, \quad j = 5,...,M. \tag{5.72}$$

При отриманні умови (5.72) враховано, що права частина умови (5.66) визначена в розв'язку $U^{(0)}$.

Представимо розв'язок задачі (5.69) – (5.72) у вигляді суми розв'язків, розвинених по пробних функціях на границях контуру

$$W = \sum_{n,j} a_n^j S_n^j + b_n^j C_n^j, \quad n = 0,1,...,\infty, \quad j = 1,...,M. \tag{5.73}$$

Позначимо ортонормовані функції на відповідних границях контуру малими символами s_n^j, c_n^j. Значення відомої функції $U^{(0)}$ на границях кругових вирізів може бути представлено у вигляді розвинення по цих функціях

$$U^{(0)}\Big|_{\Gamma^{(j)}} = \sum_n a_n^{(0)j} s_n^j + b_n^{(0)j} c_n^j, \quad n = 0,...,\infty, \quad j = 5,...,M. \tag{5.74}$$

Підставивши розв'язок (5.73) в крайові умови (5.70) – (5.72), методом гармонійного балансу отримуємо

$$\int_{\Gamma^{(j)}} Ws_n^j dl^{(j)} = 0, \quad \int_{\Gamma^{(j)}} Wc_n^j dl^{(j)} = 0, \qquad n = 0,1,..., \qquad j = 1,...,4, \tag{5.75}$$

$$\int_{\Gamma^{(j)}} Ws_n^j dl^{(j)} = -a_n^{(0)j}, \qquad n = 1,...., \qquad j = 5,...,M, \tag{5.76}$$

$$\int_{\Gamma^{(j)}} Wc_n^j dl^{(j)} = \delta_{n0}\widetilde{c}^{(j)} - b_n^{(0)j}, \qquad n = 0,1,...., \qquad j = 5,...,M, \tag{5.77}$$

де символ Кронекера $\delta_{n0} = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$

Умова (5.72) для нульового члена тотожна умові

$$\int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial W}{\partial \vec{n}} c_0^j dl^{(j)} = 0, \quad j = 5,...,M, \tag{5.78}$$

а для інших членів врахована рівність нулю інтеграла від гармонійної функції на замкненому контурі. Підставляючи (5.73) в (5.75) – (5.77), отримуємо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів a_m^j, b_m^j, $j = 1,...,M$

$$\begin{aligned} &\sum_{m,i} a_m^i S_{s,m,n}^{i,j} + b_m^i C_{s,m,n}^{i,j} = p_{s,n}^j, \quad n = 1,..., \\ &\sum_{m,i} a_m^i S_{c,m,n}^{i,j} + b_m^i C_{c,m,n}^{i,j} = p_{c,n}^j, \quad n = 0,1,... \end{aligned} \tag{5.79}$$

Функції при коефіцієнтах a_m, b_m є скалярними добутками

$$S_{s,m,n}^{i,j} = \int_{\Gamma^{(j)}} S_m^i s_n^j dl^{(j)}, \quad C_{s,m,n}^{i,j} = \int_{\Gamma^{(j)}} C_m^i s_n^j dl^{(j)}, \tag{5.80}$$

$$S_{c,m,n}^{i,j} = \int_{\Gamma^{(j)}} S_m^i c_n^j dl^{(j)}, \quad C_{c,m,n}^{i,j} = \int_{\Gamma^{(j)}} C_m^i c_n^j dl^{(j)}, \tag{5.81}$$

а праві частини

$$\begin{aligned} &p_{s,n}^j = 0, \quad j = 1,...,4, \quad n = 1,..., \\ &p_{s,n}^j = -a_n^{(0)j} = -\int_{\Gamma^{(j)}} U^{(0)j} s_n^j dl^{(j)}, \quad j = 5,...,M, \quad n = 1,..., \\ &p_{c,n}^j = 0, \quad j = 1,...,4, \quad n = 0,1,..., \\ &p_{c,n}^j = \delta_{n0}\widetilde{c}^{(j)} - b_n^{(0)j} = \delta_{n0}\widetilde{c}^{(j)} - \int_{\Gamma^{(j)}} U^{(0)j} c_n^j dl^{(j)}, \quad j = 5,...,M, \quad n = 0,1,... \end{aligned} \tag{5.82}$$

З рівності (5.78) і виразу (5.73) знаходимо ще одне рівняння для постійних a_m, b_m

$$\sum_{m,i} a_m^i S'^{i,j}_{c,m,0} + b_m^i C'^{i,j}_{c,m,0} = 0, \tag{5.83}$$

де

$$S'^{i,j}_{c,m,0} = \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial}{\partial \vec{n}} S_m^i c_0^j dl^{(j)}, \quad C'^{i,j}_{c,m,0} = \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial}{\partial \vec{n}} C_m^i c_0^j dl^{(j)}. \tag{5.84}$$

В якості пробних функцій S_n^j, C_n^j на границях $j = 1,...,4$ приймемо розв'язок рівняння (5.69) на кожному j –відрізку, що задовольняє умові (5.70) на прилеглих до відрізку границях пластини

$$\begin{gathered} S_0^j = 0, \quad C_0^j = 0, \quad S_n^j = 0, \quad n = 1,..., \\ C_n^1 = \cos\frac{n\pi}{2l}(z+l)e^{-\frac{n\pi}{2l}(x+b)}, \quad C_n^2 = \cos\frac{n\pi}{2l}(z+l)e^{\frac{n\pi}{2l}(x-b)}, \\ C_n^3 = \cos\frac{n\pi}{2b}(z+b)e^{-\frac{n\pi}{2b}(z+l)}, \quad C_n^4 = \cos\frac{n\pi}{2b}(z+b)e^{\frac{n\pi}{2l}(z-l)}. \end{gathered} \tag{5.85}$$

На кругових вирізах $j = 5,...,M$ розв'язок рівняння (5.69), що спадає на нескінченності, має вигляд

$$\begin{gathered} S_0^j = 0, \quad C_0^j = \ln(\frac{R_j}{r_j}), \\ S_n^j = \sin n\varphi^{(j)}(\frac{R_j}{r_j})^n, \quad C_n^j = \cos n\varphi^{(j)}(\frac{R_j}{r_j})^n. \end{gathered} \tag{5.86}$$

В якості функцій s_n^j, c_n^j прийнято наступні функції. На відрізках зовнішнього контуру пластини

$$\begin{gathered} s_0^j = 0, \quad c_0^j = 0, \quad s_n^j = 0, \quad j = 1,...,4, \\ c_n^j = \frac{1}{l}\cos\frac{n\pi}{2l}(z+l), \quad n = 1,..., \quad j = 1,2, \\ c_n^j = \frac{1}{b}\cos\frac{n\pi}{2b}(z+b), \quad n = 1,..., \quad j = 3,4, \end{gathered} \tag{5.87}$$

на контурах кругових вирізів $j = 5,...,M$:

$$S_0^j = 0, \qquad S_n^j = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{R_j}\sin n\varphi^{(j)}, \quad n = 1,...,$$
$$C_0^j = -\frac{1}{2\pi}, \qquad C_n^j = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{R_j}\cos n\varphi^{(j)}, \quad n = 1,... \tag{5.88}$$

Система рівнянь (5.79), (5.83) дозволяє визначити коефіцієнти $a_m^j,\ m = 1,...,\ b_m^j,\ m = 0,1,...$ Оскільки шукана щільність струмів $\vec{j}_\tau = rot_\tau(\vec{n}U)$, то W може бути визначено з точністю до постійної $\tilde{c}^{(j)}$, що входить в рівняння (5.77) при $n = 0$. Приймемо

$$\tilde{c}^{(j)} = 0, \quad j = 5,...,M. \tag{5.89}$$

Значення скалярних добутків (5.80), (5.81) визначаються з урахуванням ортогональності функцій (5.85) – (5.88) при $i = j$, а для $i \neq j$ вони повинні визначатися чисельно. Вкажемо на особливість обчислень функції (5.84).

Для $i = j$

$$S'^{i,j}_{c,0,0} = 0, \quad C'^{j,j}_{c,m,0} = \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial}{\partial \vec{n}} C_m^j c_0^j dl^{(j)}, \tag{5.90}$$

а так як

$$C_0^j = \ln(\frac{R_j}{r_j}), \qquad c_0^j = \frac{1}{2\pi}, \tag{5.91}$$

$$\frac{\partial}{\partial \vec{n}}\ln(\frac{R_j}{r_j}) = \frac{\partial}{\partial r_j \ln}(\frac{R_j}{r_j}) = -\frac{1}{r_j}, \tag{5.92}$$

то при $r_j = R_j$

$$C'^{i,j}_{c,0,0} = \int_0^{2\pi R_j} (-\frac{1}{R_j})(-\frac{1}{2\pi})dl^{(j)} = 1. \tag{5.93}$$

Для $i \neq j$

$$S'^{i,j}_{c,m,0} = \frac{\partial}{\partial R_j}\int_{\Gamma^{(j)}} S_m^j c_0^j dl^{(j)} = \frac{\partial}{\partial R_j} S^{i,j}_{c,m,0} =$$
$$= \frac{1}{\Delta_j}\left[S^{i,j}_{c,m,0}(R_j + \Delta_j) - S^{i,j}_{c,m,0}(R_j)\right], \tag{5.94}$$

$$C'^{i,j}_{c,m,0} = \frac{\partial}{\partial R_j}\int_{\Gamma^{(j)}} C_m^j c_0^j dl^{(j)} = \frac{\partial}{\partial R_j} C^{i,j}_{c,m,0} =$$
$$= \frac{1}{\Delta_j}\left[C^{i,j}_{c,m,0}(R_j + \Delta_j) - C^{i,j}_{c,m,0}(R_j)\right], \tag{5.95}$$

де Δ_j – прирости R_j, $\Delta_j = \alpha R_j$, $\alpha = 0.01 - 0.1$.

В силу (5.85)

$$a_n^j = 0, \quad n = 0,1..., \quad j = 1,...,4, \quad a_0^j = 0, \quad j = 1,...,M. \tag{5.96}$$

Отримана з урахуванням виразів (5.85) – (5.95) система рівнянь (5.79), (5.83) має у скороченому записі наступний вигляд

$$\begin{pmatrix} \left\| S_{s,m,n}^{i,j} \right\| & \left\| C_{s,m,n}^{i,j} \right\| & \| \quad 0 \quad \| \\ \left\| S_{c,m,n}^{i,j} \right\| & \left\| C_{c,m,n}^{i,j} \right\| & \| \quad 0 \quad \| \\ \left\| S_{c,m,0}^{\prime i,j} \right\| & \left\| C_{c,m,0}^{\prime i,j} \right\| & \left\| C_{c,0,0}^{\prime i,j} \right\| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left\| a_{n=1,...}^{j=5,...,M} \right\| \\ \left\| b_{n=1,...}^{j=1,...,M} \right\| \\ \left\| b_0^{j=5,...,M} \right\| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{s,n=1,...}^{j=5,...,M} \\ p_{c,n=1,...}^{j=1,...,M} \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.97}$$

Її розв'язок дозволяє знайти коефіцієнти a_n^j, b_n^j, що спільно з (5.95) визначає потенціал (5.73). Складові вихрового струму в пластині з вирізами знаходяться із співвідношень

$$j_x = j_x^{(0)} - \frac{\partial W}{\partial z}, \quad j_z = j_z^{(0)} + \frac{\partial W}{\partial x}, \tag{5.98}$$

де $j_{x,z}^{(0)}$ визначається з розв'язку задачі для суцільної прямокутної немагнітної пластини.

Результати розрахунків і порівняння їх з даними вимірів для спеціальної фізичної моделі немагнітної пластини і паралельного з пластиною відведення розглянуті в розділі 8.

5.6. Нескінченна пластина з круговим вирізом

З метою оцінки впливу кругового вирізу на розподіл вихрового струму в немагнітній пластині доцільно розглянути спрощену модель, показану на рис. 5.10. Крайова задача для потенціалу U аналогічна задачі (5.64) – (5.66), її розв'язок представимо в вигляді суми $U = U^{(0)} + W$. Потенціал $U^{(0)}$ є розв'язком задачі для нескінченної пластини по рис. 5.1. Для додаткового потенціалу W має місце наступна крайова задача

$$\Delta W = 0, \tag{5.99}$$

з умовами на бічних границях пластини,

$$W\big|_{z=l,-l}=0, \tag{5.100}$$

умовами на контурі Γ внутрішнього вирізу

$$W\Big|_{\Gamma}=\widetilde{c}-U^{(0)}, \tag{5.101}$$

$$\int_{\Gamma}\frac{\partial W}{\partial \vec{n}}dl=0 \tag{5.102}$$

і умовами симетрії на лінії $x=0$

$$\left.\frac{\partial W}{\partial x}\right|_{x=0}=0. \tag{5.103}$$

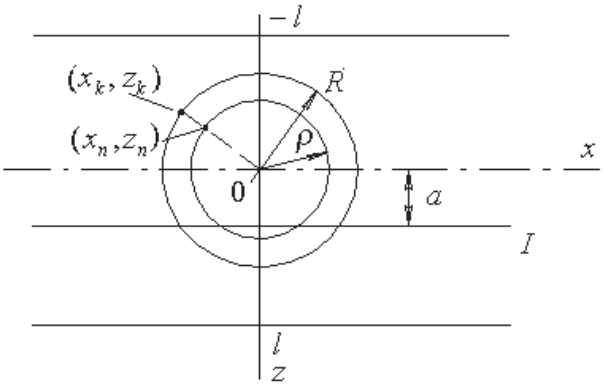


Рис. 5.10

Для моделі по рис. 5.10 функція Гріна крайової задачі виду (5.99), (5.100)

$$\Delta G=\delta(x-x')\delta(z-z'),\qquad G\big|_{z=l,-l}=0 \tag{5.104}$$

має вигляд

$$G=\sum_{m=1}^{\infty}C_m\sin\frac{m\pi}{2l}(z+l)\sin\frac{m\pi}{2l}(z'+l)\;e^{-\frac{m\pi}{2l}|x-x'|}, \tag{5.105}$$

де $C_m=\dfrac{c}{m}$.

Величину потенціалу W представимо у вигляді суми

$$W(x,z)=\sum_{n=1}^{N}A_nG(x,z,x_n,z_n), \tag{5.106}$$

при цьому точки x_n, z_n розташовані на колі радіусу $\rho<R$ усередині вирізу (рис. 5.10). Умова парності рішення по x (5.103) визначає, що

значення коефіцієнтів A_n у симетричних відносно осі $x=0$ точках будуть однакові. Оскільки для рівняння $\Delta y = q$ має місце формула Гріна $\int_\Gamma \frac{\partial y}{\partial n} dl = \int_V q dv$, а в силу (5.99) $q=0$, то (5.102) еквівалентно умові

$$\sum_{n=1}^{N} A_n = 0. \tag{5.107}$$

Якщо на колі R вибрати K точок, то умова (5.101) дозволяє скласти систему рівнянь

$$\sum_{n=1}^{N} A_n G(x_k, z_k, x_n, z_n) = \tilde{c} - U^{(0)}(x_k, z_k), \quad k = 1,...,K, \tag{5.108}$$

які спільно з рівністю (5.107) визначають коефіцієнти A_n і константу $\tilde{c}$.

Складові вихрового струму в нескінченній пластині з вирізом рівні

$$j_x = j_x^{(0)} - \frac{\partial W}{\partial z}, \quad j_z = \frac{\partial W}{\partial x}. \tag{5.109}$$

Зауважимо, що якщо немагнітна пластина по осі x є обмеженою, то користуючись розв'язком (5.52) – (5.58) для суцільної немагнітної пластини з розмірами $2l \times 2b$, можна отримати відповідні вирази для функції Гріна виду (5.105), а надалі алгоритм розрахунку потенціалу W побудувати аналогічно (5.106) – (5.108).

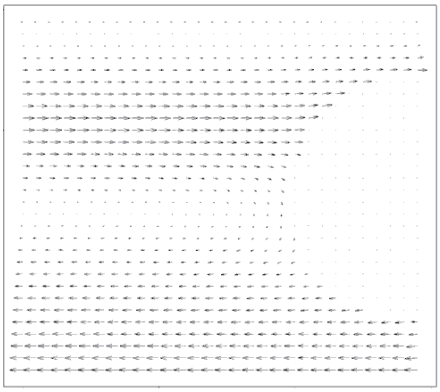


Рис. 5.11

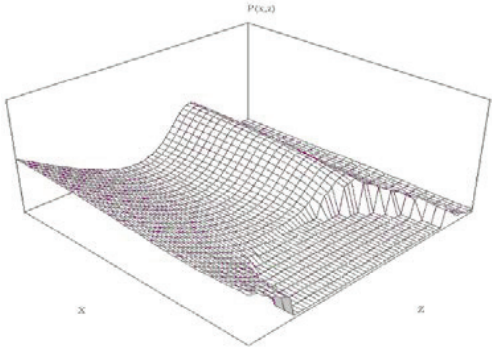


Рис. 5.12

В якості ілюстрації на рис. 5.11 показано розрахунковий розподіл поля векторів вихрового струму, а на рис. 5.12 – поверхню функції розподілу втрат від вихрового струму в лівій половині пластини за наявності в ній центрального кругового вирізу і при зміщенні відведення вгору по осі $0z$ в порівнянні з умовами вільної пластини і пластини з пакетами (рис. 5.5, 5.6).

5.7. Система контактних пластин з круговими вирізами і феромагнітними пакетами на їх поверхні

Немагнітна пластина з круговими вирізами і феромагнітними пакетами на її поверхні, що контактує з феромагнітними ділянками, може бути досліджена за допомогою розрахункової моделі, яку показано на рис. 5.13.

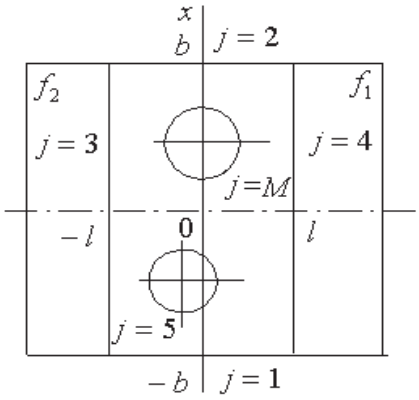


Рис. 5.13

Припускаючи, що поле відведення, що проходить паралельно сторонам $z = const$, в основному зосереджено на немагнітній пластині, потенціал U на феромагнітних ділянках описуємо рівнянням Лапласа (тобто без урахування магнітного поля відведення на поверхні феромагнітної ділянки).

$$\Delta U_f = 0, \quad f = 1,2, \tag{5.110}$$

а в немагнітній пластині – рівнянням Пуассона

$$\Delta U = -i\omega d\sigma B_n. \tag{5.111}$$

Розв'язок для немагнітної пластини представимо у вигляді суми

$$U = U^{(0)} + W, \tag{5.112}$$

де $U^{(0)}$ – розв'язок для суцільної пластини, в загальному випадку – з феромагнітними пакетами на її поверхні, тобто при кусково-періодичному розподілі магнітного поля.

Розв'язок для феромагнітної пластини позначимо

$$U_f = U_f^{(0)} + W_f, \quad f = 1,2, \tag{5.113}$$

де $U_f^{(0)} = 0$.

Таким чином, для функцій W_f і W мають місце рівняння

$$\Delta W_f = 0, \quad f = 1,2, \qquad \Delta W = 0, \tag{5.114}$$

крайові умови на зовнішніх контурах пластини і феромагнітних ділянок

$$\begin{gathered} W\Big|_{x=b,-b} = 0, \quad W_f\Big|_{x=b,-b} = 0, \quad f = 1,2, \\ W_1\Big|_{z=l_1} = 0, \quad W_2\Big|_{z=-l_2} = 0, \end{gathered} \tag{5.115}$$

на контурах кругових вирізів

$$W\Big|_{\Gamma^{(j)}} = \widetilde{c}^{(j)} - U^{(0)}\Big|_{\Gamma^{(j)}}, \quad \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial W}{\partial \vec{n}} dl^{(j)} = 0, \quad j = 5,...,M \tag{5.116}$$

і умови на контактних відрізках $z = l, -l$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{d\sigma}\frac{\partial U}{\partial z}\Big|_{z=l} = Z_1 \frac{\partial W_1}{\partial z}\Big|_{z=l}, \\ &\frac{1}{d\sigma}\frac{\partial U}{\partial z}\Big|_{z=-l} = Z_2 \frac{\partial W_2}{\partial z}\Big|_{z=-l}, \end{aligned} \tag{5.117}$$

де d, σ – параметри немагнітної пластини, Z_1, Z_2 – імпеданси феромагнетиків.

Розв'язок в областях феромагнітних ділянок запишемо у виді

$$W_f = \sum_n A_{f,n} S_{f,n} + B_{f,n} C_{f,n}, \quad f = 1,2, \tag{5.118}$$

де функції $S_{f,n}$ і $C_{f,n}$ задовольняють граничним умовам (5.115)

$$\begin{gathered} S_{f,n} = 0, \ \ n = 0,1,..., \quad f = 1,2, \\ C_{f,n} = 0, \ \ C_{f,n} = E_{f,n}(z)\cos\frac{n\pi}{2b}(x+b), \quad f = 1,2, \\ E_{1,n}(z) = e^{-\frac{n\pi}{2b}(z-l)} - e^{\frac{n\pi}{2b}(z-l_1)} e^{-\frac{n\pi}{2b}(l_1-l)}, \\ E_{2,n}(z) = e^{\frac{n\pi}{2b}(z+l)} - e^{-\frac{n\pi}{2b}(z+l_2)} e^{\frac{n\pi}{2b}(-l_2+l)}. \end{gathered} \tag{5.119}$$

Для немагнітної пластини розв'язок рівняння (5.114) напишемо у вигляді суми розв'язків, розвинених по пробних функціях на границях Γ

зовнішнього контуру пластини $j=1,...,4$ і на контурах внутрішніх вирізів $j=5,...,M$

$$W=\sum_{n,j} a_n^j S_n^j + b_n^j C_n^j \ . \tag{5.120}$$

Ортонормовані функції на відповідних гранях контуру позначимо малими символами s_n^j, c_n^j. Значення функції $U^{(0)}$ на границях кругових вирізів може бути представлено у вигляді розвинення по цих функціях

$$U^{(0)}\Big|_{\Gamma^{(j)}}=\sum_n a_n^{(0)j} s_n^j + b_n^{(0)j} c_n^j, \quad n=0,1,..., \quad j=5,...,M \ . \tag{5.121}$$

Підставляючи розв'язок (5.120) в крайові умови (5.116) і користуючись методом гармонійного балансу, отримуємо систему рівнянь для визначення коефіцієнтів a_n^j, b_n^j, $\quad j=1,2,5,...,M$

$$\begin{aligned}
&\sum_{m,i} a_m^i S_{s,m,n}^{i,j} + b_m^i C_{s,m,n}^{i,j} = p_{s,n}^j, \quad n=1,... \\
&\sum_{m,i} a_m^i S_{c,m,n}^{i,j} + b_m^i C_{c,m,n}^{i,j} = p_{c,n}^j, \quad n=1,...
\end{aligned} \tag{5.122}$$

де функції при коефіцієнтах a_m, b_m визначені виразами (5.80), (5.81), (5.84), а праві частини – виразами (5.82) для $j=1,2,5,...,M$. На границях $j=3,4$ мають бути виконані контактні умови (5.117)

$$\frac{1}{d\sigma}\left(\int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial U^{(0)}}{\partial z} s_n^j dl^{(j)} + \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial W}{\partial z} s_n^j dl^{(j)}\right) = Z_{f=j-2} \int_{\Gamma^{(j)}} \frac{\partial W_{f=j-2}}{\partial z} s_n^j dl^{(j)}. \tag{5.123}$$

Складові вихрового струму в області немагнітної пластини рівні

$$j_x = j_x^{(0)} - \frac{\partial W}{\partial z}, \quad j_z = j_z^{(0)} + \frac{\partial W}{\partial x}, \tag{5.124}$$

де $j_{x,z}^{(0)}$ визначаються для суцільної немагнітної пластини.

5.8. Суцільна немагнітна пластина, що контактує з феромагнітними ділянками

Практичний інтерес представляє випадок, коли під впливом поля відведення перебуває суцільна немагнітна пластина, що контактує з двома феромагнітними ділянками (рис. 5.14).

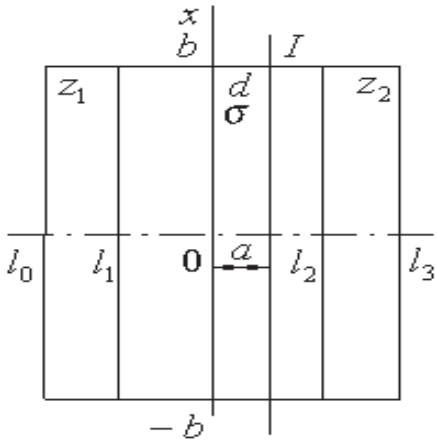


Рис. 5.14

Модель подібна до моделі рис. 5.3 з тією відміною, що її розмір по осі x обмежений. Задача для потенціалу U_f в області феромагнітних ділянок і для потенціалу U в області немагнітної пластини складається з рівнянь

$$\Delta U = -i\omega d\sigma B_n, \quad \Delta U_f = 0, \quad f = 1,2, \tag{5.125}$$

умов на зовнішній границі

$$U\Big|_{\substack{x=b,\,-b\\ z=l_1,\;l_2}} = 0, \qquad U_1\Big|_{\substack{x=b,\,-b\\ z=l_0}} = 0, \qquad U_2\Big|_{\substack{x=b,\,-b\\ z=l_3}} = 0 \tag{5.126}$$

і контактних умов на границях $z = l_1,\, l_2$

$$\frac{1}{d\sigma}\frac{\partial U}{\partial z}\Big|_{z=l_1} = Z_1 \frac{\partial U_1}{\partial z}\Big|_{z=l_1}, \quad \frac{1}{d\sigma}\frac{\partial U}{\partial z}\Big|_{z=l_2} = Z_2 \frac{\partial U_2}{\partial z}\Big|_{z=l_2}. \tag{5.127}$$

Розв'язок рівнянь (5.125) представляється у вигляді ряду

$$U(x,z) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(z)\, \sin\frac{n\pi}{2b}(x+b). \tag{5.128}$$

Підставляючи (5.128) в (5.125), знаходимо

$$\frac{d^2U_n(z)}{dz^2} - \left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2 U_n(z) = \begin{cases} 0, & z > l_2,\ l_1 > z, \\ -i\omega d\sigma B(z)\overline{a}_n, & z \in [l_1,\, l_2] \end{cases}, \tag{5.129}$$

$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{a}_n\, \sin\frac{n\pi}{2b}(x+b),$$

де $\overline{a}_n$ є коефіцієнтами розвинення одиниці в ряд Фур'є.

Коефіцієнти $U_n(z)$ визначаються в області феромагнітних ділянок

$$U_{n,f=1}(z) = c_n sh\frac{n\pi}{2b}(z-l_3), \quad z \geq l_2,$$
$$U_{n,f=2}(z) = d_n sh\frac{n\pi}{2b}(z+l_0), \quad z \leq l_1 \tag{5.130}$$

і в області немагнітної пластини

$$U_n(z) = a_n sh\frac{n\pi}{2b}z + b_n sh\frac{n\pi}{2b}z -$$
$$-i\omega d\sigma\frac{1}{2\pi}I\mu_0\int_{l_1}^{l_2}\overline{a}\frac{\xi-a}{h^2+(\xi-a)^2}\frac{sh\frac{n\pi}{2b}(z-\xi)}{2\frac{n\pi}{2b}}d\xi\,. \tag{5.131}$$

Підстановка розв'язків (5.128), (5.130), (5.131) в умови (5.126) – (5.128) дозволяють визначити постійні a_n, b_n, c_n, d_n. Складові вихрового струму знаходяться з виразів

$$j_x = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad j_z = \frac{\partial U}{\partial x}. \tag{5.132}$$

Література до розділу 5

1. Береза В.Л., Иванков В.Ф., Фурман Я.И. Распределение магнитного поля сильноточных отводов на поверхности крышки бака трансформатора. Техническая электродинамика. 1985. №4. С. 33-37.
2. Вихревые токи и потери в баке трансформатора от магнитного поля отводов / Л.П. Нижник, В.Л. Береза, В.Ф. Иванков, Я.И. Фурман. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1985. 46 с. (Препринт / Институт математики АН УССР, 85.9).
3. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.-Л.: Изд–во АН СССР, 1948. 728 с.
4. Иванков В.Ф. Математические модели к расчету вихревых токов в элементах конструкции из немагнитной стали трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Електродинаміка. Киев : Ін–т электродинаміки НАН України. 2001. С. 9-25.

5. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля, потерь в баках трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2005. № 1 (10). С. 91-104.
6. Иванков В.Ф., Каналюк В.Л. Расчет магнитной индукции, вихревых токов и потерь в немагнитной ярмовой балке силового трансформатора. Техническая электродинамика. 1987. № 6. С. 34-40.
7. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электродинамические расчеты в энергетике. Киев: Техніка, 1977. 184 с.
8. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
9. Лурье А.И. Расчет вихревых токов в тонкой пластине для определения добавочных потерь в трансформаторах и реакторах. Электричество. 1968. № 6. С. 80-82.
10. Морозов Д.Н. Расчет общих и местных потерь в пластинах, пронизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. Электричество. 1967. № 12. С. 32-38.
11. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. Л.-М.: Госэнергоиздат, 1949. 190 с.
12. Особенности электромагнитного расчета тягового трансформатора с регулированием напряжения на стороне высшего напряжения / М.Ю. Виногреев, Т.М. Витренко, В.Ф. Иванков, Г.И. Калайда. Техническая электродинамика. 1985. № 2. С. 78- 85.
13. Потери в баках мощных силовых трансформаторов, вызванных магнитным полем отводов, и методы их снижения / В.Л. Береза, В.Ф. Иванков, Я.И. Фурман, Л.П. Нижник. Трансформаторы. Перевод докладов Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ–88) / под ред. С.Д.Лизунова. Доклад 12-07. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 86-96.
14. Розрахунок магнетного поля, втрат та нагріву у пресувальній пластині і електростатичному екрані на стрижні трансформатора та шунтувального реактора / В.Ф. Іванков, А.В. Басова., І.В. Хімюк, С.С. Кокошин, В.О. Іванков. Технічна електродинаміка. 2009. № 6. С. 46-53.
15. Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.: Изд–во иностр. лит., 1954. 539 с.
16. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1968. 456 с.
17. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин / пер. с польск. М.: Энергоатомиздат, 1986. 200 с.

18. Цейтлин Л.А. Потери на вихревые токи в тонких пластинах. Электричество. 1969. №3. С.73-77.
19. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 776 с.
20. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах. М.-Л.: Энергия, 1966. 200 с.
21. Basova A.V., Ivankov V.F., Khimjuk I.V. Losses, heating in tank covers of transformers. Технічна електродинаміка. 2013. № 4. С. 74-80.
22. Eddy currents and losses in the transformer thank cover induced by the field of heavy current taps / V.L. Bereza, Ya.I. Furman , V.F. Ivankov, L.P. Nizhnik. International symposium on electromagnetic fields in electrical engineering, 26-28 Sept. 1985. Warsaw, Poland: ISEF'85, 1985. P. 245-248.
23. Ivankov V., Basova A., Khimjuk I. Losses and heatings of tank covers large transformers. Theory, calculation, experiment. LAP LAMBERT Academic Publishing. 2015. 96 p. ISBN: 978-3-659-28296-6.
24. Losses in tanks of lagre power transformers, caused by magnetic field and method of their reduction / Ya.I. Furman, V.L. Bereza, V.F. Ivankov, L.P. Nizhnik. International Conference on Lagre High Voltage Electric Systems (CIGRE). Report 12-07. 1988. Session (Paris, 28 th August – 3 rd September). 1988. 6 p.
25. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.

РОЗРАХУНОК ІНДУКТИВНОСТЕЙ І СТРУМІВ ПРОВІДНОСТІ В ОБМОТКАХ ТА В ЗАМКНЕНИХ ПРОВІДНИХ ЕКРАНАХ

6.1. Розрахунок індуктивностей трансформаторів і реакторів на основі замкненої циліндричної моделі

Для практичних розрахунків індуктивних параметрів трансформаторів найчастіше використовується окремий випадок замкненої циліндричної моделі М-ЗЦ (рис. 2.1), яка обмежена по осьовій координаті поверхнями ідеальних феромагнітних півпросторів і в радіальному напрямі обмотки розташовуються між внутрішнім феромагнітним циліндром радіусом a із скінченною магнітною проникністю μ_a' і зовнішнім циліндром радіусом b з проникністю μ_b'. На підставі визначення індуктивностей (2.119) через кутову складову електричного поля $E_\varphi(r,z)$ отримано представлені в [4] вирази для власних $i=j$ і взаємних $i\neq j$ індуктивностей кругових обмоток прямокутного перерізу (зон) за умови, що радіальні координати положення зон співпадають по осьовій координаті (в межах одного концентра) або зони знаходяться в дотичних концентрах або в концентрах з радіальними проміжками між ними:

$$L_{ii}=\mu_0 W_i^2\left(X_{0i}+\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{m}^{-6}X_{mi}Z_{mi}^2\right), \tag{6.1}$$

$$L_{ij}=\mu_0 W_i W_j\left(X_{0ij}+\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{m}^{-6}X_{mi}Z_{mi}Z_{mj}\begin{cases}X_{mi}, & r_{1,2i}=r_{1,2j}\\ X_{mij}, & r_{2i}\le r_{1j}\end{cases}\right), \tag{6.2}$$

$$X_{0i}=\frac{\pi}{6l}\left[6a^2(\mu_a'-1)+3r_{1i}^2+2r_{1i}r_{2i}+r_{2i}^2\right], \tag{6.3}$$

$$X_{0ij}=\frac{\pi}{6l}\left[6a^2(\mu_a'-1)+2\left(r_{1i}^2+r_{1i}r_{2i}+r_{2i}^2\right)\right], \tag{6.4}$$

$$Z_{m\nu}=\sin\tilde{m}z_{2\nu}-\sin\tilde{m}z_{1\nu},\ S_\nu=(r_{2\nu}-r_{1\nu})(z_{2\nu}-z_{1\nu}),\ \nu=i,j, \tag{6.5}$$

$$X_{mi}=\frac{4\pi}{lS_i^2}\left[\rho_i(C_i-\varphi_{1i})+q_i(D_i-\psi_{2i})+\frac{\pi}{2}(h_{2i}-h_{1i})\right], \tag{6.6}$$

$$X_{mij}=\frac{4\pi}{l\,S_1\,S_2}\left[\rho_i C_j E\left(x_{1j}-x_{1i}\right)+q_i D_j E\left(x_{2i}-x_{2j}\right)+q_i\rho_j E\left(x_{2i}-x_{1j}\right)\right], \quad (6.7)$$

$$C_\gamma=\alpha\left[\rho_\gamma E\left(a'-2x_{1\gamma}\right)+\beta q_\gamma E\left(x_{2\gamma}-x_{1\gamma}-c'\right)\right]/\left[1-\alpha\beta E\left(-c'\right)\right], \nu=i,j, \quad (6.8)$$

$$D_\gamma=\beta\left[\alpha\rho_\gamma E\left(x_{2\gamma}-x_{1\gamma}-c'\right)+q_\gamma E\left(2x_{2\gamma}-b'\right)\right]/\left[1-\alpha\beta E\left(-c'\right)\right], \nu=i,j, \quad (6.9)$$

$$\rho_\gamma=\psi_{1\gamma}-\psi_{2\gamma}E\left(x_{1\gamma}-x_{2\gamma}\right);\ \ q_\gamma=\varphi_{2\gamma}-\varphi_{1\gamma}E\left(x_{1\gamma}-x_{2\gamma}\right),\ \ \nu=i,j, \quad (6.10)$$

$$\alpha=\left(\mu'_a-1\right)/\left(\mu'_a k_{0a}/i_{0a}+k_{1a}/i_{1a}\right),\ \beta=\left(\mu'_b-1\right)/\left(\mu'_b i_{0b}/k_{0b}+i_{1b}/k_{1b}\right), \quad (6.11)$$

$$\tilde{m}=m\pi/l,\ x_{1,2}=\tilde{m}r_{1,2},\ a'=\tilde{m}a,\ b'=\tilde{m}b,\ c'=\tilde{m}\left(b-a\right), \quad (6.12)$$

$$i_{\gamma p}=i_\gamma\left(p'\right),\ \ k_{\gamma p}=k_\gamma\left(p'\right),\ \ h(x)=\int_0^x z\Lambda_1(z)dz,\ \ p'=a',b', \quad (6.13)$$

$$i_\gamma(x)=I_\gamma(x)E(-x),\ \ k_\gamma(x)=K_\gamma(x)E(x),\ \ E(x)=e^x, \quad (6.14)$$

$$q(x)=E(-x)\int_0^x zI_1(z)dz, \quad (6.15)$$

$$\psi(x)=E(x)\left[\frac{\pi}{2}-\int_0^x zK_1(z)dz\right]. \quad (6.16)$$

Модифіковані функції Бесселя першого і другого роду I_γ, K_γ порядку $\gamma=0{,}1$, інтеграли від них і різницевої функції $\Lambda_1=I_\gamma-L_1$, де L_1 – функція Струве, обчислюються за алгоритмами роботи [29].

Зауважимо, що для даної моделі при отриманні коефіцієнтів X_0 використані алгебраїчні вирази виду (2.31) для E_0, а для коефіцієнтів X_m – вирази (2.32) із визначенням параметрів $k_{m,a}, k_{m,b}$ по (2.64).

У виразах (6.6) – (6.16) використано ефективне при розрахунках масштабування (2.68), (2.69) спеціальних функцій у вигляді добутку експонент і відповідних коефіцієнтів.

За відсутності бічних циліндрів $(\mu'_a = 1,\ \mu'_b = 1)$ приведений алгоритм визначає індуктивності відкритої циліндричної моделі М-ВЦ. При цьому коефіцієнти (6.11) і перші доданки в (6.3) - (6.4) дорівнюють нулю.

Аналогічним чином, використовуючи (2.52), можна отримати алгоритми розрахунку індуктивностей кругових елементів прямокутного перерізу для циліндричної моделі трансформатора на нескінченному стрижні. За відсутності зовнішнього циліндра $(\mu'_b = 1)$ отримувані при цьому вирази відповідають [3, 13].

За відсутності внутрішнього і зовнішнього циліндрів визначаються індуктивності вільних обмоток, а також реакторів без сталі з електромагнітними екранами. При скінченних значеннях магнітної проникності внутрішнього циліндра, розрахункова модель застосовна для дослідження спеціальних режимів трансформаторів, що супроводжуються насиченням стрижня, а також для розрахунку індуктивності шунтувального реактора з регулюванням під напругою. Вказані розрахунки розглянуто в наступних частинах цього розділу.

6.2. Формування і розв'язок комплексних систем рівнянь для схем заміщення з активно-індуктивними параметрами

Основою електромагнітних розрахунків трансформаторів і реакторів є розрахунок магнітного поля. Проте безпосередньому визначенню складових магнітного поля передує розрахунок розподілу струмів збудження. Подібно [2], розроблено метод розрахунку струмів провідності в складних з'єднаннях обмоток трансформаторів, в обмотках із стрічки і фольги, в замкнених електромагнітних екранах реакторів шляхом формування і розв'язку комплексних систем рівнянь Кірхгофа для схем заміщення з індуктивними і активними параметрами. Для розрахунку індуктивностей використано замкнені і відкриті циліндричні моделі трансформаторів і реакторів.

На основі законів Кірхгофа [21] отримуємо матричну систему рівнянь

$$\tilde{i}\,\omega L\dot{\vec{I}} + R\vec{I} = T\dot{\vec{U}} + T_0 U_0, \quad \tilde{i} = \sqrt{-1}, \tag{6.17}$$

$$T^* \vec{I} = 0, \tag{6.18}$$

де

$$\vec{U} = \left\{U_{am} + U_{pm}\right\}, L = \left\{L_{ij}\right\}, \vec{I} = \left\{I_{ai} + iI_{pi}\right\}, \tag{6.19}$$

$$\vec{I}_a = \left\{I_{ai}\right\}, \quad \vec{I}_p = \left\{I_{pi}\right\},$$

$$T = \{T_{im}\},\ T^* = \{T_{mi}\},\ T_0 = \{T_{0i}\},\ R = \left\{R_{ij}\right\}, \tag{6.20}$$

де $\vec{U}$ – вектор комплексів напруги в вузлах схеми по відношенню до заземлених вузлів; L – матриця власних і взаємних індуктивностей елементів; $\vec{I}$ – вектор комплексів струмів елементів; T – матриця з'єднань елементів; T^* – матриця, транспонована до T; T_0 – вектор з'єднання елементів з джерелами живлення; R – матриця активних опорів елементів (при $i \neq j$ $R_{ij} = 0$). В результаті розв'язку системи визначаються вектори активних $\bar{I}_a$ і реактивних $\bar{I}_P$ струмів в елементах, складові I_a, I_p вхідного струму $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$, модуль та аргумент опору короткого замикання $|Z| = U_0 / I$, $\varphi = arctg(I_p / I_a)$.

Для розрахунку індуктивностей, реактивних опорів, розподілу струмів по електричних вітках схеми заміщення, магнітного поля циліндричної моделі трансформатора та електричного реактора розроблено ПМК **RLI** [11].

Індуктивності кругових елементів обчислюються по алгоритмах (6.1) – (6.16). Відповідно до заданої схеми заміщення складається і розв'язується система рівнянь Кірхгофа. Визначається розподіл струмів по елементах схеми заміщення обмоток. Втрати в кожній обмотці визначаються, як сума втрат в K її елементах

$$P = \sum_{i=1}^{K} (I_{a\text{i}}^2 + I_{p\text{i}}^2) R_i \cdot \tag{6.21}$$

ПМК **RLI** використовується для розрахунків силових трансформаторів та автотрансформаторів, шунтувальних реакторів із регулюванням під напругою (РПН). Програма забезпечує розрахунок складних схем обмоток перетворювальних трансформаторів для спеціальних режимів короткого замикання – наскрізного, парного, часткового, комутації, розщеплення [1].

Із застосуванням програми можуть бути досліджені також розподіли циркуляційних струмів обмоток із різними схемами транспонування проводів.

Зауважимо, що ПМК **RLI**, зокрема, застосовано при розрахунках струмів релейного захисту шунтувальних реакторів [7].

Нижче представлено приклади розрахунків струмів провідності в трансформаторах та реакторах з обмотками із фольги та стрічки, а також реакторів без сталі з електромагнітними екранами.

6.3. Розрахунок струмів провідності в обмотках трансформатора із фольги

Трансформатори і реактори з обмотками із алюмінієвої фольги і стрічки мають ряд переваг в порівнянні з конструкціями, в яких обмотки виконані з дроту. Фольгові обмотки (ФО) мають вищу динамічну стійкість, краще заповнюють «вікно» МС, менш трудомісткі у виготовленні. Втрати в обмотках нижчої напруги (НН), що намотуються з нерозрізаної по висоті стрічки (фольга завтовшки більше 0,2 мм), знаходяться на рівні втрат в обмотках з дроту. Внаслідок високої теплопровідності металу розподіл температури по висоті ФО практично рівномірний. Дослідження [5] підтвердили доцільність широкого застосування ФО в масових серіях розподільних трансформаторів.

Основою електромагнітного розрахунку трансформаторів з ФО є обчислення розподілу струмів в обмотках. У роботах [23, 31] задача зводиться до визначення коефіцієнтів ряду Фур'є, що апроксимує розподіл вихрових струмів по висоті обмотки. У роботі [32] використовується метод скінченних різниць, а у роботах [27, 30] розв’язується інтегральне рівняння відносно шуканої функції розподілу струму. Проте в усіх цих роботах розглянутий окремий випадок, коли одна обмотка виконана з фольги, а інша - з дроту і значення струму в ній відоме. Не враховується також циліндричність обмоток.

В роботі [4] показано застосування більш повного розв’язку задачі, яке ґрунтується на заміні обмоток круговими елементами з активними і індуктивними опорами і на розв’язку рівнянь Кірхгофа відносно струмів в елементах. Подібний підхід застосований в роботах [24, 25].

Розглянемо вісесиметричну модель, що дозволяє врахувати вплив горизонтальних ярем, сусіднього стрижня, бічного ярма і бака трансформатора – рис. 6.1. Фольгові обмотки розбиваються на елементи, розміри яких дорівнюють подвійній глибині проникнення електромагнітної хвилі в метал обмотки. На рис. 6.1а представлена також електрична схема заміщення обмоток.

Внутрішня короткозамкнена ФО представляється паралельними гілками із загальними заземленими вузлами, а зовнішня обмотка, у випадку її виготовлення також з фольгових котушок, – паралельними гілками в перерізі котушок і послідовними гілками між котушками. До обмотки живлення підключається джерело напруги з частотою 50 Гц.

Радіальна $B_r(r,z)$ і осьова $B_z(r,z)$ складові індукції магнітного поля обчислюються по алгоритмах (2.58) – (2.67) окремо для активних і реактивних струмів в обмотках.

З метою експериментальної перевірки застосованої методики досліджувався трансформатор потужністю 400 кВА (рис.6.1б, 6.1в) та реактор [23] – рис.6.6а.

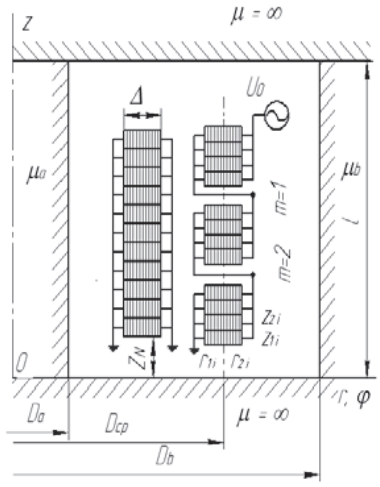


Рис. 6.1а

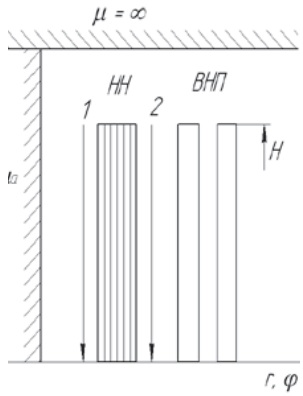


Рис. 6.1б

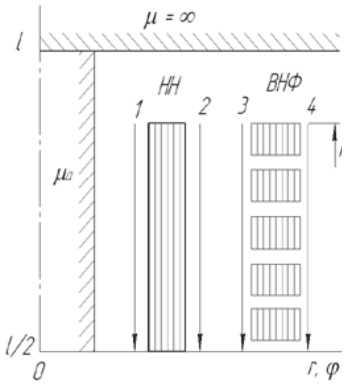


Рис. 6.1в

Обмотка НН трансформатора виконана з алюмінієвої стрічки перерізом 550х0,5 мм. Обмотка ВН була виготовлена в одному випадку з круглого мідного дроту діаметром 2.1 мм у вигляді двох концентрів (ВНП1, ВНП2), а в другому – з 8 послідовно сполучених котушок з алюмінієвої фольги перерізом 60х0.05 мм (ВНФ) з каналами висотою 12 мм. Розрахункові параметри обмоток трансформатора і реактора приведено в таблиці 6.1, де D, Δ, H, $z_н$ – відповідно середній діаметр, радіальний розмір, висота, координата нижнього краю перерізу; K – число елементів обмотки; W, h_i, R_i – число витків, висота, активний опір i елементу. Розрахунок виконано при D_a =140 мм, l=1650 мм, μ'_a = 200, μ'_b =1.

Виміряні (В) і розрахункові (Р) значення модуля і аргументу опору КЗ, вхідного струму, сумарних втрат в обмотках для двох режимів порів-

нюються в таблиці. 6.2. Відхилення розрахункових величин знаходяться в межах 5 % від цих вимірів. Для вимірів розподілу вихрових струмів по висоті обмотки НН використовувалися потенційні витки з тонких мідних провідників. Складові індукції вимірювалися на поверхні обмоток в перерізі по поперечній осі трансформатора датчиками індукційного типу.

Розрахункові значення струмів у верхній половині фольгової обмотки НН для режимів НН–ВНП і НН–ВНФ представлено на рис. 6.2.

Таблиця 6.1 - Геометричні параметри трансформатора та реактора

Позначення концентра	D, мм	Δ, мм	H, мм	$z_н$, мм	K, мм	h_i, мм	W_i, мм	R_i, мОм
Трансформатор								
НН	228	11	550	550	25	22	10	24
ВНП1	311	15	566	542	1	566	1150	5487
ВНП2	356	18	566	542	1	566	1380	7558
ВНФ	328	32	566	542	8 x 4	15	356	15348
Реактор		10.5	76.2	76.2	10	76.2	64	
1	105.25							609
2	125.75							728
3	146.25							848
4	166.75							967

Таблиця 6.2 - Вхідний імпеданс, струми, втрати трансформатора

Режим	U_0, кВ	$\frac{\lvert Z\rvert_B}{\lvert Z\rvert_P}$, Ом	$\frac{\varphi_B}{\varphi_P}$, ел. град	$\frac{I_B}{I_P}$, А	$\frac{P_B}{P_P}$, Вт
НН–ВНП	1.244	$\frac{177.6}{177.5}$	$\frac{67.1}{65.4}$	$\frac{7.01}{7.07}$	$\frac{3864}{3699}$
НН–ВНФ	1.382	$\frac{224.0}{221.0}$	$\frac{62.1}{60.5}$	$\frac{6.28}{6.25}$	$\frac{4532}{4302}$

Експериментальні значення модулів струмів показано точками в місцях установки вимірювальних витків. Величини струмів переведено у відносні одиниці (в. о.) $I^* = I / I_{ср}$, де середнє значення модуля струму визначається за активними та реактивними складовими струму в елементах обмотки. Для режиму НН–ВНП $I_{НН,ср}$=70.1 А, а для режиму НН–ВНФ – $I_{НН,ср}$=70.44 А, $I_{ВН_ф,ср}$=1.56 А. Відмінність виміряних і

розрахункових значень модулів струмів не перевищує 3 %.

Розрахунки складових індукції магнітного поля виконано для твірних 1, 2, які знаходяться на відстані 3 мм від поверхні обмоток, в місцях розташування датчиків.

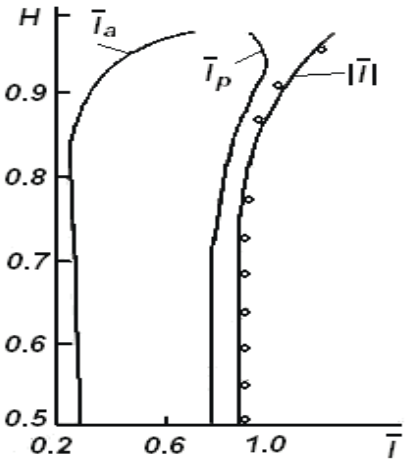


Рис. 6.2а

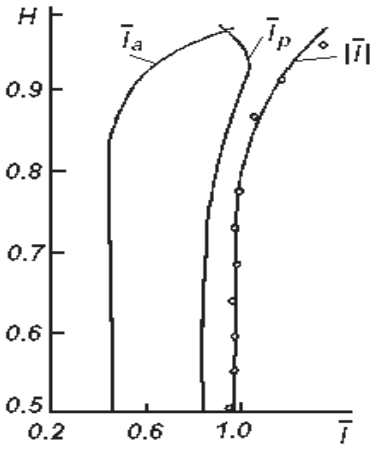


Рис. 6.2б

Розподіл струму по висоті крайніх котушок обмотки ВНФ більш нерівномірний, ніж в середніх – рис. 6.3.

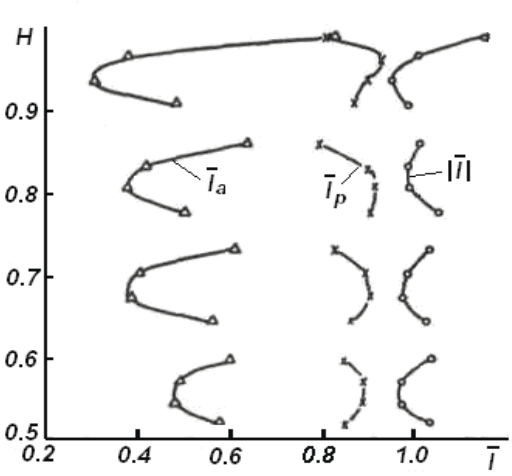


Рис. 6.3

Модулі радіальної $B_r = \sqrt{B_{ra}^2 + B_{rp}^2}$ і осьової $B_z = \sqrt{B_{za}^2 + B_{zp}^2}$ складових індукції магнітного поля на верхній половині обмотки НН в ре-

жимах НН–ВНП і НН–ВНФ дано відповідно на рис. 6.4. Складний розподіл поля на поверхні обмотки ВНФ (рис. 6.5) обумовлений нерівномірністю розподілу струмів по висоті її котушок. Точками вказано експериментальні значення у вигляді відносних значень індукції $B^* = B / B_m$ (в. о.), де B_m – модуль осьової складової в каналі розсіювання. У режимі НН–ВНП B_m=0.053 Тл, у режимі НН–ВНФ B_m=0.05 Тл.

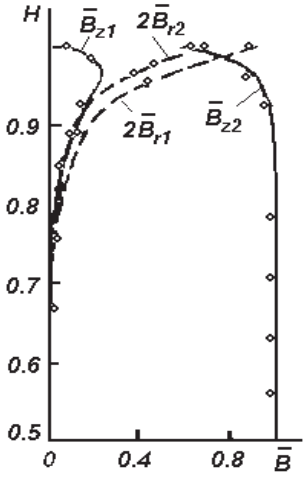


Рис. 6.4а

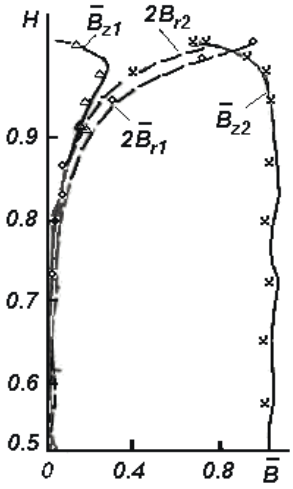


Рис. 6.4б

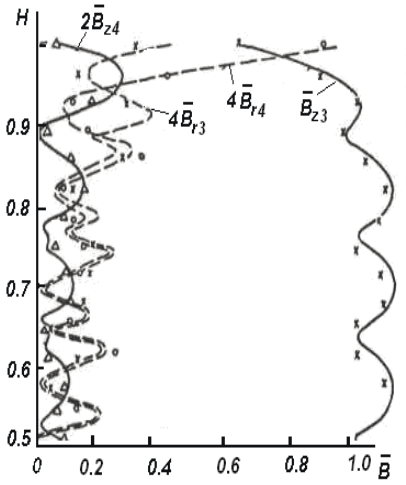


Рис.6.5

6.4. Струми провідності в обмотках реакторів із фольги

Розрахункова замкнена циліндрична модель М-ЗЦ дозволяє досліджувати реактори з фольговими обмотками без МС, з броньовою МС і т.п. У разі броньової МС використовується вісесиметрична модель за рис. 6.6 зі значеннями відносної магнітної проникності циліндрів $\mu'_a = 1,\ \mu'_b \geq 1$. При виключенні в цій моделі феромагнітних циліндрів ($\mu'_a = \mu'_b = 1$) і завданні висоти розрахункового вікна рівною подвоєній висоті обмотки забезпечується розрахунок і повітряних реакторів. Для прикладу проведено розрахунок повітряного реактора [23], виконаного з чотирьох концентрів з фольги, їх середні діаметри та опори наведено в табл. 6.1.

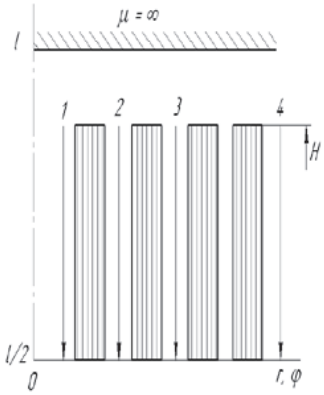


Рис. 6.6а

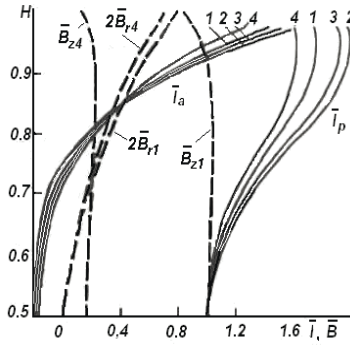


Рис. 6.6б

На рис.6.6б показано розподіл струмів у відносних значеннях $I^* = I / I_p$, (в. о.), де I_p=10.,4 А – значення реактивної складової струму на середині висоти ФО при U_0=40 В. Результати розрахунку струмів за вказаною методикою практично співпали з даними роботи [25]. На рис. 6.6б також представлено розподіл модулів складових магнітної індукції B_r^*, B_z^* на внутрішній твірній концентра 1 і на зовнішній твірній концентра 4 (пунктирними лініями) $B^* = B / B_m$ (в. о.), де B_m=0.065 Тл – модуль осьового поля на середині висоти внутрішньої твірної ФО.

В роботі [17] наведено методику застосована для розрахунку розподілу струму в обмотках прямокутної форми тягового трансформатора. Еквівалентні параметри розрахункових елементів визначаються з умови рівності потокозчеплення реальних прямокутних і розрахункових кругових котушок.

6.5. Дослідження розподілу струмів і втрат в замкнених провідних екранах реактора без сталі

У шунтувальних і струмообмежувальних реакторах без сталі з електромагнітними екранами (рис. 6.7) обмотка 1 екранується замкненими горизонтальними 2 і вертикальним 3 екранами. З конструкційної феромагнітної сталі виконуються натискні плити 4 і циліндричний бак 5. Для охолодження використовується трансформаторне масло.

При аналітичному розрахунку застосовано замкнену циліндричну модель М-ЗЦ, в якій обмотки прямокутного перерізу розташовані у феромагнітному пазу без стрижня - рис. 6.8. Характерний розподіл магнітного поля у вигляді силових ліній показано на рис. 6.9.

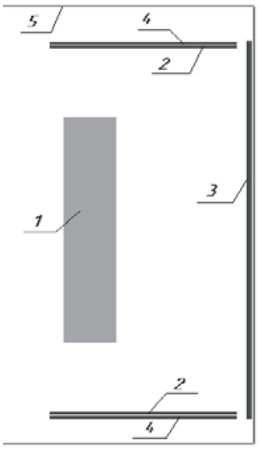


Рис. 6.7

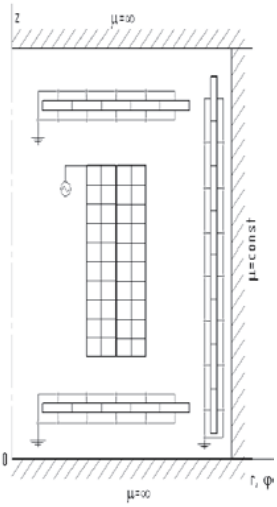


Рис. 6.8

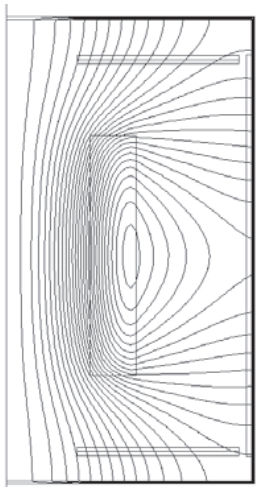


Рис. 6.9

За радіальним розміром обмотки осьова складова магнітного поля має відомий «перехід через нуль», що обумовлено дією розмагнічування струмів вертикального екрану.

Визначення індуктивності реактора і розподілу струму в екранах проведено [16] як для пристрою з великим числом індуктивнозв'язаних контурів. Екрани представляються у вигляді скінченної кількості короткозамкнених обмоток із струмом.

Розглянуто реактор типу РОМ-510/26, геометрія якого і розбиття екранів і обмотки на елементи показано на рис. 6.10. Для чисельно-аналітичних розрахунків використано програмний комплекс ПМК **RLI** [11].

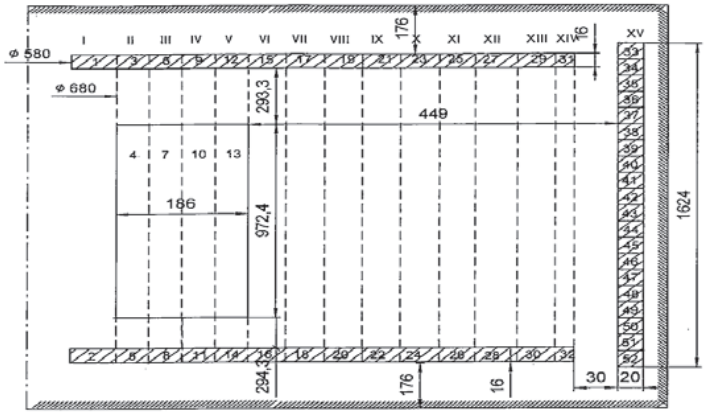


Рис. 6.10

Для цього ж реактора додатково були проведені розрахунки із застосуванням чисельної моделі. Сіткову модель реактора наведено на рис. 6.11. Розподіл магнітної індукції показано на рис. 6.12.

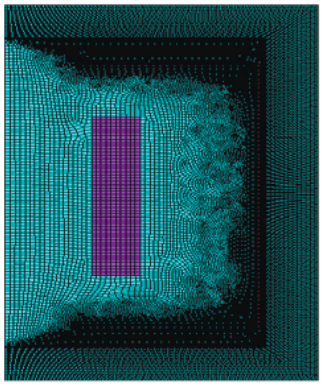


Рис. 6.11

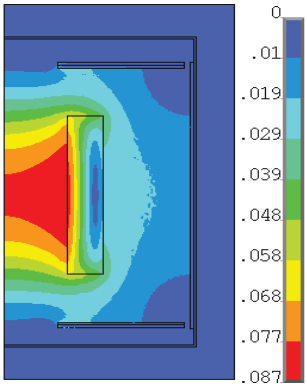


Рис. 6.12

В результаті визначено, що по товщині горизонтальних екранів розподіл щільності струму є практично рівномірним. У вертикальному екрані щільність струму від внутрішньої до зовнішньої поверхні екрану зменшується в 2 рази. Ця нерівномірність особливо сильно проявляється в середній частині і незначна на краях екрану.

З метою уточнення розподілу струмів і втрат у вертикальному екрані в моделі **RLI** вертикальний екран представлено у вигляді чотирьох шарів (замість спрощеного одного). Це дозволило врахувати згасання поля по товщині екрану. Саме така модель **RLI** наблизила величини струмів і втрат до значень, які отримано за допомогою чисельної моделі.

На рис. 6.13 показано кусково-постійний розподіл щільності струму по висоті шарів I, II, III, IV і середні значення **RLI**-ср. Суцільна лінія є результатом розрахунку усередненої щільності по товщині екрану чисельної моделі.

Розподіл щільності струмів уздовж радіального розміру верхнього горизонтального екрану показано на рис. 6.14. Кусково-постійними лініями, що відповідають розбиттю екрана на кругові елементи, показано результати розрахунку моделі **RLI,** неперервною лінією – результат ANSYS. На внутрішньому краю екрану спостерігається місцеве збільшення струму.

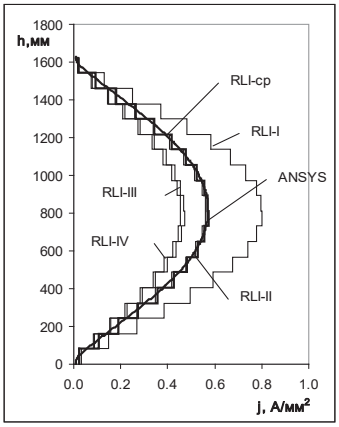


Рис. 6.13

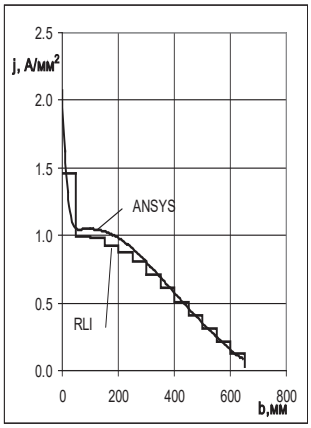


Рис. 6.14

За відомим значенням струмів в обмотці і в екранах, із застосуванням програми **RLI,** обчислено складові індукції магнітного поля. Для реальних співвідношень індуктивних і активних складових струмів в обмотці і в екранах прийнято, що магнітним полем від струмів активної складової можна знехтувати. На рис. 6.15 показано розподіл радіальної B_r і осьової B_z складових індукції магнітного поля по висоті внутрішньої, середньої і зовнішньої твірних обмотки (нижні індекси 1, 2, 3) від індуктивних струмів. Осьова складова B_z на внутрішній і зовнішній твірних обмотки має протилежне по знаку значення, що відповідає замиканню силових ліній магнітного поля усередині обмотки по рис. 6.9.

По відомому магнітному полю з використанням ПМК **RST** [11] обчислено за методом Фільда [14] розподіл втрат в котушках концентрів. Для досліджуваного реактора максимальні додаткові втрати на вихрові струми від радіальної складової магнітного поля на краях обмотки приблизно рівні омічним, тому розподіл об'ємних втрат має сильно нерівномірний характер (рис. 6.16, ВК- внутрішній концентр), що необхідно враховувати при тепловому розрахунку котушок обмотки.

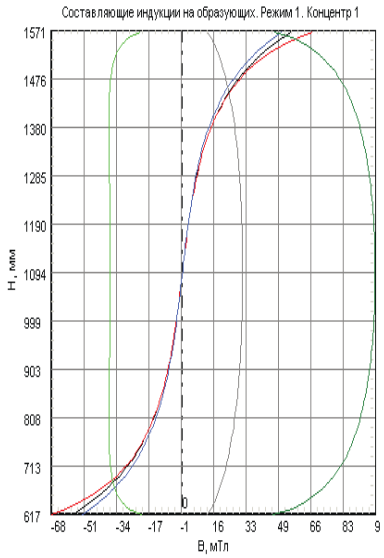


Рис. 6.15

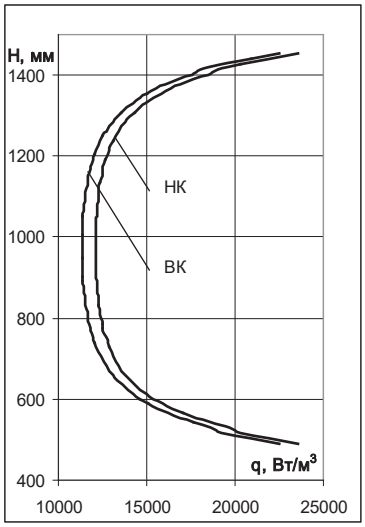


Рис. 6.16

Результати розрахунків вхідного опору (імпедансу) і втрат в реакторі, а також виміряні величини приведено в табл. 6.3. У стовпці результатів розрахунків «RLI, RST» показано втрати у вертикальному екрані для двох моделей - з чотирьох шарів і з одного шару. Модель з чотирьох шарів являється точнішою і відповідає польовій моделі, з результатами в стовпці «ANSYS», оскільки відтворює нерівномірність розподілу струмів не лише по висоті, але й по ширині екрану (див. табл. 6.3, а також рис. 6.13). Основні втрати в обмотці прийнято по вимірах. Для зручності порівняння в графі «Виміри» записано сумарні втрати в обмотці, обчислені з врахуванням додаткових втрат, отриманих з ПМК **RLI, RST**. Втрати в обмотці в графі «ANSYS» також записано з результатів «RLI, RST».

Загальноприйнятим відніманням втрат в обмотці з виміряних сумарних втрат в реакторі, визначаються втрати в конструкції. Як видно з табл. 6.3, по сумарних втратах в реакторі і в конструкції розрахункові втрати близькі до виміряних. У феромагнітних натискних плитах і в баку втрати практично відсутні.

При експериментальних дослідженнях за допомогою датчиків індукційного типу були виміряні складові магнітної індукції по висоті зовнішніх твірних обмотки, а датчиками Роговського - струми в екранах. Їх порівняння з результатами розрахунків приведено в роботі [16]. Як розрахункові сумарні втрати в реакторі, так і розподіли щільності струму в екранах і складових індукції магнітного поля в обмотці в достатній мірі відповідають результатам вимірів.

В розділі 12 представлено результати зв'язаного електромагнітного і теплового розрахунку цього реактора.

Таблиця 6.3 - Розрахункові і виміряні значення вхідного опору та втрат

	Виміри	RLI, RST	ANSYS
1 Вхідний опір, Ом	1311	1319.9	
- реактивна складова	-	1319.9	1318.5
- активна складова	-	16.53	-
2 Втрати КЗ, кВт			
2.1 Обмотка - основні	3.737	3.737	3.737
- додаткові	-	0.797	0.797
Сумарні втрати в обмотці	6.534	6.534	6.534
2.2 Екрани горизонтальні	-	0.658	0.727
2.3 Екран вертикальний			
- 1-й шар		0.520	-
- 2-й шар		0.258	-
- 3-й шар	-	0.182	-
- - 4-й шар		0.171	-
сума 4-х шарів		1.131	1.154
(модель RLI екрану з одного шару)	-	(0.826)	-
2.4 Натискні плити	-	-	0.016
2.5 Бак		-	0.010
Сумарні втрати в конструкції	1.881	1.789	1.907
Сумарні втрати в реакторі	6.415	6.324	6.442

6.6. Розрахунок індуктивності і вольт-амперної характеристики статичного шунтувального реактора

Залежність між напругою живлення і струмом $U(I)$, що визначається як вольт-амперна характеристика, є однією з важливих характеристик шунтувальних електричних реакторів постійної потужності, які застосовуються для регулювання потоків реактивної потужності протяжних високовольтних ліній електропередачі [14, 26].

З певним наближенням, при припущенні про гармонійну зміну струму $i = \sqrt{2}\, I \sin \omega t$ та прикладеної напруги $u = \sqrt{2}\, U \cos \omega t$ з круговою частотою $\omega = 2\pi f$, вольт-амперна характеристика реактора визначається через потокозчеплення Ψ та індуктивність L реактора

$$U(I) = \omega \Psi(I) = \omega L(I) I \ . \qquad (6.22)$$

Для забезпечення лінійної вольт-амперної характеристики шунтувального реактора (ШР) при номінальній робочій напрузі застосовується стрижнева з немагнітними проміжками конструкція реактора [14, 15] з низькими значеннями робочої щільності магнітного потоку в МС в лінійній

області характеристики намагнічування холоднокатаної анізотропної ЕТС. При цих умовах індуктивність реактора є сталою величиною $L = const$.

Експлуатаційні підвищення напруги і струму в обмотці можуть призводити до переходу магнітної індукції в МС реактора в область насичення ЕТС, та, відповідно, й до залежності індуктивності від струму $L(I)$. В результаті прийдемо до обмежено-лінійної характеристики $U(I)$. В свою чергу, струм в обмотці визначає індукцію в МС реактора $B_{мс}(I)$, тому залежність $L(I)$ може бути визначена як залежність $L(B_{мс})$.

Ескіз конструкції ШР показано на рис. 6.17.

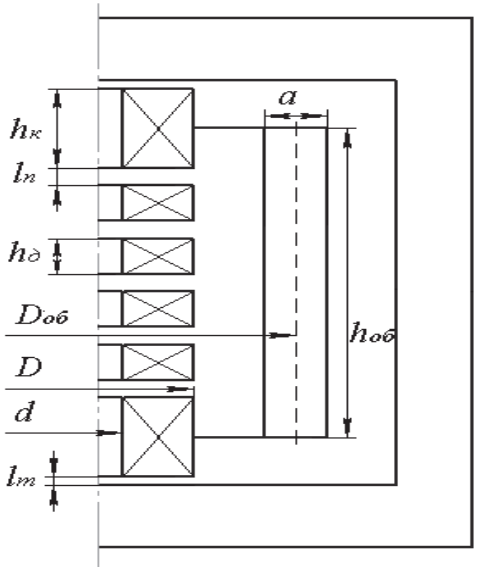


Рис . 6.17

Стрижень МС збирається з двох крайніх дисків заввишки $h_к$ та N внутрішніх дисків. Від горизонтальних ярем крайні диски відділяються невеликими технологічними проміжками l_m. Внутрішні диски з внутрішнім d та зовнішнім D діаметрами виготовляються однакової висоти $h_д$ з $N+1$ проміжками заввишки $l_п$ між собою та крайніми дисками.

МС реактора включає горизонтальні, кутові і вертикальні ділянки бічних ярем. Їх переріз приймається таким, щоб забезпечити однакові значення магнітної індукції в стрижні і в ярмах. Активні перерізи дисків стрижня, планарно шихтованих ярем МС пластинами ЕТС визначаються через їх геометричні перетини S та відповідні коефіцієнти k_a заповнення сталлю $S_a = Sk_a$. Оскільки рівність магнітних індукцій B у стрижні та в ярмах забезпечується конструктивно, то їх магнітна проникність може бу-

ти прийнята однаковою і визначеною по відомій залежності $\mu(B)$ для використовуваної марки ЕТС.

Для врахування можливого насичення МС ШР скористаємося [10] приведеним в [14] визначенням індуктивності реактора через магнітні опори каналу між стрижнем і обмоткою $R_{кан}$, опором стрижня $R_{\mu ст}$ та горизонтальних і вертикальних ділянок ярем $R_{\mu яр}$ з урахуванням скінченних значень магнітної проникності $\mu\left(B_{ст}\right)$

$$L(B) = w^2\left(\frac{R_{кан}R_{\mu ст}}{R_{кан}+R_{\mu ст}} + R_{\mu яр}\right)^{-1}. \qquad (6.23)$$

Магнітний опір каналу між стрижнем і обмоткою $R_{кан}$ згідно [14] визначається висотою обмотки і площею $S_{кан}$ потокозчеплення магнітного поля обмотки з її витками по співвідношенню площі витка $S_{об}$, віддаленого на третину товщини обмотки a від внутрішнього витка.

$$R_{кан} = \frac{h_{об}}{\mu_0 S_{кан}},\ \ S_{кан} = (S_{об} - S_{ст} - S_{ст\varepsilon}),\ \ S_{об} = \frac{\pi}{4}\left(D_{об} - a/3\right)^2, \qquad (6.24)$$

До виразу (6.23) входить площа стрижня $S_{ст}$ та площа $S_{ст\varepsilon}$ «випинання» на величину ε магнітного потоку в проміжках стрижня по внутрішньому і зовнішньому периметрам дисків

$$S_{ст} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right),\quad S_{ст\varepsilon} = 0.75\pi\left(D + d\right)\varepsilon_в \qquad (6.25)$$

Величина «випинання» ε визначається [14] висотами проміжку та прилеглих до нього дисків. При обчисленні в (6.24) $S_{ст\varepsilon}$ прийнято, що для усієї висоти стрижня «випинання» визначається внутрішніми проміжками $\varepsilon_в = \frac{l_п}{\pi}\ln\left(\frac{h_д}{l_п}+1\right)$ [14]. Для технологічних проміжків між крайніми дисками і ярмами може бути прийнято $\varepsilon_т = l_т$.

Магнітний опір стрижня дорівнює сумі послідовних опорів ЕТС крайніх, внутрішніх дисків і повітряних проміжків між ними

$$R_{\mu ст} = 2\frac{h_k}{\mu S_{аст}} + N\frac{h_д}{\mu S_{аст}} + 2\frac{l_т}{\mu_0 S_т} + (N+1)\frac{l_п}{\mu_0 S_п}, \qquad (6.26)$$

$$S_m = \frac{\pi}{4}\left[(D+2\varepsilon_m)^2 - (d-2\varepsilon_m)^2\right],\ S_n = \frac{\pi}{4}\left[(D+2\varepsilon_в)^2 - (d-2\varepsilon_в)^2\right]$$

Магнітний опір ярем визначається спрощено сумарною довжиною осьових ліній горизонтальних і вертикальної ділянок ярем і їх активним перерізом $R_{\mu яр} = \dfrac{l_{яр}}{\mu S_{а\,яр}}$.

Таким чином магнітні опори стрижня та ярем визначаються геометричними параметрами та величиною магнітної проникності при певному значенні індукції магнітного поля в МС $\mu(B_{мс})$.

Напишемо рівняння, яке за законом Ампера зв'язує діючі значення ампер-витків намагнічування в обмотці з падінням магнітної напруги по замкненому контуру уздовж стрижня і ярем МС при певній величині індукції в МС

$$I(B)w = B\left(R_{\mu\,ст}S_{а\,ст} + R_{\mu\,яр}S_{а\,яр}\right)/\sqrt{2}\,. \qquad (6.27)$$

Таким чином, вирази (6.23), (6.26), (6.27) однозначно пов'язуються з величиною магнітної індукції $B_{мс}$.

Аналітичний розрахунок вольт-амперної характеристики реактора полягає в наступному. Задаються ряд $n = 1,2,...$ значень індукції $B_{мс,n}$, як для її робочих значень, так і в діапазоні її можливих підвищених значень. По основній кривій намагнічування визначаються величини магнітної проникності $\mu_n(B_n)$ сталі МС реактора. По виразах (6.22) – (6.27) проводяться обчислення параметрів R_n, L_n, I_n, U_n. Набуті таким чином дискретні значення вказаних величин і визначають вольт-амперну табличну залежність $U_n(I_n)$.

З використанням наведеного методу розроблено програмно-методичний комплекс **INR** в складі розрахункової підсистеми [11].

Розглянутий аналітичний метод грунтується на спрощеному представленні магнітних потоків реактора. Уточнена модель ШР може бути створена на значно детальнішій схемі заміщення магнітними опорами елементів обмотки, сталі МС, бака і повітряних проміжків, наприклад, із застосуванням просторової сітки опорів [18, 20].

Нині найбільш доцільним є використання розвинених програмних засобів тривимірного чисельного аналізу. Покажемо два підходи до дослідження чисельної розрахункової моделі реактора (ЧРМР).

Перший підхід до формування розрахункової моделі полягає в розробці і дослідженні ЧРМР, яка в необхідній і достатній мірі для основної мети розрахунку базується на тривимірній конструкції реактора. Через умови

симетрії реактора в моделі використовується четверта частина його конструкції (рис. 6.18). Торцеві і вертикальні ярма МС реактора, диски стрижня, магнітні шунти у торців обмоток представляються в ЧРМР спрощеними по геометрії тривимірними тілами з анізотропними магнітними властивостями. У площині листів ЕТС магнітні властивості описуються основною характеристикою намагнічування сталі $B(H)$. В ортогональному напрямі (по нормалі до площини листів) розрахунковим тілам задається постійне значення магнітної проникності $\mu = const$, яка визначається як для шаруватого середовища «повітря-сталь» по відповідному коефіцієнту заповнення сталлю.

Через малий вплив на основне магнітне поле в області стрижня і обмоток, бак реактора з конструктивної феромагнітної сталі представляється спрощено ізотропним тілом з постійним значенням магнітної проникності і з нульовою електричною провідністю. Ярмові балки не враховуються. Просторову сітку ЧРМР показано на рис. 6.19.

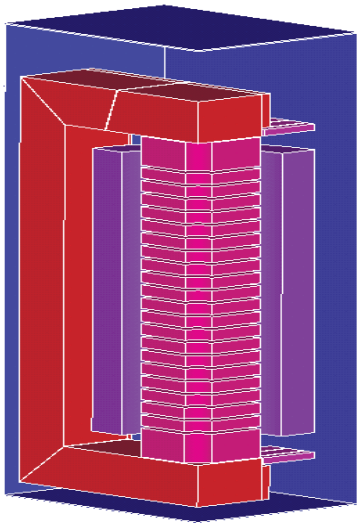


Рис. 6.18

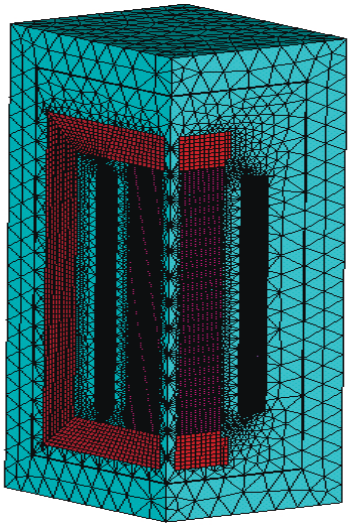


Рис. 6.19

Прийняті допущення і умови формування ЧРМР дозволяють виконати розрахунок магнітного поля реактора методом стаціонарного аналізу. Чисельний метод розрахунку вольт-амперної характеристики реактора полягає в наступному. Задається ряд $k = 1,2,...$ значень струму в обмотці I_k. Засобами ПЗ обчислюється розподіл індукції $B_{v,k}$ у елементарних об'ємах v розрахункової області моделі. Індуктивність реактора визначається з використанням визначення [14]

$$L_k = \frac{2W_k}{I_k^{\,2}}. \qquad (6.28)$$

При цьому апробовано два способи визначення енергії магнітного поля.

Перший спосіб виходить з мети провести чисельним методом верифікацію аналітичного алгоритму, при якому приймається основна умова, що магнітна проникність стрижня та ярем при певному значенні струму I_k в обмотці може бути прийнята певною сталою величиною μ_k. За цієї умови чисельна розрахункова модель є лінійною і енергію магнітного поля можна визначити за виразом

$$W_k = \int_V \frac{B_{v,k}^{\,2}}{\mu_k} dv. \qquad (6.29)$$

В цьому випадку аналітична та чисельні моделі розрізняються геометрією розрахункових моделей та методами розрахунку.

Другий спосіб визначення енергії магнітного поля реактора полягає в тому, щоб врахувати локальне нелінійне намагнічування ЕТС. Модель стрижнів з радіальним шихтуванням пластин ЕТС характеризується сталою величиною кутової магнітної проникності $\mu_\varphi = const$. Також постійною, залежною від заповнення перерізу ярем пластинами ЕТС приймається магнітна проникність в напрямку по нормалі $\overline{n}$ до площин сталі $\mu_{\overline{n}} = const$. В площині листів ЕТС стрижня та ярем магнітна проникність визначається нелінійною основною кривою намагнічування в напрямку прокатки ЕТС.

Для такої моделі енергія магнітного поля при значенні струму в обмотці I_k визначається за виразом

$$W_k = \int_V \left(\int_0^{B_k} HdB \right) dv. \qquad (6.30)$$

При обчисленні енергії магнітного поля об'ємом інтегрування V є тривимірний об'єм усіх елементів ЧРМР (з урахуванням використовуваного коефіцієнта симетрії моделі).

Через (6.22) обчислюється напруга $U_k(L_k)$ і, зрештою, вольт-амперна характеристика реактора $U_k(I_k)$ в табличній формі.

Використовуючи результати розрахунку магнітного поля реактора із застосуванням нелінійної моделі, визначимо завантаження магнітним потоком МС реактора при різних значеннях струму в обмотці. Розподіл індукції в перерізі МС реактора при номінальному струмі показано на

рис. 6.20. Усереднення в об'ємах дисків локальних величин індукції визначає в стрижні при номінальному струмі її середнє значення 1.39 Тл.

При струмі з кратністю 1.5 від номінального (рис. 6.21) середня індукція в стрижні дорівнює 2.06 Тл. При цьому в крайніх дисках за рахунок підвищених радіальних потоків обмотки індукція збільшується до локальних значень 2.22 Тл. Проявляється насичення стрижня і деяких ділянок ярем, що і призводить до перерозподілу магнітного поля, зчепленого з витками обмотки, а в результаті – до зменшення індуктивності реактора.

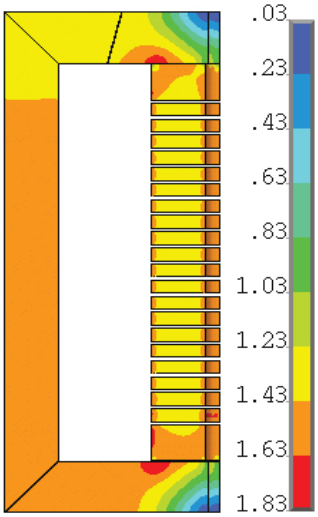


Рис. 6.20

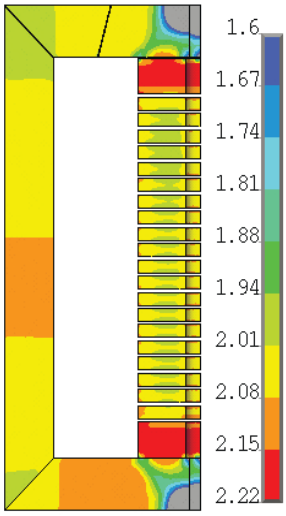


Рис. 6.21

Другий підхід до формування розрахункової моделі грунтується на тому, що зчеплене з витками обмотки магнітне поле реактора має в основному осьову симетрію, і можна нехтувати особливостями тривимірного розподілу магнітного поля у віддалених від обмотки областях розташування ярем, бака і тому подібне. Це допущення дозволяє застосувати для задачі розрахунку індуктивності спеціальну вісесиметричну модель реактора (рис. 6.22). У такій постановці спрощується створення геометрії ЧРМР, а також зменшується час обчислень.

Стрижень МС реактора, як і в тривимірній моделі рис. 6.18, представляється реальною конструкцією дисків з ЕТС. Обов'язковим є збереження площини перерізів ярем для збереження щільності магнітного потоку. Тому в радіальному напрямі осьовий розмір горизонтальних ярем є змінним, а для вертикальних ярем визначається їх розрахунковий радіальний розмір. Поверхні баку представляються поверхнями зовнішнього циліндра з нульовим потенціалом. З урахуванням вказаної осьової симетрії моделі реактора формується нелінійна умовно тривимірна модель, що є вузьким сектором простору, на бічних площинах якого задаються умови симетрії.

На рис. 6.21 показано розподіл індукції в МС даної моделі реактора при номінальному струмі в обмотці. Визначено, що в стрижні МС середня індукція дорівнює 1.44 Тл, що близько до 1.39 Тл по рис. 6.23.

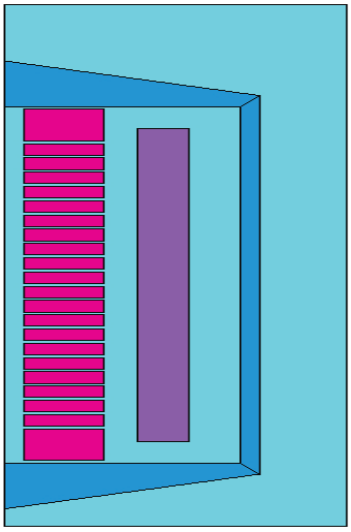


Рис. 6.22

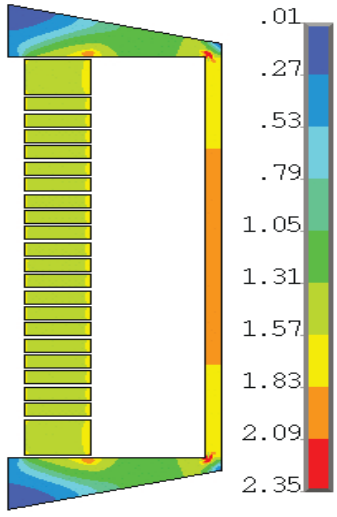


Рис. 6.23

Задані дискретні величини струму в обмотці і значення індуктивності по (6.27) дозволяють визначити табличну характеристику $U_k(I_k)$.

Для досліджуваного реактора при типових випробуваннях для номінальних умов роботи визначена індуктивність 7.71 Гн. Аналітичним методом з використанням (6.23) – (6.26), за умови, що магнітна проникність стрижня та ярем $\mu = \infty$, отримано значення індуктивності 7.95 Гн. Вольт-амперну характеристику реактора в діапазоні від 0.6 до 1.5 відносних одиниць напруги живлення $U' = U / U_{\text{н}}$ приведено на рис. 6.24. Суцільною лінією 1 показано лінійну характеристику ШР ($L = const$), пунктирною лінією 2 – значення, отримані аналітичним розрахунком, а суцільною лінією 3 – із застосуванням тривимірної ЧРМР по рис. 6.18.

У межах $U' \le 1.30$ реактор зберігає лінійну вольт-амперну характеристику з невеликою різницею результатів розрахунку вказаними методами, що визначається незначною різницею значень індуктивностей за аналітичною та чисельними моделями в номінальному режимі (без насичення МС).

Визначено значення струму при максимальній кратності підвищення напруги до величини $U' = 1.5$. Різниця по струму від лінійного значення за рахунок насичення сталі МС реактора (для чисельної моделі) складає (1.82 – 1.5)/1.5*100= 21 %. Аналітичний метод при цьому визначає занижене відхилення від лінійного значення (1.71 – 1.5)/1.5*100= 14 %. При значному насиченні необхідно врахувати наявність в струмі вищих гармонік.

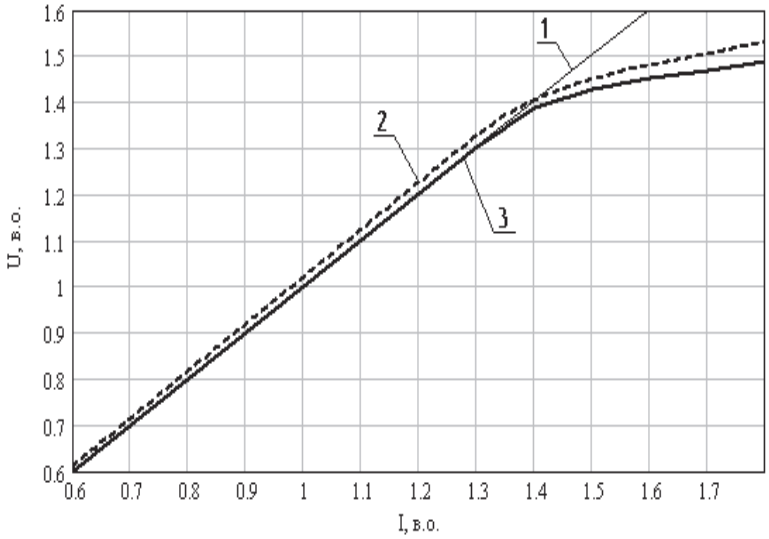


Рис. 6.24

При аналізі отриманих результатів при номінальній напрузі зауважимо на похибку в визначенні індуктивності реактора (7.95-7.71)*100/7.71=3.1 %. Це визначається тим, що в виразі (6.23) величину магнітного опору визначає висота обмотки $h_{об}$. Тобто при визначенні [14, 15] потокозчеплення магнітного потоку між обмоткою та стрижнем прийнято спрощену модель магнітного поля в вигляді поля соленоїда, на торцях якого розташовані поверхні ідеальних феромагнітних півпросторів. В такому випадку магнітне поле обмотки має тільки нульову гармоніку ряду (2.59), поле чисто осьове, радіальна складова поля не враховується. Зауважимо, що висота каналу може бути визначена через висоту h_m вікна МС. В цьому разі похибка в розрахунку буде зі знаком мінус, оскільки висота вікна МС перевищує висоту обмотки.

Для уточнення аналітичного розрахунку індуктивності реакторів вказаного типу можуть бути використані дві обставини. Перша – це традиційна подібність конструкції однофазних та трифазних реакторів, наприклад, в широко використовуваному діапазоні потужностей від 50 до 128 МВАр. Друга – дані випробувань, які свідчать про наявність системної похибки порядку 3.5 %.

Статистичною обробкою результатів вимірів, аналітичних та чисельних (лінійних) розрахунків визначено, що похибка аналітичного розрахунку зменшується до порядку 0.8 % в тому випадку, якщо на індуктивність за виразами (6.23) – (6.27), позначимо її $L(h_{об})$, ввести поправку k_L

$$L_k = L(h_{об})(1 - k_L \cdot 0.01), \quad k_L = 11.5\frac{a}{D_{об}} + 9.5\frac{h_m - h_{об}}{h_{об}} + 0.11. \qquad (6.31)$$

За розмірами досліджених конструкцій реакторів область застосування поправки обмежується співвідношеннями розмірів та діапазоном її зміни

$$a / D_{об} \in (0.13;0.30),\ (h_m - h_{об})/ h_{об} \in (0.09;0.20),$$
$$k_L \in (2.24;5.24). \qquad (6.32)$$

Вказане уточнення аналітичного визначення індуктивності шунтувального реактора із проміжками в стрижні необхідно застосовувати і при їх розрахунковій оптимізації (розділ 15), при якій аналітична модель є базовою, а чисельну можна використати лише на стадії перевірних розрахунків.

6.7 Розрахунок індуктивності шунтувального реактора з регулюванням під навантаженням

В електричних мережах в певних випадках доцільним є застосування шунтувальних реакторів з проміжками в стрижні з регулюванням потужності за рахунок зміни індуктивності перемиканням витків в регулювальних обмотках (РО), так зване регулювання під навантаженням (РПН) [26, 33]. Наявність однієї, чи декількох - «грубої» та «тонкої» РО з певним включенням частини їх витків не дозволяє використати аналітичні процедури розрахунку індуктивності (6.23) – (6.32), які застосовуються для конструкції звичайних шунтувальних реакторів, тобто для умови, коли на стрижні знаходиться лише одна обмотка ВН. Тому, для визначення індуктивності реактора з РПН апробовано застосування чисельного моделювання в ПЗ ANSYS.

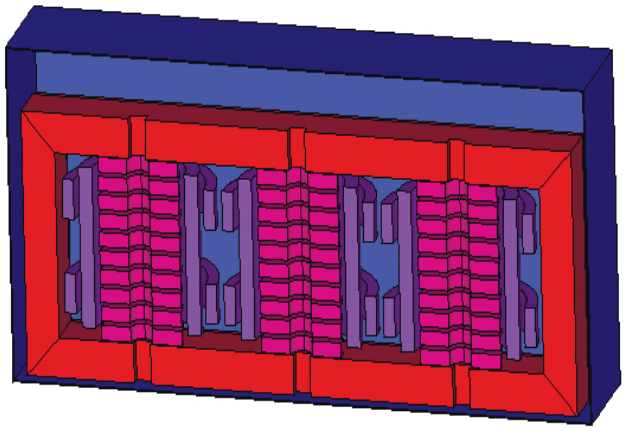


Рис. 6.25

На рис. 6.25 наведено ескіз чисельної моделі реактора типу РТДН-67000/110.

Для регулювання потужності реактора зовні основної обмотки ВН розташована РО, яка конструктивно виконана по висоті з двох частин.

Визначено значення індуктивності для двох режимів: L_{BH} - при відсутності РО та L_{BH_PO} - при включенні РО. Результати наведено в табл. 6.4 в стовбці «ANSYS». Для обох режимів розрахункові значення з необхідною точністю відповідають результатам вимірів. Проміжкові значення індуктивності забезпечуються перемиканням РПН – всього 21 положення.

Таблиця 6.4 Розрахункові та виміряні індуктивності реактора РТДН-67000/110

Індуктивність, Гн	**INR**	**RLI**	ANSYS	Вимір
L_{BH}	0.575	0.575	0.572	0.571
L_{BH_PO}	-	1.335	1.336	1.347

Для режиму з виключеною обмоткою РО, тобто коли на стрижні розташована лише одна обмотка ВН, розрахунковою є модель реактора за рис. 6.17, індуктивність якого визначається аналітичним алгоритмом (6.23) – (6.32) із застосуванням програми **INR** [11]**.** Отриману для досліджуваного реактора індуктивність визначимо як L_{INR_BH} – табл. 6.4.

Покажемо, що для «оперативних» розрахунків індуктивностей реактора з РПН може бути застосована також аналітична замкнена циліндрична модель М-ЗЦ**.** Питання зводиться до визначення певного (еквівалентного) значення магнітної проникності $\hat{\mu}'_a = const$ суцільного, без проміжків, стрижня моделі М-ЗЦ з використанням ПМК **RLI**.

Ескіз розрахункової моделі М-ЗЦ реактора показано на рис. 6.26. Обмотка ВН представлена двома концентрами ВН1 та ВН2, зовні яких розташована обмотка РО. Виконується серія розрахунків до моменту, коли проникність $\hat{\mu}'_a$ моделі М-ЗЦ реактора лише з обмоткою ВН забезпечить значення $L_{RLI_BH}(\hat{\mu}'_a) = L_{INR_BH}$. Для реактора вказаного типу вказана умова виконується при відносній магнітній проникності стрижня $\hat{\mu}'_a = 7.0$.

Далі формується схема заміщення довільного з'єднання обмотки ВН з обмотками РО («грубою», довільно розташованими витками «тонкої» РО, реверсом чи без реверсу [26, 33] і таке інше). За алгоритмами підрозділів 6.1, 6.2 та програми **RLI** при проникності стрижня $\hat{\mu}'_a$ визначаються власні та взаємні індуктивності розрахункових зон обмоток, формується та

розв'язується відповідна система рівнянь Кірхгофа, визначається вхідний опір реактора та індуктивність.

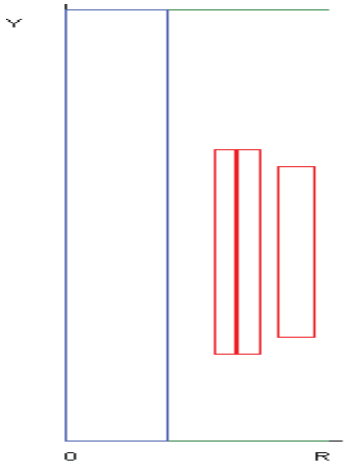


Рис. 6.26

Отримане за вказаною процедурою при повністю включених витках обмотки РО значення індуктивності $L_{RLI_BH\text{-}PO}$ з досить високою точністю співпадає з вимірами (див. табл. 6.4).

В наступному, при розрахунках магнітного поля в області обмоток, на поверхні електростатичних екранів і на баку реакторів з РПН, все ж необхідно використовувати розрахункові моделі із врахуванням дискретної структури стрижнів МС. Такими моделями можуть бути тривимірна чисельна модель по рис. 6.25 та чисельно-аналітична модель з дискретними феромагнетиками М-ДФЦ (програма **MPR**).

Ескіз моделі М-ДФЦ для даного випадку показано на рис. 6.27. Проведено розрахунок магнітного поля в обмотках для основного «нормованого» режиму – при відключеній обмотці РО.

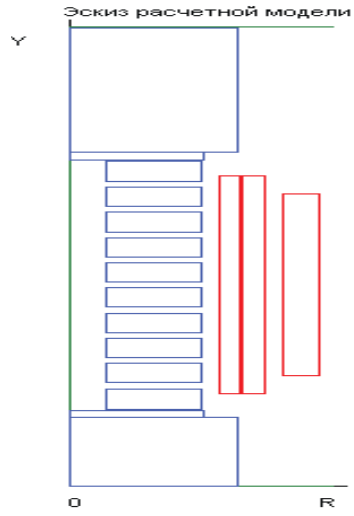


Рис. 6.27

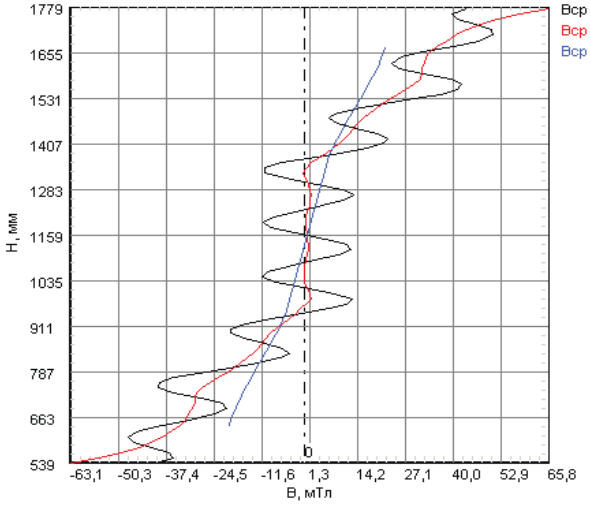


Рис. 6.28

Розподіл середніх по ширині концентрів значень радіальної складової індукції магнітного поля $B_{r,\text{ср}}(H)$ по висоті обмоток H показано на рис. 6.28. «Хвилеподібний» характер $B_{r,\text{ср}}$ відповідає полю в наближеному до стрижня концентрі ВН1, більш пологий в тих же межах висоти обмотки – в концентрі ВН2, коротший графік – по висоті обмотки РО.

В подальшому буде показано, що для розрахунку втрат в баку звичайного шунтувального реактора, а також реактора з РПН можуть бути застосовані як тривимірні чисельні моделі – рис. 6.25, так і квазітривимірні чисельно-аналітичні моделі з врахуванням дискретної структури стрижнів – рис. 6.29.

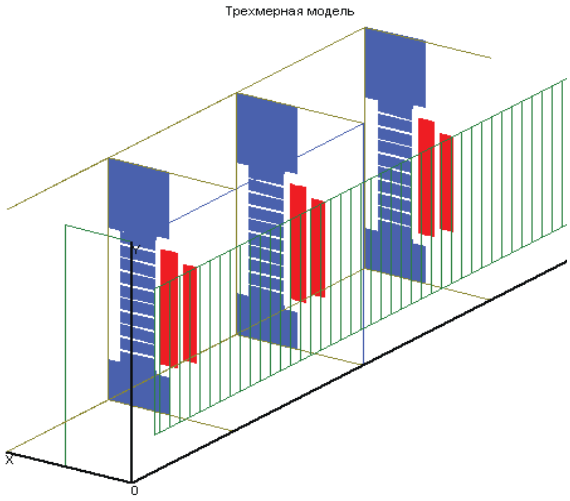


Рис. 6.29

На рис. 6.29 синім кольором показано частини стрижня та ярем МС, червоним – обмотки ВН та РО, а зеленим – зона розташування на поверхні баку вертикальних магнітних шунтів. Типові випробування реактора підтвердили основні проектні параметри реактора.

6.8. Використання замкненої циліндричної моделі при дослідженні насичення стрижня магнітної системи трансформатора

У ряді випадків виникає необхідність дослідження режимів короткого замикання (КЗ) трансформатора із стрижневою МС, які супроводжуються насиченням стрижня МС. Такі режими можуть мати місце при електродинамічних випробуваннях на стійкість при подачі напруги на внутрішню обмотку при заздалегідь закороченій зовнішній обмотці [12], при автоматичному повторному включенні трансформатора в експлуатацію на стійке КЗ. Слід вказати, що помітне насичення стрижня можливе лише у тому випадку, коли напрям магнітного потоку в стрижні від джерела живлення у момент ударного струму КЗ співпадає з напрямом потоку залишкового намагнічування, щільність якого може складати 0.6-0.8 Тл [6, 8]. За цих умов для оцінки електродинамічної стійкості трансформатора виникає не-

обхідність розрахунку індуктивностей, розподілу струмів, магнітного поля і зусиль в обмотках при насиченні стрижня МС.

Струми трансформатора визначаються з розв'язку диференціальних рівнянь електричної рівноваги. У ці рівняння входять так звані диференційні індуктивності. Для їх визначення в [28] методом скінченних різниць, з використанням ітерацій для врахування нелінійної залежності намагнічування ЕТС, розраховується картина розподілу векторного потенціалу двовимірної моделі магнітного поля трансформатора. Витки обмоток спрощено замінюються лініями струмів, поміщених в геометричні центри перерізів провідників. У [20] розглянуто також чисельний метод розрахунку індуктивностей з використанням нелінійної системи рівнянь, що отримується при заміні тривимірного магнітного поля трансформатора розгалуженими магнітними колами із зосередженими магнітними опорами.

Дослідження електромагнітних параметрів трансформатора у вказаному режимі можуть бути проведені [9] з використанням аналітичної замкненої циліндричної розрахункової моделі М-ЗЦ (рис. 2.1). Враховується, що у момент максимальних (ударних) струмів, тобто у момент насичення сталі, криві намагнічування ЕТС можуть бути апроксимовані лінійними залежностями [8]. Тому приймається допущення, що насичення стрижня МС може бути змодельоване скінченним значенням магнітної проникності $\hat{\mu}'_a = const$ у моделі М-ЗЦ. Ненасичені торцеві ярма представляються горизонтальними площинами ідеальних феромагнетиків моделі. Вплив бака, сусіднього стрижня або бічного ярма, досить віддалених від обмоток, не враховується, $\mu'_b = 1$. Обмотки із складним розподілом сил намагнічування розбиваються по висоті на зони постійної щільності ампер-витків.

При цьому, рівняння електричної рівноваги для періодичних складових струмів можна представити у вигляді рівнянь Кірхгофа. Використовуючи вирази для індуктивностей (підрозділ 6.1) і складових індукції магнітного поля (підрозділ 2.4) для моделі М-ЗЦ, покажемо порядок розрахунку досліджуваних параметрів трансформатора.

Спочатку, для ряду значень проникності $\mu'_a = \mu'_p = \text{var}$ знаходяться індуктивності і розподіл струмів в обмотках. З урахуванням наближеного значення ударного коефіцієнта $K_{уд}$ (зазвичай близько 1.8) визначаються ударні струми обмоток $q = 1,2,...$

$$I_{уд,\,q}\left(\mu'_p\right) = \sqrt{2} I_q\left(\mu'_p\right) K_{уд}. \qquad (6.33)$$

Потім, для набутих значень μ'_p і відповідних цьому значенню струмів (6.33), розраховується дотична складова індукції магнітного поля обмоток

$B_z(\mu'_p)$ на поверхні стрижня (вибирається максимальне значення по його висоті). З урахуванням залишкової індукції B_r в стрижні [6, 8] отримуємо залежність напруженості магнітного поля в стрижні від його проникності

$$H_p(\mu_p)=\frac{1}{\mu_0}\left[\frac{B_r}{\mu'_p}+B_z(\mu_p)\right]. \qquad (6.34)$$

Значення магнітної проникності сталі стрижня трансформатора в досліджуваному режимі $\hat{\mu}'_a$ знаходиться як точка перетину фізичної $H(\mu)$ і розрахункової залежності $H_p(\mu_p)$. Таким чином, однозначно визначаються індуктивності, струми, магнітне поле і, отже, зусилля в обмотках.

Приведемо результати розрахунків для трансформатора типу ТМН-6300/110, випробуваного [12] від ударного генератора. Для режиму КЗ з ненасиченим стрижнем прийнято, що відносна магнітна проникність стрижня рівна $\hat{\mu}'_a=30\cdot10^3$. При цьому визначений опір КЗ $x_0=5.26$ Ом, струм внутрішньої обмотки $I_{уд,10}=5324$ А, відносні значення струмів обмоток $\widetilde{I}_{10}=\widetilde{I}_{20}=1$. Для умов випробувань трансформатора з насиченням стрижня при $B_{зал}=0.9$ Тл [12], розрахунками [9] визначено, що $\hat{\mu}'_a=3.0$, відносне значення струму у внутрішній обмотці дорівнює $\widetilde{I}_1=1.52$, у зовнішній $\widetilde{I}_2=1.02$.

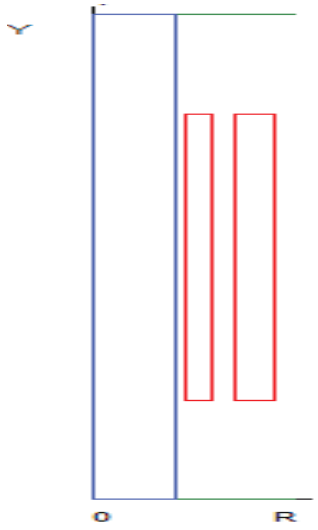


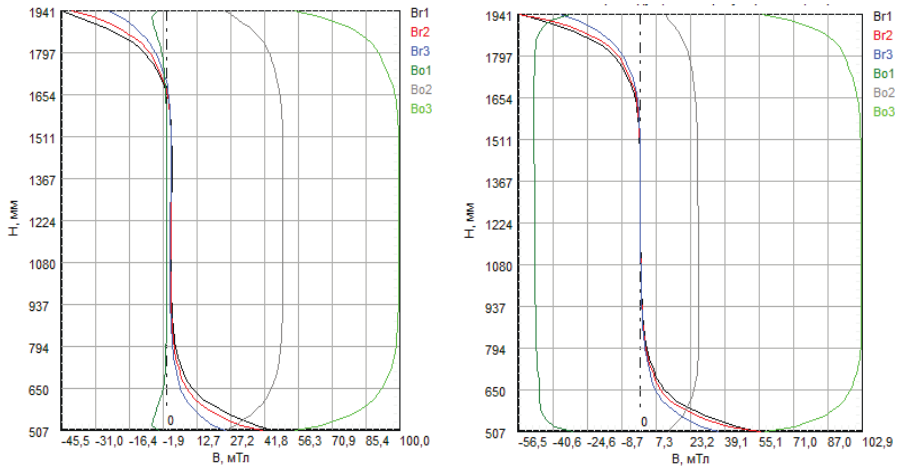
Рис. 6.30

Аналіз розрахунків показує, що з насиченням стрижня різко збільшується струм намагнічування внутрішньої обмотки. Його величина сильно залежить від залишкового намагнічування і в розглянутому випадку складає 52 % від струму КЗ ненасиченого трансформатора. Струм зовнішньої обмотки залишається практично незмінним.

На рис. 6.30 представлено ескіз розрахункової моделі. Розподіл по висоті внутрішньої (індекс 1, середньої - 2, і зовнішньої - 3) твірних внутрішньої обмотки осьової B_z і радіальної B_r складових індукції магнітного поля показано на рис. 6.31а для ненасиченого стрижня і на рис. 6.31б - для насиченого. За 100 відносних одиниць прийнято найбільше значення осьової індукції в каналі розсіювання B_{z3} (на зовнішній твірній внутрішньої обмотки) в ненасиченому режи-

мі. Відмітимо, що при цьому на внутрішній твірній осьова B_{z1} складова індукції «класично» дорівнює нулю.

Вказаний розподіл осьової складової індукції відповідає нормованим умовам випробувань і визначає за методиками [1, 22] один з найважливіших параметрів електродинамічної стійкості трансформатора - стійкість внутрішньої обмотки до дії радіальних сил стискування.



а) б)

Рис. 6.31

При випробуваннях, які супроводжуються насиченням стрижня передусім характерна поява на внутрішній твірній стискуваної обмотки значної величини осьового поля - на рис. 6.31б в середині висоти обмотки складова B_{z1} дорівнює приблизно 50 % від поля на зовнішній твірній B_{z3} і має зворотний напрям.

Для цього трансформатора наявність в частині радіального розміру обмотки радіальних сил розтягування призводить до того, що коефіцієнт стійкості до результуючих радіальних сил стискування збільшується на 17 %.

Також змінюється розподіл радіальної складової індукції - з максимального значення 45.5 % при ненасиченому стрижні індукція B_r збільшується на краю обмотки до 58.5 %. Це призводить до збільшення сил осьового стискування усередині обмотки в 1.5 рази. Величини розподілу магнітного поля усередині зовнішньої обмотки, а отже, і величини розподілу електромагнітних сил досліджуваного трансформатора змінюються незначно. Наприклад, максимальна сила осьового стискування внутрішньої обмотки зменшується в 1.1 раз. Таким чином, випробувальний режим КЗ з насиченням стрижня МС стає неадекватний стандартним вимогам.

Вказані обставини відомі випробувачам трансформаторного устаткування і тому робляться спеціальні заходи, що унеможливлюють насичення

стрижня МС (зняття залишкового намагнічування, підмагнічення постійним струмом, магнітний потік якого в стрижні спрямований проти основного магнітного потоку, збуджуваного джерелом змінного струму). Слід також зауважити, що через вказану різницю в електродинамічних процесах в обмотках трансформаторів з насиченим і ненасиченим стрижнем МС в експлуатації також приймаються заходи, що блокують автоматичне повторне включення трансформатора на стійке КЗ.

Представлена методика розрахунку електромагнітних параметрів трансформатора при насиченні стрижня МС застосовується при дослідженні раптового включення ненавантаженого трансформатора, режимів перезбудження, підмагнічення МС, наприклад, квазістаціонарними геомагнітними струмами в потужних електричних мережах.

Література до розділу 6

1. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
2. Бунин А.Г., Виногреев М.Ю., Конторович Л.Н. Расчет распределения токов и напряжений в обмотках трансформаторов. Электротехника. 1977. № 4. С. 8-11.
3. Бунин А.Г., Конторович Л.Н. Расчет импульсных напряжений обмотках трансформаторов с учетом влияния магнитопровода. Электричество. 1975. № 7. С. 50-54.
4. Виногреев М.Ю., Григоров И.Б., Иванков В.Ф., Степенко О.Н. Электромагнитный расчет трансформаторов и реакторов из фольги. Техническая электродинамика. 1983. № 6. С. 21- 26.
5. Григоров И.Б., Степенко О.Н. Электромагнитные исследования распределительных трансформаторов с обмотками НН из алюминиевой ленты. Электротехн. пром–сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1982. Вып. 9 (131). С. 1-4.
6. Засыпкин А.С., Баев А.В., Люткевич В.И. Измерение остаточных индукций в сердечниках силовых трансформаторов. Электрические станции. 1969. № 5. С. 52-55.
7. Засыпкин А.С., Иванков В.Ф., Могилев Г.П. Расчет токов релейной защиты шунтирующих реакторов. Изв. ВУЗов. Электромеханика. 1984. № 11. С. 93-96.
8. Зихерман М.Х., Камнева Н.П. Об остаточной индукции в трансформаторах 330-750 кВ. Электричество. 1972. № 5. С. 86-88.
9. Иванков В.Ф., Кохан П.Г. Расчет усилий короткого замыкания в обмотках трансформатора с насыщенной магнитной системой. Электроника и моделирование. Киев: Наукова думка. 1975. Вып. 10. С. 24-27.

10. Іванков В. Ф., Басова А.В., Шульга Н.В. Розрахунок вольт-амперної характеристики шунтувального реактора з проміжками в стрижні. Технічна електродинаміка. 2015. № 2. С. 70-74.
11. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
12. Конов Ю.С., Короленко В.В., Левченко В.В. Внезапное включение невозбужденного силового трансформатора на короткое замыкание. Электрические станции. 1972. № 7. С. 10-13.
13. Лебедев В.К. Расчет индуктивности рассеяния трансформаторов с учетом кривизны обмоток. В сб.: Сборник, посвященный 80-летию со дня рождения и 50-летия научной деятельности Героя соц. труда действ. Члена АН УССР Е.О. Патона. Киев: Изд. АН УССР, 1951. С. 451-480.
14. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
15. Манькин Э.А. Расчет реакторов со стальным магнитопроводом с зазорами. Электричество. 1959. № 7. С. 35-41.
16. Модели и методы расчета электромагнитного поля электрического реактора с проводящим экраном / В.Ф. Иванков, Н.В. Рапцун, А.К. Мовсесян, Г.И. Калайда, А.А. Кобылецкий. В сб.: Генерирование, преобразование, потребление электроэнергии. Киев: Институт проблем энергосбережения АН УССР, 1989. С. 86-92.
17. Особенности электромагнитного расчета тягового трансформатора с регулированием напряжения на стороне высшего напряжения / М.Ю. Виногреев, Т.М. Витренко, В.Ф. Иванков, Г.И. Калайда. Техническая электродинамика. 1985. № 2. С. 78-85.
18. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1968. 456 с.
19. Уравнения электромагнитного состояния трансформатора с насыщенным магнитопроводом и их решение / В.С. Перхач, Р.В. Фильц, Г.Н. Лысяк и др. Теоретическая электротехника. 1974. Вып. 17. С. 60-67.
20. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. Киев: Наук. Думка, 1979. 208 с.
21. Шимони К. Теоретическая электротехника. М.: Мир, 1964. 774 с.
22. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / составитель и научный редактор А.И. Лурье. М.: Знак, 2005. 520 с.
23. Электромагнитный расчет трансформаторов и реакторов из фольги / М.Ю. Виногреев, И.Б. Григоров, В.Ф. Иванков, О.Н. Степенко. Техническая электродинамика. 1983. № 6. С. 21-26.

24. Apanasewicz S., Krakowski M. Current Density in Foil–Wound Transformers. International Symposium on Electrodynamics forces and losses in transformers, 18 – 20 oct. 1979. Poland: Lodz. 1979. P. 200-208.
25. El-Missiry M. M. Calculation of current distribution and optimum dimensions of foil-wound air-cored reactors. Proc. IEE. 1977. 124. N 11. P. 1073-1077.
26. El-Missiry M. M. Current distribution and leakage impedance of various types of foil-wound transformers. Proc. IEE. 1978. 125. N 10. P. 987-992.
27. Khorami M. Application Fields and Control Principles of Variable Shunt Reactors with Tap-Changer. Investigation of Possible Control Strategies of Variable Shunt Reactors through Simulation of a Power System under Different Operating Conditions. M. SC Thesis. Chalmers University of Technology Göteborg, Sweden. 2011. 93 p.
28. Krawczyk A. The Analysis of the Skin-Effect in Foil Windings of Distribution Transformers. International Symposium on Electrodynamics forces and losses in transformers (Lodz. 18-20 October 1979). Poland: Lodz. 1979. P. 209-221.
29. Kreisinger V., Adam J. Computing of Currents in Windings of Ferromagnetic Circuits. Acta Technika CSAV. 1973. N 4. P. 303-326.
30. Kuster A. Berechnung von Bessel- und verwandten Funktionen mit Digitalrechnern. Brown-Boweri-Mitteilungen. 1961. 48. N 5/6. S. 296-301.
31. Mulineux N., Reed I. R., Whyte J. Current distribution in sheet and foil wound transformers. Proc. IEE. 1969. 116. N 1. P. 127-129.
32. Paderta B. Distribution of Current Density and Additional Losses in a High Winding Turn. Acta Technica CSAV. 1976. N6. P. 668-684.
33. Take G., Markon S. Foliatckercselesii transzformatorok aramsuruseges vesztese-geloszlasa. Elektrotechnika (Magy). 1976. 89. N 10. P. 363-368.

РОЗРАХУНОК ВТРАТ В БАКАХ ВІД МАГНІТНОГО ПОЛЯ ОБМОТОК

Відомо, що основним елементом виділення додаткових втрат в конструкції силових трансформаторів та електричних реакторів є їх баки [4, 12, 18, 19, 23], що виконуються в більшості випадків із феромагнітної конструкційної сталі типу 09Г2С, Ст.2, Ст.3 з нелінійним поверхневим ефектом [15]. Тому при проектуванні трансформаторного устаткування актуальними залишаються завдання визначення місцевих і загальних втрат в баках та оцінки ефективності конструктивних заходів по зниженню втрат та нагрівів.

Для трансформаторів відносно малих потужностей в роботах [18, 19, 23] для оцінки втрат в баках представлені формули, в яких визначальними є розміри бака, обмоток, долі вимкнутих витків в середній частині регулювальних обмоток та емпіричні коефіцієнти, що враховують дію вихрових струмів в стінках бака, можливе екранування баків магнітними шунтами. Втім застосування формул вимагає введення поправочних коефіцієнтів на основі даних випробувань.

В роботі [23] також зазначено, що поряд із використанням зручних «напівемпіричних» виразів бажаною є розробка точного математичного опису явищ, і що обидва підходи повинні базуватись на визначенні питомих втрат потужності через дійсну частину нормальної складової вектора Пойнтинга (1.53). Показано, що на основі теорії плоских електромагнітних хвиль питомі втрати можна розрахувати через поверхневий опір та квадрат дотичної складової напруженості магнітного поля на поверхні бака. При цьому в вираз для поверхневого імпедансу введена поправка на лінеаризацію властивостей сталі. Представлено загальний підхід з двох етапів: розрахунку розподілу магнітного поля на поверхні провідного елемента (перший етап) і розрахунку поля і втрат активної потужності і споживання реактивної потужності (другий етап).

На основі наведеного підходу в [23] розроблено алгоритм і програму уточненого розрахунку на ЕОМ магнітного поля обмоток, втрат в баку без магнітних екранів. Методика враховує розподіл магнітного потоку розсіювання на потік в стрижні і баку, двовимірність вихрових струмів в баку, змінну за рахунок кривизни відстань між баком та обмотками, накладення полів обмоток, форму баку. В роботі також дано наближені оцінки зменшення втрат в баку при застосуванні магнітних та електромагнітних (з міді, алюмінію) екранів. При цьому зазначено, що оскільки розподіл вихрових струмів в провідних екранах є двовимірним, то спрощені оцінки повинні бути уточнені емпіричними даними або розрахунками, наприклад, з використанням роботи [24], де розглянуто часткове екранування бака на двовимірній плоскопаралельній моделі. У [26] представлено вимірювання на моделі трансформатора 59 МВА на баку з алюмінієвим екраном і їх порівняння з розрахунками по відомих аналітичних методах. Двовимірні моделі магнітного поля трансформатора чисельним методом скінченних елементів з метою розрахунку втрат в баках досліджено в [25, 28, 30]. В

[23] представлено методику розрахунку магнітного поля і втрати в баку трансформатора з використанням тривимірних схем заміщення. В останні роки для розрахунку втрат в баках широко застосовуються чисельні методи скінченних елементів. Приклади таких досліджень приведено в кінці даного розділу.

7.1. Основні припущення і підходи до розрахунку магнітного поля, втрат в баках чисельно-аналітичними методами

Визначення поверхневих втрат в баках силових трансформаторів аналітичним методом через поверхневий імпеданс та напруженість магнітного поля запропоновано і в [2]. Метод передбачає, як і в [23], два етапи розрахунку. На першому етапі визначається (вимірами, розрахунком) первинне магнітне поле в повітрі по контуру, який співпадає з поверхнею баку H_τ^0 (без бака). На другому етапі безпосередньо на поверхні бака поле H_τ обчислюється з використанням коефіцієнтів впливу $k_\tau(Z)$ імпедансного типу, які визначаються імпедансом повітря $Z_{m,0}$ та провідного півпростору $Z_{m,M}$, які далі представлені формулами (7.4), (7.5). По величині поля на баку H_τ та згідно виразу поверхневих втрат (7.8) визначаються втрати в баку.

При цьому, на відміну від прийнятої в [23] лінеаризації, в [2, 3] в розвиток роботи [15], для опису магнітних властивостей введено поняття нелінійного комплексного поверхневого опору та еквівалентної магнітної проникності тіл з феромагнітних конструктивних сталей, теоретичні і експериментальні методи визначення яких наведено в [3, 10, 11].

Вказані підходи використано в галузевій практиці. Так, в програмному забезпеченні [22] для розрахунку первинного поля на поверхні бака застосовано просторову суперпозицію магнітних полів окремих стрижнів із системою плоских шин-обмоток з врахуванням стрижня дзеркальним відображенням. Поле на поверхні баку визначалось з використанням лише першої $m=1$ просторової гармоніки $\dot{k}_{\tau,1}(Z)$. Для уточнення коефіцієнту впливу для різних типів трансформаторів (однофазні, трифазні), форм баків (прямокутні, овальні, прилеглі) проведено широкі експериментальні дослідження.

Слід зазначити, що коефіцієнти впливу зменшуються при збільшені номеру просторової гармоніки m. Тобто, якщо для першої гармоніки це здебільшого значення порядку 1.2 – 1.4, то вже для третьої гармоніки це значення менше 1.0. Тому методика [22] мала похибку в випадках, коли по висоті баку форма первинного поля мала вищі, ніж перша просторові гармоніки. Це має місце у випадку різновисоких обмоток, значної нерівномірності розподілу ампер-витків по висоті обмоток, наявності просторових

розривів при введенні струму в середину висоти обмотки ВН, при розривах в регулювальних обмотках.

Наявність в формі поля вищих гармонік по висоті баку характерно особливо для шунтувальних реакторів з проміжками в стрижні МС. Тому в [12 – 14] застосовано розв'язок відповідної вісесиметричної крайової задачі у вигляді рядів Фур'є по осьовій координаті та рядів Бесселя по радіальній. По суті в розв'язку визначено коефіцієнти впливу на поле реактора з врахуванням вищих просторових гармонік $m = 1, 3, \ldots$ Це дозволило обґрунтувати метод зниження втрат в реакторах формуванням на баку такої форми магнітного поля, що має виражену третю просторову гармоніку. Для цього запропоновано в конструкції реактора приймати оптимальне співвідношення висоти обмотки та основної зони проміжків стрижня МС, а також спеціальний розподіл щільності ампер-витків по висоті обмотки.

Для бака з феромагнітної сталі найбільш традиційним є магнітне екранування пакетами з ЕТС (шунтами). На основі експериментальних досліджень ряду масштабних моделей різної форми баків в методику [22] введені інтегральні коефіцієнти, що дозволяють оцінити зниження шунтами загальних втрат в баках, але не забезпечують локальну оцінку втрат та нагріву бака. У [1], із використанням робіт [5, 21], розглянуто розрахунок втрат від вихрових струмів в однорідному провідному півпросторі, покритому анізотропним шаром шунтів. На основі експериментальних досліджень визначено поправочні коефіцієнти на скінчені розміри шунтів та їх характерне розташування на поверхні бака по відношенню до положення обмоток трансформатора [20].

В [6, 16] (див. також розділ 3) для дослідження поля і втрат в баку розглянута тривимірна багатострижнева модель з феромагнітним баком прямокутної форми, обмежена кришкою і дном бака у вигляді ідеальних феромагнітних півпросторів. Проте, така модель не дозволяє розглянути реальну складну поверхню бака, а також врахувати наявність магнітних екранів.

З використанням вказаних вище припущень і підходів та в їх розвиток розроблено галузеву методику [6, 20] чисельно-аналітичного розрахунку втрат в баках трансформаторів і реакторів, яка полягає в наступному.

Реальній конструкції трансформатора ставиться у відповідність квазітривимірна розрахункова модель, яку показано на рис.3.6. Магнітне поле в повітрі по контуру, який співпадає з поверхнею бака, визначається просторовим, з врахуванням фаз живлення, підсумовуванням полів замкнених вісесиметричних моделей М-ЗЦ обмоток окремих стрижнів. Також можна врахувати відведення скінченних розмірів зі струмом. Для розрахунку втрат в баках реакторів з проміжками в стрижнях МС в якості базової моделі окремого стрижня використовується циліндрична модель з дискрет-

ними феромагнетиками М-ДФЦ, які замінюють диски стрижня і магнітні шунти, що можуть розташовуватися на торцях обмоток.

За величиною напруженості магнітного поля в повітрі по контуру бака, за методикою [2], визначається напруженість на поверхні стінки бака, для чого використовуються коефіцієнти впливу на просторові гармоніки поля по висоті ділянок бака. Величина магнітної проникності визначається середньоквадратичним значення напруженості магнітного поля по висоті ділянок поверхні бака. Вказана напруженість та магнітна проникність уточняються послідовними наближеннями. Підсумовуванням втрат окремих розрахункових ділянок знаходяться загальні втрати в баку.

У наступному, з технічних і економічних міркувань, визначається необхідність і ефективність зниження втрат в баку шляхом установки магнітних екранів з пакетів ЕТС. Залежно від прийнятої конструкції магнітних екранів визначається коефіцієнт зниження середньої квадратичної напруженості магнітного поля в зоні розташування на поверхні бака вертикальних, горизонтальних шунтів, чи їх комбінації. За величиною нормальної складової індукції магнітного поля на поверхні шунтів обчислюється необхідна їх товщина.

По величинах поверхневих втрат з використанням відомих значень тепловіддачі визначаються місцеві перевищення температури внутрішньої поверхні бака над охолодним маслом. За нормативами [20] виконується оцінка рівня нагріву фланців і стяжних болтів роз'єму по зовнішньому контуру бака.

Основні алгоритми вказаної методики наведено нижче.

7.2. Розрахунок магнітного поля в повітрі по контуру бака на основі квазітривимірних розрахункових моделей

У розрахунковій квазітривимірній моделі трансформатора по рис. 3.6 поверхня бака визначається відносно ортогональної системи координат x, y, z. Центр системи координат може бути розміщено, наприклад, в нижньому кутку торцевої поверхні бака. Вісь Ox співпадає з поперечною віссю пристрою, вісь Oz - з подовжньою віссю, вісь Oy - з вертикальною віссю. У напрямі подовжньої осі розташовуються стрижні магнітної системи з обмотками. З кожним із стрижнів S пов'язана індивідуальна циліндрична система координат з вертикальною меридіанною площиною P^s.

Поверхня бака описується за допомогою базового горизонтального перерізу розрахункового контуру бака і за допомогою вертикальних контурів. На поверхні бака в напрямі по подовжній осі фіксуються розрахункові ділянки $u = 1,...,U$. Умовно їх можна представити у вигляді смуг вертикального перерізу, що покривають поверхню бака. Довжина центральних твірних контурів визначається l_u.

В середині розрахункової ділянки баку меридіанна площина перетинає поверхню баку по вказаному контуру вертикального перерізу. Точки, що розташовуються зверху вниз, по висоті центральних твірних вертикального контуру мають координати (x_t, y_t, z_t). Зокрема, для стрижня S меридіанна площина P^s по поперечній осі (в сторону бака) перетинається з його стінкою під прямим кутом. В цьому випадку точки тривимірної системи координат (x_t, y_t, z_t) пов'язані з точками r_i, y_j меридіанної площини наступними відповідностями $x_t = r_i^s$, $y_t = y_j^s$, $z_t = z_t^s$, де z_t^s є координатами осі стрижня S. Якщо подовжня координата z_u твірної l_u ділянки u зміщена відносно координати осі стрижня S на відстань Δz_u (рис.3.6), то розрахунковим точкам по контуру бака відповідають точки $r_i = \sqrt{x_t^2 + \Delta z_u^2}$, $y_j = y_t$ в меридіанній площині P^s.

Складові магнітної індукції $\widetilde{B}_\gamma^s(r_i, y_j)$, $\gamma = r, y$ визначаються двовимірною інтерполяцією зі значень індукції в розрахунковій сітці меридіанної площини кожного стрижня S, верхній символ «хвиля» означає магнітне поле в повітрі. Алгоритми розрахунку складових магнітної індукції окремого стрижня описано в розділі 2. Вектори складових магнітної індукції стрижнів проектуються на площини розрахункових ділянок поверхні бака. Таким чином визначаються складові напруженості магнітного поля в повітрі ($\widetilde{H} = \widetilde{B} / \mu_0$) в точках t: $\widetilde{H}_{y,t}^{(g)}$ – дотична до контуру вертикального перерізу бака у напрямі вертикальної осі y, $\widetilde{H}_{z,t}^{(g)}$ – дотична до контуру горизонтального перерізу у напрямі осей O_z (O_x), а також $\widetilde{B}_{n,t}^{(g)}$ – нормальна до площини ділянки бака складова магнітної індукції. Аналогічно визначаються напруженості поля і нормальна індукція до контуру бака від струмів відведень $p = 1,...,P$, тобто верхній індекс (g) означає номер стрижня і номер відведення $g = 1,...,s,...,S,...,p,...,P$.

Для кожної точки t в повітрі по контуру бака визначаються сумарні напруженості магнітних полів стрижнів і відведень з урахуванням фаз струмів $\varphi^{(g)}$

$$\widetilde{S}_{\gamma,t} = \sum_{g=1}^{G} \widetilde{H}_{\gamma,t}^{(g)} e^{i\varphi^{(g)}}, \ \gamma = y, z, \quad i = \sqrt{-1} \tag{7.1}$$

і їх проекцій на осі часової комплексної площини

$$\widetilde{A}_{\gamma,t} = \mathrm{Re}\,\widetilde{S}_{\gamma,t}, \qquad \widetilde{D}_{\gamma,t} = \mathrm{Im}\,\widetilde{S}_{\gamma,t}, \quad \gamma = y, z. \tag{7.2}$$

7.3 Розрахунок магнітного поля і втрат в баку без магнітних екранів

В подальшому порядок розрахунку наступний. Обчислюється середньоквадратичне значення дотичної складової напруженості магнітного поля на фіксованій ділянці бака для заданого числа $t = 1,..,T_u$ рівномірно розташованих розрахункових точок по довжині l_u її вертикальної твірної

$$H_{\tau,u} = \sqrt{\frac{1}{T_u}\sum_{t=1}^{T_u}(\widetilde{A}_{y,t}^2 + \widetilde{D}_{y,t}^2 + \widetilde{A}_{z,t}^2 + \widetilde{D}_{z,t}^2)}\ . \qquad (7.3)$$

Для відповідної марки сталі з використанням залежностей по рис. 1.5 визначаються модуль $\left|\dot{\mu}'(H)\right|$ і аргумент еквівалентної магнітної проникності $\arg\dot{\mu}(H)$, де $H = H_{\tau,u}$.

Розраховуються коефіцієнти впливу $\dot{k}_{\tau,m}$ для дотичної складової напруженості магнітного поля на розрахунковій ділянці поверхні бака, що розглядається як феромагнітний півпростір M з постійними параметрами $\dot{\mu}$ і σ

$$\dot{k}_{\tau,m} = \frac{2Z_{m,0}}{Z_{m,0} + Z_{m,M}}, \qquad Z_{m,0} = i\omega\mu_0\left(\left(\frac{m\pi}{l_u}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}, \qquad (7.4)$$

$$Z_{m,M} = i\omega\dot{\mu}\left(\left(\frac{m\pi}{l_u}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + i\omega\sigma\dot{\mu}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad \omega = 2\pi f, \qquad (7.5)$$

де l_u - півперіод просторової зміни поля по висоті вертикального контуру фіксованої ділянки бака, T - період зміни поля по периметру бака, m - номер просторової гармоніки напруженості магнітного поля.

Функції $\widetilde{A}_{y,t}$, $\widetilde{D}_{y,t}$, $\widetilde{A}_{z,t}$, $\widetilde{D}_{z,t}$, $t = 1,...,T_u$ розвиваються в ряд Фур'є з коефіцієнтами d_m, h_m.

Множенням просторових гармонік напруженості магнітного поля на коефіцієнти впливу (7.4) визначаються напруженості поля на поверхні бака (позначаються без верхнього символу «хвиля»)

$$Q_{\gamma,t} = \sum_{m=0}^{\overline{m}}\left(d_m\cos\frac{m\pi}{l_u}p_t + h_m\sin\frac{m\pi}{l_u}p_t\right)\left|\dot{k}_{\tau,m}\right|. \qquad (7.6)$$

При цьому під $Q_{\gamma,t}$ розуміються значення напруженості $A_{\gamma,t}$, $D_{\gamma,t}$, $\gamma = y,z$ на поверхні бака, p_t - координати точок по довжині твірної l_u, $\overline{m} \le K_u$.

З отриманими величинами виду A, D виконується розрахунок по (7.3) - (7.6) до моменту, коли для n-го наближення буде виконано умову

$$\left|(H^n_{\tau,u} - H^{n-1}_{\tau,u})(H^{n-1}_{\tau,u})^{-1}\right| \le \varepsilon \qquad (7.7)$$

де ε - допустима точність, $H^n_{\tau,u}$ - середньоквадратичне значення напруженості на ділянці u. Обчислюються втрати на ділянці бака площею S_u

$$p_u = 0.5 \operatorname{Re} \dot{Z}(H_{\tau,u}) H^2_{\tau,u} S_u . \qquad (7.8)$$

Значення $\operatorname{Re}\dot{Z}$ вираховується за формулою (1.58). Підсумовуванням втрат по ділянках визначаються загальні втрати в баку $P_U = \sum p_u$.

Розраховуються середньоквадратичні значення напруженості магнітного поля для розрахункових ділянок в повітрі $\widetilde{H}_{\tau,u}$ і на поверхні баку $H_{\tau,u}$. Співвідношення цих величин характеризує міру впливу феромагнітної поверхні бака на первинне поле в повітрі по контуру баку. Розраховується також середньоквадратичне значення поля на усій поверхні баку, яке характеризує інтенсивність завантаження усієї поверхні баку магнітним полем обмоток і струмів відведень.

На кожній ділянці поверхні баку спрощено розраховується нормальна складова магнітної індукції на поверхні з магнітними екранами шляхом подвоєння значень індукції в повітрі в розрахункових точках по висоті вказаного контуру

$$\widetilde{B}_{z,t} = 2\sum_{g=1}^{G} B^{(g)}_{z,t} e^{i\varphi^{(g)}} . \qquad (7.9)$$

Обчислюються також значення проекцій магнітної індукції на дійсну $\operatorname{Re} B_{n,t}$ та уявну $\operatorname{Im} B_{n,t}$ тимчасові осі, а також модуль індукції $\left|\dot{B}_{n,t}\right|$. Розподіл індукції використовується для початкового проектування магнітних екранів за нормативним документом [18]. Для оцінки нагріву і необхідності спеціального захисту розніму бака виводяться результати розрахунку дотичної уздовж периметра бака складової напруженості магнітного поля в повітрі $\widetilde{H}_{z,t}$.

7.4 Розрахунок поля і втрат в баках з урахуванням магнітних екранів

Наближене значення втрат в баку з шунтами визначається з використанням інтегрального коефіцієнта $k_{H,Ш}$ для середньоквадратичних значень дотичної складової напруженості магнітного поля на усій поверхні бака з певною конструкцією магнітного екрану у вигляді вертикальних і горизонтальних шунтів за методикою, що наведена у [20]. Набувають коригованих значень $H_{\tau,U,Ш} = k_{H,Ш} H_{\tau,U}$, усереднене значення поверхневого імпедансу $\mathrm{Re} Z_{0,M}(H_{\tau,U,Ш})$ і за формулами (7.8) обчислюється $P_{U,Ш}$.

З метою врахування локального розташування магнітних екранів на феромагнітній поверхні баку розроблено наступну процедуру розрахунку. Прийнято допущення, що під магнітними екранами первинна (в повітрі) дотична складова напруженості магнітного поля локально, в точках (p_t), зменшується на відомі емпіричні коефіцієнти k_V, k_G, що відповідають розташуванню на поверхні баку вертикальних або горизонтальних пакетів з ЕТС. Таким чином, значення первинних напруженостей поля (7.2) на кожній ділянці u бака набувають кусково-постійних значень

$$\hat{A}_\gamma(p_t) = \tilde{A}_{\gamma,t}\, k_{V,G}(p_t),\ \hat{D}_\gamma(p_t) = \tilde{D}_{\gamma,t}\, k_{V,G}(p_t),\ \ \gamma = y,z\,. \qquad (7.10)$$

На вільній поверхні $k_{V,G}(p_t) = 1$, коефіцієнти $k_V(p_t)$ на поверхні під вертикальними пакетами і $k_G(p_t)$ на поверхні під горизонтальними пакетами приймаються рівними заданим. У наступному розрахунок виконується за алгоритмами (7.3) - (7.9).

7.5 Приклади чисельно-аналітичних розрахунків втрат в баках

Розрахунок втрат в баках трансформаторів без магнітних шунтів виконується із застосуванням програмних комплексів ПМК **PBT**, з шунтами – ПМК **DST**, а реакторів, відповідно, – по ПМК **PBR** та **DSR** [8].

Для прикладу на рис. 7.1, 7.2 показано зображення тривимірних моделей з перерізами стрижнів (синім кольором), обмоток (червоним) і бака (контурними лініями), шунтів (зеленими зонами) трансформатора і реактора в базовій системі координат OXZY.

Будується також проекція системи фізичних стрижнів та обмоток на розрахункову площину OXZ, яка співпадає з площиною дна бака (рис. 7.3). У вигляді окремих ліній показано відрізки базового горизонтального контуру розрахункової поверхні бака. У наступному від цих відрізків будуються вертикальні поверхні розрахункових ділянок бака і шунтів.

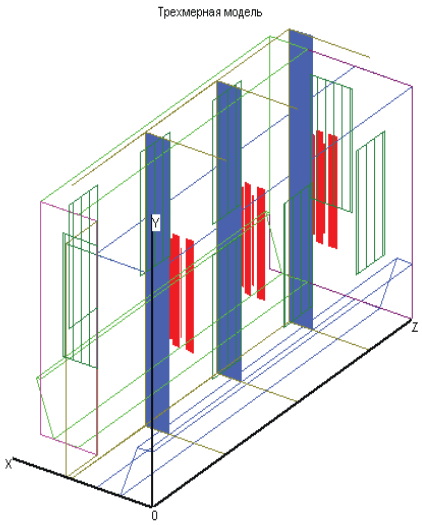


Рис. 7.1

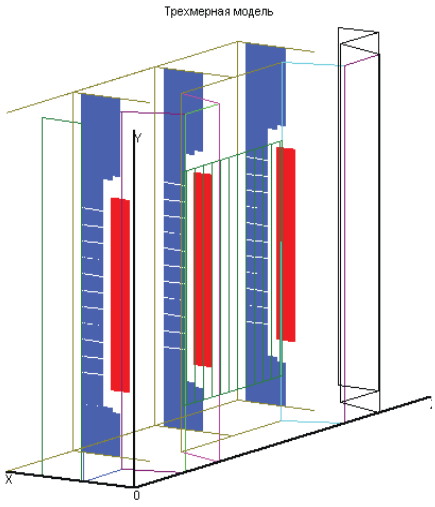


Рис. 7.2

Відповідний ескіз для реактора показано на рис. 7.3. На рис. 7.4 дано вертикальний переріз меридіанною площиною OXY моделі розрахункового стрижня та обмоток реактора.

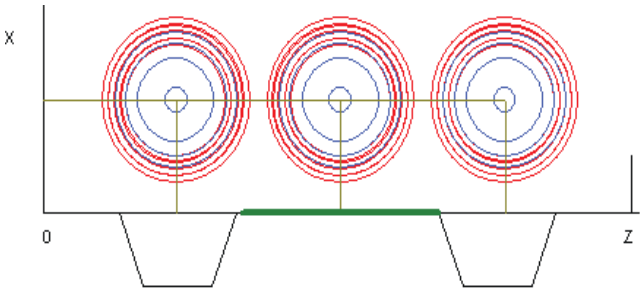


Рис. 7.3

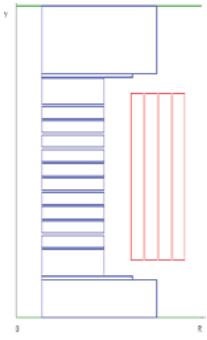


Рис. 7.4

Для аналізу результатів розрахунків використовується графічне зображення двовимірних функцій розподілу магнітних полів, втрат та нагріву на поверхні бака.

На рис. 7.5 показано розподіл дотичної напруженості в повітрі Hwz уздовж розрахункової частини розгортки баку у вигляді просторового зображення двовимірної функції. На рис. 7.6 – цю функцію показано у вигляді ізообластей, в яких кожний колір відповідає певній інтенсивності функції в вибраній градації її значень. Найбільші значення (червоний колір) мають місця в тих частинах поверхні баку, які розташовані напроти

торців обмоток, так як вказана складова поля є результатом суперпозиції поперечних (радіальних) полів обмоток.

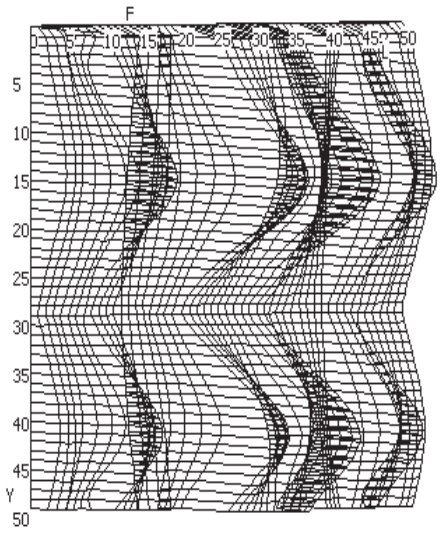


Рис. 7.5

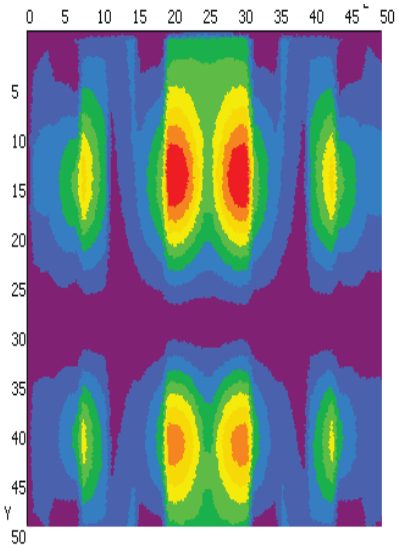


Рис. 7.6

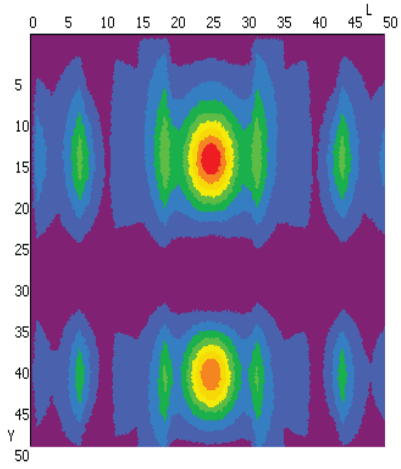


Рис. 7.7

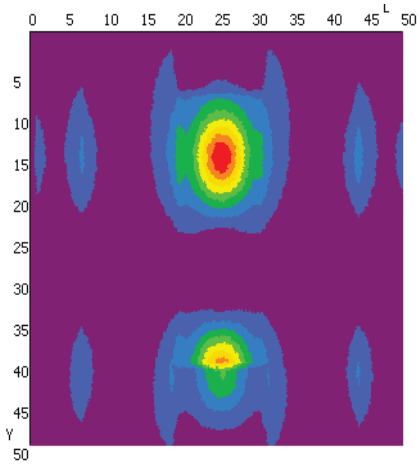


Рис. 7.8

На рис. 7.7 показано модуль modBn нормальної до поверхні бака без шунтів складової індукції магнітного поля. Найбільша інтенсивність цієї складової магнітного поля також має місце напроти торців обмоток, оскільки визначається радіальними полями обмоток. Для розташування шунтів згідно ескізам на рис. 7.3, 7.4, на рис.7.8 показано розподіл modBn, який і використовується для визначення завантаження окремих пакетів шунтів.

На рис. 7.9 показано розподіл по розгортці розрахункової сторони бака дотичної напруженості Htf на поверхні бака реактора при наявності шунтів. На центральній частині баку дотична до поверхні напруженість знижується за рахунок дії шунтів, приймаючи найбільші значення на бічних сторонах стінки бака реактора. Саме цей характер Htf визначає виділення втрат в баку. На рис. 7.10 показано графіки розподілу вздовж розгортки розрахункової поверхні бака для певних вертикальних ділянок бака середньоквадратичної напруженості в повітрі Htw і на поверхні бака Htf, середні по ділянках втрати Pu.

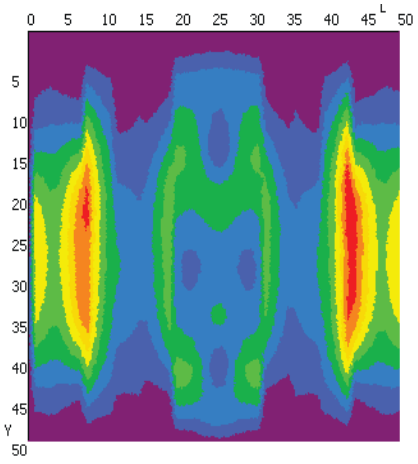


Рис. 7.9

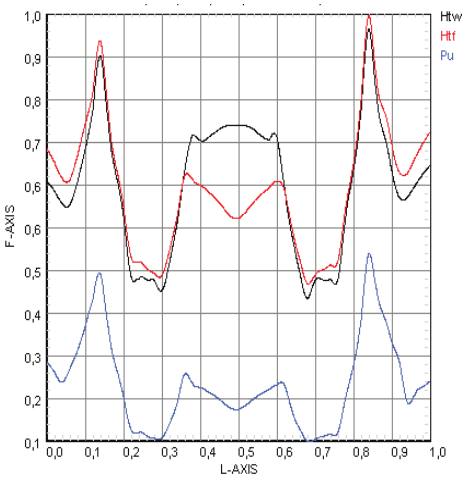


Рис. 7.10

Аналіз графіків рис. 7.10 підтверджує ефективність застосування шунтів на передній частині бака. Підвищені втрати спостерігаються на бічних сторонах кишень. Загалом, рівень втрат та нагрівів для даного реактора є прийнятним.

7.6 Розрахунок втрат в ділянках бака реактора з немагнітної сталі

Зазвичай, в зоні проходження високовольтного введення, вертикальну стінку бака реактора віддаляють від осі введення за умовами електричної міцності, тобто роблять її опуклою і без шунтів. Для обмеження втрат таку частину стінки виконують з немагнітної сталі, що вимагає застосування спеціальної розрахункової процедури. На відміну від феромагнітних, розрахунок втрат в стінках з немагнітної сталі з електричною провідністю σ і проникністю μ_0 виконується по нормальній до поверхні складовій індукції магнітного поля $B_n(z, y)$.

На стінці, яка розглядається як плоска пластина прямокутної форми товщиною d, шириною b, висотою l, $S = bl$, $0 \le z \le b$, $0 \le y \le l$, розподіл індукції обчислюється в координатах y по висоті рівномірних ділянок $k = 1,..., K$ в межах пластини.

Розподіл нормальної складової індукції магнітного поля на стінці (на пластині) може бути представлено як кусково-періодичну функцію $B_n(z, y) = B_{n,k}(y)$.

Використовуючи розв'язок відповідної крайової задачі (розділ 5), складові щільності струму можна визначити у вигляді сум

$$j_z(z, y) = \sum_{k}^{K} \sum_{m}^{\infty} A_{m,k} Z_{m,k}(z) \cos \nu_m y,$$

$$j_y(z, y) = \sum_{k}^{K} \sum_{m}^{\infty} A_{m,k} Y_{m,k}(z) \sin \nu_m y, \; \nu_m = m\pi / l, \tag{7.11}$$

де $A_{m,k} = -i\omega d \sigma B_{m,k}$ визначаються коефіцієнтами ряду Фур'є $B_{m,k}$ при розвиненні $B_{n,k}(y)$ по осі oy.

Поверхнева щільність потужності втрат розраховується за формулою $W = \mathrm{Re}(j \cdot j^*)\, d\, (2\sigma)^{-1}$.

7.7 Розрахунок магнітного поля і втрат в баках методом скінченних елементів

Основні підходи, методи чисельного моделювання електромагнітного поля, втрат на вихрові струми та втрат на гістерезис в феромагнітних баках трансформаторів та реакторів представлено в розділах 1, 4, а також в [27, 29].

Для прикладу, виконано розрахунок втрат в трифазному трансформаторі за рис. 4.5 з шунтами на поверхні баку та в трифазному реакторі за рис. 4.6 без шунтів по методу поверхневих втрат. Розрахований розподіл поверхневих втрат на поверхні бака реактора без шунтів показано на рис. 7.11.

На рис. 7.12 показано розподіл втрат на поверхні бака трансформатора з урахуванням розміщених на його поверхні шунтів. У зоні шунтів помітний значний ефект магнітного екранування. За межами зони шунтів спостерігаються підвищені локальні втрати, які, втім, значно менші, ніж на баку без шунтів.

Досліджена також розрахункова модель однофазного автотрансформатора потужністю 500 МВА з баком - рис. 7.13, 7.14.

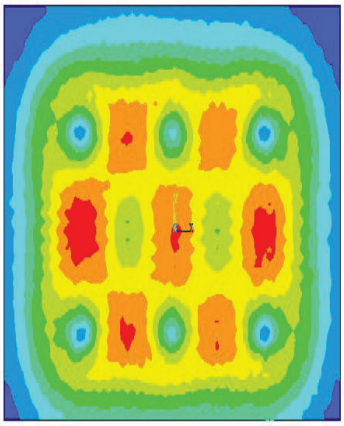


Рис. 7.11

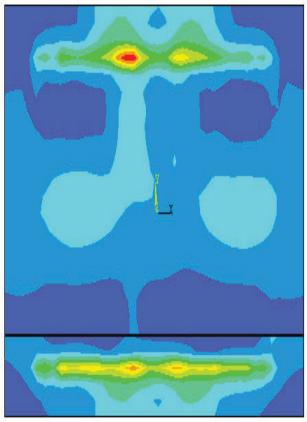


Рис. 7.12

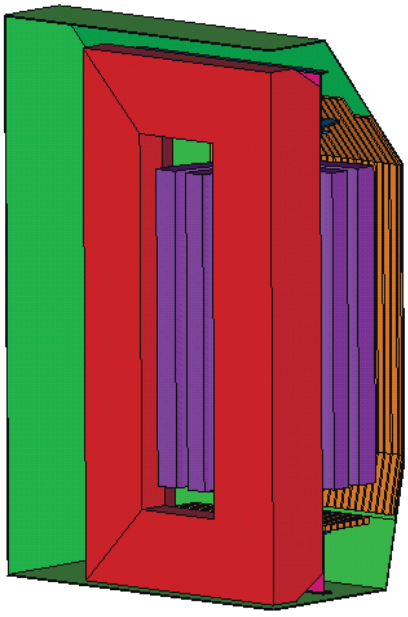


Рис. 7.13

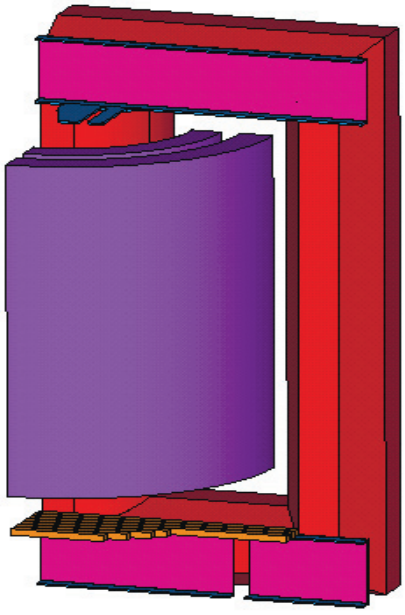


Рис. 7.14

Враховується тривимірність і скінченні розміри МС, обмоток, елементів конструкції, бака, системи магнітного екранування на баку. Для спрощення, МС представляється однорідним тілом - без моделювання особливостей в ділянках перешихтовки пластин ЕТС.

Стрижні і ярма за магнітними параметрами характеризуються по основній кривій намагнічування електротехнічної сталі. По нормалі до пло-

щини пластин МС магнітна проникність визначається з урахуванням коефіцієнта заповнення сталі і є постійною величиною. Обмотки представляються з реальним розподілом сил намагнічування по їх висоті у вигляді зон однакової щільності ампер-витків.

Верхні і нижні ярмові балки мають горизонтальні полиці з немагнітної сталі, а стінки - з феромагнітної. Нижня полиця верхньої балки має виступи для пресування обмоток. Нижні балки мають вертикальні розрізи між стрижнем і бічними ярмами. Подовжні і поперечні шунти на нижніх ярмових балках виконано з пакетів ЕТС. На поверхні бака встановлені вертикальні магнітні шунти. Феромагнітна конструкційна сталь бака і балок характеризується з використанням основної кривої намагнічування і постійним значенням електричної провідності. При проведенні розрахунку використано симетрію конструкції відносно вертикальних площин по подовжній і поперечній осях МС.

Розподіл об'ємних втрат в поверхневому шарі бака без шунтів показано на рис. 7.15.

Також виконано розрахунок при наявності шунтів на поверхні баку. Результати представлено на рис. 7.16. Як видно із рис. 7.16, за наявності шунтів інтенсивність локальних і загальних втрат в баку зменшується. Отримані термограми температур поверхні бака при теплових випробуваннях трансформатора показали близьку відповідність результатів розрахунків і вимірів.

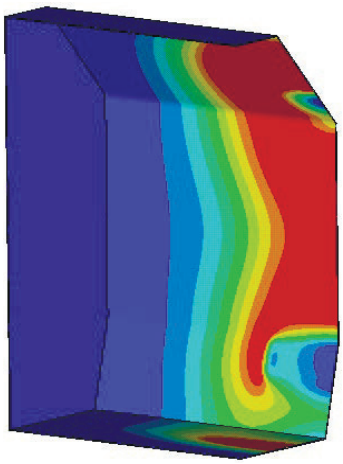


Рис. 7.15

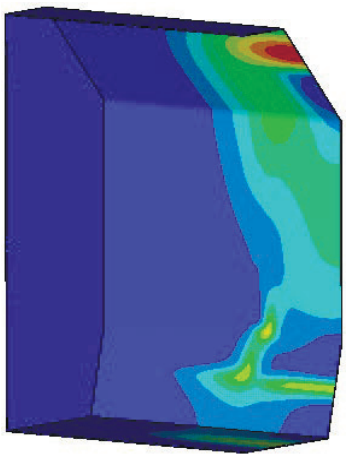


Рис. 7.16

Для цього автотрансформатора також виконано розрахунок втрат в баку із застосуванням також чисельно-аналітичного методу. Ескіз квазітривимірної моделі з шунтами на баку показано на рис. 7.17. На стороні СН (передня стінка баку) у верхній похилій частині бака шунти укорочені, що необхідно для виконання в цих місцях кругових вирізів для введення мас-

ла в систему охолодження. Отриманий чисельно-аналітичним методом розподіл втрат на стороні СН показано на рис. 7.18. Характер і рівень втрат відповідає результатам чисельного моделювання по рис. 7.16.

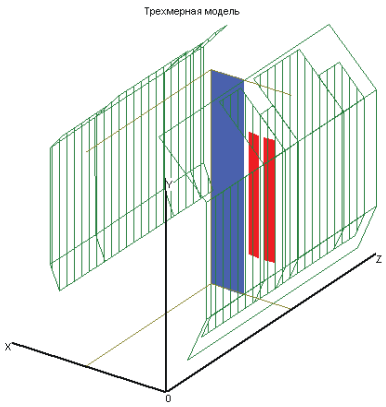


Рис. 7.17

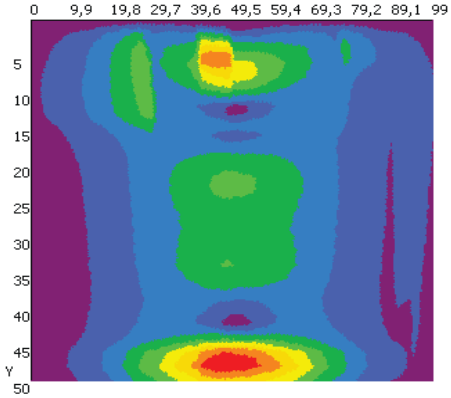


Рис. 7.18

При цьому необхідно зауважити, що чисельну модель, через вказані отвори в баку, для детальнішого дослідження виявилося необхідним уточнити. А саме - в розрахунковій моделі відтворити вказані отвори.

Відповідні результати уточнених розрахунків показано на наступних рисунках. Так на рис. 7.19 показано поверхневий розподіл об'ємних втрат в верхній зоні шунтів і над шунтами, а на рис. 7.20 в нижній частині шунтів проти осі обмотки з боку ВН.

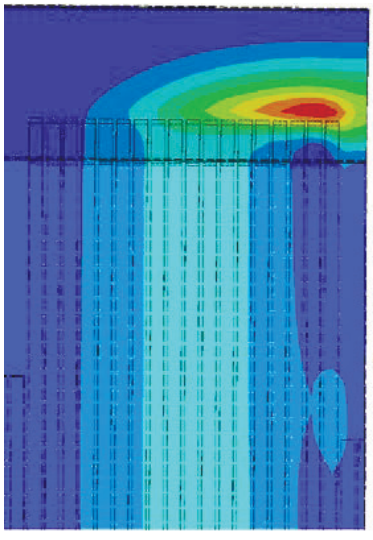


Рис. 7.19

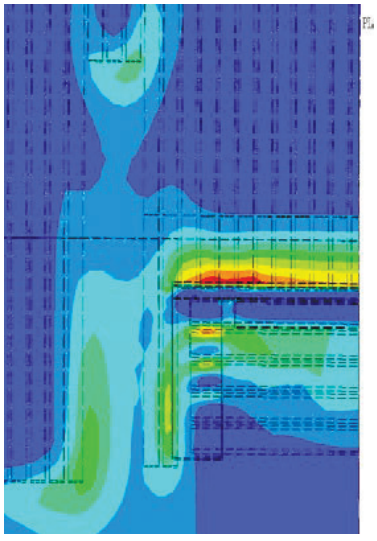


Рис. 7.20

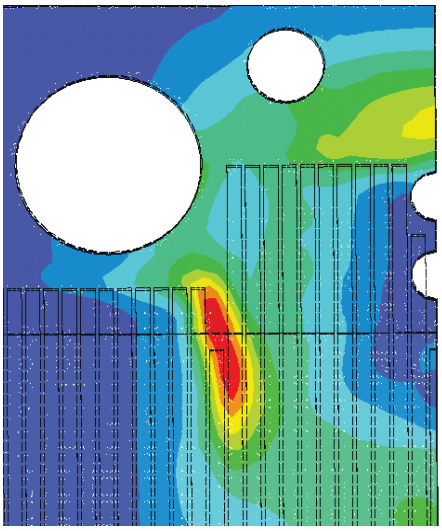


Рис. 7.21

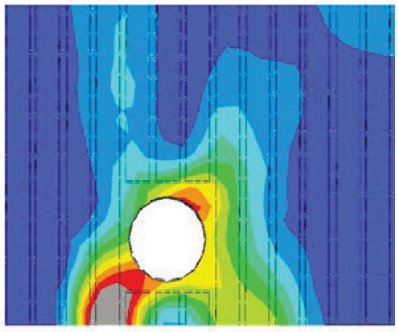


Рис. 7.22

Аналогічні результати розрахунків для сторони СН показано на рис. 7.21, 7.22.

Отримано локальні області підвищених нагрівів, що і представляло завдання уточнених розрахунків. У подальшому виміряні термограми підтвердили особливості розподілу локальних нагрівів стінок бака при максимальних значеннях, що не перевищують допустимі норми.

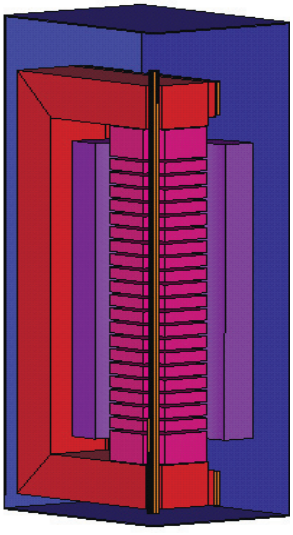


Рис. 7.23

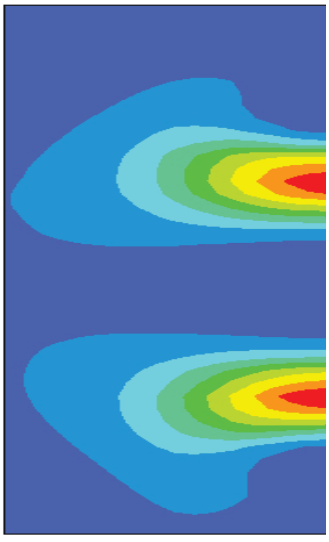


Рис. 7.24

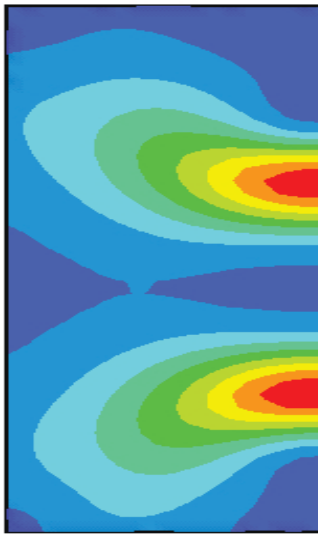


Рис. 7.25

Розробленими методами досліджено конструкції однофазних електричних шунтувальних реакторів. На рис. 7.23 показано розрахункову модель однофазного реактора потужністю 80 МВАр.

Зіставлення результатів розрахунків по методах поверхневих і об'ємних втрат проведено для моделі без магнітних шунтів. Розподіл за методом поверхневих втрат показано на рис. 7.24, а на рис. 7.25 - розподіл об'ємних втрат в поверхневому шарі стінки бака. Якісно і кількісно розрахунки по обох методах для баку близькі між собою. У реальній конструкції реактора на подовжніх стінках бака встановлено вертикальні шунти. Для реальної конструкції реактора розраховано сумарні втрати в МС, в стяжних шпильках стержнів МС, в обмотках, в ярмових балках, в баках, які показали близьку відповідність розрахунків і вимірів (див. розділ 9).

Література до розділу 7

1. Береза В.Л., Кравченко А.Н. Снижение потерь в проводящем полу пространстве шунтирующим анизотропным слоем. В кн.: Электроэнергетика и магнитная электродинамика. Киев : Техніка, 1974. С. 128-137.
2. Березовский А.А., Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Расчет добавочных потерь в баке трансформаторов. Электричество. 1966. № 9. С. 2-7.
3. Березовский А.А., Нижник Л.П., Кравченко А.Н. Комплексное поверхностное сопротивление и эквивалентная магнитная проницаемость ферромагнитных тел. В сб.: Электромагнитные процессы в преобразовательных устройствах. Киев: Наукова думка, 1967. С. 50-60.
4. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров.М.: Знак, 2013. 612 с.
5. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
6. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля, потерь в баках трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ : Ін–т електродинаміки НАН України. 2005. № 1 (10). С. 91-104.
7. Иванков В.Ф. Численно-аналитические методы расчета магнитного поля силовых трансформаторов : дис. … канд. техн. наук: 05.09.01 / Киев: ИЭД АН УССР, 1979. 163 с.
8. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.

9. Карасев В.В., Лейтес Л.В. Электромагнитные характеристики конструкционной стали на переменном токе и их применение в трансформаторостроении. Электричество. 1967. № 8. С. 32-37.
10. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. Киев: Наукова думка, 1989. 224 с.
11. Кравченко А.Н., Нижник Л.П. Электродинамические расчеты в энергетике. Киев: Техніка, 1977. 184 с.
12. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
13. Лейтес Л.В., Мастрюков Л.А. Снижение добавочных потерь в баке мощных стержневых реакторов. Электричество. 1966. № 9. С. 8-13.
14. Мастрюков Л.А. Вопросы проектирования шунтирующих реакторов большой мощности : дис. … к. техн. наук: 230 / М.: ВЭИ, 1968. 208 с.
15. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. Л.-М.: Госэнергоиздат, 1949. 190 с.
16. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Романенко Р.В. Численно-аналитические методы расчета электромагнитного поля трансформатора. Киев: Институт математики АН УССР, I978. 55 с. (Препринт / Института математики АН УССР; 76.21).
17. Особенности электромагнитного расчета тягового трансформатора с регулированием напряжения на стороне высшего напряжения / М.Ю. Виногреев, Т.М. Витренко, В.Ф. Иванков, Г.И. Калайда. Техническая электродинамика. 1985. № 2. С. 78- 85.
18. Петров Г.Н. Трансформаторы. Том 1. Основы теории. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1934. 446 с.
19. Рихтер Р. Электрические машины. Т. 3. Трансформаторы. М.: НКТП, 1935. 294 с.
20. Руководящий документ РД16 314–86. Трансформаторы силовые. Расчет потерь в баках трансформаторов от магнитного поля отводов и методы их снижения / Ю.С.Гитин, О.И. Сисуненко, В.В. Боднар, В.Л. Береза, Я.И. Фурман, В.Ф. Иванков, З.А. Сеник, В.В. Коваль. Запорожье: ВИТ, 1986. 62 с.
21. Рытов С.М. Электромагнитные свойства мелкослоистой среды. ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 605-616.
22. Сисуненко О.И. Расчет потерь в баках трансформаторов. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1971. Вып. 7. С. 13-17.
23. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1968. 456 с.
24. Apanasewicz S. Metody analizy elektromagnetycznego pola rozproszenia w transformatorach i strat mocy w roznych przypadkach

czesciowego ekranowania ich kadzi. Prace Inst. Elektrot. 1977. Z. 104. S. 21-84.

25. Bizo O. Global element analysis of transformer leakage field and tank losses. Period polytechn. elec. eng. 1983. № 27. P. 281-295.
26. Detlev R., Lindner M. Numerische Magnetfeld– und Verlustberechnung in inaktiven Bauteilen von Grostransformatoren. Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden. 1990. 39, № 2. S. 119-123.
27. Ivankov V.F., Basova A.V., Khimjuk I.V. Numerical simulation of losses and heating in the constructional elements of transformers of ferromagnetic steel. Техн. електродинаміка. 2014. № 3. С. 19-27.
28. Marcon S., Szabo L. Quasi-stationary magnetic field computing program and its application in special calculation of electrical mashines. Ganz Electric Rewiew. 1977. № 16. P. 35-46
29. Numerical research of the electromagnetic fields in powerful transformers and reactors / A.V. Basova, V.F. Ivankov, S.S. Kokoshyn, I.V. Khimjuk. Przeglad Elektrotechniczny, CPEE. 2007. No. 2. P. 261- 264.
30. Pavlik D., Johnson D.C. and Girgis R.S. Calculation and Reduction of Stray and Losses in Core-Form Transformers Using a Highly Accurate Finite Element Technique. IEEE Trans on Power Delivery. 1993. Vol.8, No. 1. P. 239-245.

РОЗРАХУНОК ВТРАТ В ЧАСТИНАХ БАКІВ ВІД МАГНІТНОГО ПОЛЯ БАГАТОАМПЕРНИХ ВІДВЕДЕНЬ

У потужних трансформаторах одним з основних джерел інтенсивного магнітного поля, що впливає на неактивні елементи конструкції (ЕК), являються відведення обмоток нижчої напруги (НН), струм яких досягає 10 – 25 кА. Залежно від типу трансформатора (однофазний, трифазний), конструкції (одношарова, двошарова) та груп з'єднання обмоток, значення струму і багатьох інших чинників, можливі різні схеми конструктивного виконання відведень НН. Вони відрізняються кількістю паралельних провідників, формою їх перерізу, орієнтацією в просторі і тому подібне. При з'єднанні кінців обмоток НН в трикутник загальною для усіх потужних трифазних трансформаторів є наявність горизонтального відведення, що проходить практично уздовж усього трансформатора паралельно кришці бака.

У доповіді [16] (переклад [6]) представлено результати експериментальних досліджень способів зниження втрат і нагріву у феромагнітних частинах бака, проведених на феромагнітній плиті, яка розташовувалася паралельно провідникові трубчастого перерізу із змінним струмом 14 кА на відстані 0.29 м від нього, що відповідає реальному розташуванню відведення відносно стінки бака потужного трансформатора. Досліджено варіанти захисту моделі суцільним алюмінієвим екраном, екраном з вирізами, екраном з пакетами електротехнічної сталі та зі вставкою з немагнітної сталі у феромагнітну плиту.

Отримані значення поверхневих втрат, максимальних перевищень температури над довкіллям (над повітрям) підтвердили відомі результати [5, 10, 11], що ефективним способом зниження локальних втрат є застосування електромагнітних екранів. Проте, їх істотним недоліком є витіснення вихрових струмів до країв екрану, що може викликати підвищені місцеві нагріви самих екранів.

На підставі проведених досліджень в [6, 16] дано рекомендації по зниженню втрат в баку трансформатора від поля багатоамперних відведень :

– збільшення відстані між відведенням і поверхнею кришки;

– застосування двошарової обмотки НН з верхнім виведенням її кінців;

– приєднання фазних кінців обмоток без утворення ділянок, паралельних площині кришки бака;

– близьким розташуванням відведень різних фаз;

– розподілом відведення на паралельні провідники з відстанню між ними, яка перевищує подвоєне значення проміжку до бака.

Дослідженнями [3, 16] показано, що основним практичним методом вирішення цієї проблеми є виконання ділянок бака (кришок, стінок) з немагнітної сталі з підвищеним питомим електричним опором.

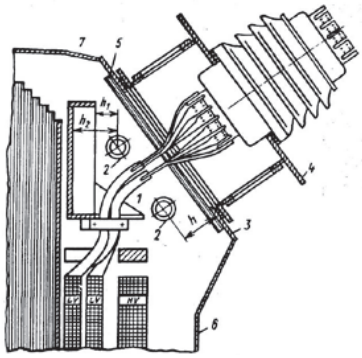


Рис. 8.1

На рис. 8.1 (з [3, 16]) показано поперечний переріз потужного трансформатора по осі фази в області відведень обмотки НН: 1 – відведення обмотки НН, 2 – горизонтальна частина відведення НН, 3 – немагнітна вставка, 4 – коробка введення НН, 6 – феромагнітна стінка бака, 7 – феромагнітна кришка бака. Ефективною мірою є розташування на пластині перпендикулярно осі відведення пакетів електротехнічної сталі (ЕТС) – позиція 5.

Для вивчення міри впливу різних чинників на розподіл магнітного поля відведень, вихрових струмів і втрат, а також для відпрацювання методик розрахунку проведено експериментальні дослідження на фізичних моделях.

8.1. Фізичні і розрахункові моделі для дослідження вихрових струмів та втрат в баку від відведень

Дослідження нагріву кришки бака для різних варіантів розташування багатоамперних відведень проведено на повномасштабній моделі кришки бака трансформатора потужністю 1000 МВА. Модель відповідала ескізу рис. 8.1 і представляла собою систему автономних відведень і половину кришки бака реальних розмірів з відповідними конструкціями коробок під введення, але без імітації магнітної системи (МС) і обмоток. Модель наповнювалася трансформаторним маслом, що дозволяло мати теплові умови, які практично ідентичні натурному об'єкту. Струм у відведенні складав 14 кА, а відстань від осі відведення до поверхні кришки дорівнювала 0.15 м

На рис. 8.2а приведено виміряні термопарами нагріви немагнітної вставки уздовж лінії I між двома парами отворів. Позначення на графіках і ескізі відповідають чотирьом випадкам виконання і розташування відведень: 1 – відведення проходить над віссю отворів, 2 – відведення зміщено вліво на 0.15 м, 3 і 4 – над пластиною проходять два розщеплені відведення з половинним струмом в кожному. На графіках зображено перевищення

температури немагнітної вставки над температурою довкілля відносно найбільш нагрітої точки ділянки між вирізами ($\vartheta = 93°C$).

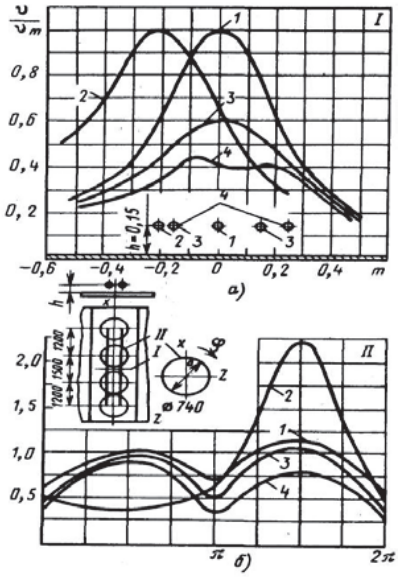


Рис. 8.2

На рис. 8.2б показано розподіл температур по периметру кругового отвору II для вказаних випадків виконання і розташування відведень. Оскільки немагнітна сталь, вживана для вставки в кришку бака, має низьку теплопровідність, то й розподіл нагріву відповідає розподілу вихрових струмів. У разі зміщення відведення нагрів між отворами і на краю отвору збільшується майже в два рази в порівнянні з випадком, коли відведення проходить над віссю отвору – графіки 1 і 2 на рис. 8.2.

Необхідно відмітити, що дослідження на повномасштабній моделі не дозволили диференціювати основні чинники по мірі важливості, що потребувало проведення експериментальних досліджень на спеціальних фізичних, а також на відповідних математичних моделях.

Так, вплив ярем МС трансформатора на розподіл поля на поверхні вставки кришки бака досліджено на фізичній моделі, ескіз і основні розміри якої показано на рис. 8.3. Горизонтальна ділянка ярма обмежена протяжним уздовж осі відведення феромагнетиком, набраним з ЕТС. Відстані між феромагнетиком, немагнітним листом з розмірами 0.016 х 0.95 х 2 м із сталі 45Г17ЮЗ і відведенням близькі до реальних. В якості відведення використовувалась мідна труба із зовнішнім діаметром 0.05 м.

Вказане розташування листа і відведення виключало вплив зворотного струму, що замикається по верхній ділянці контуру живлення.

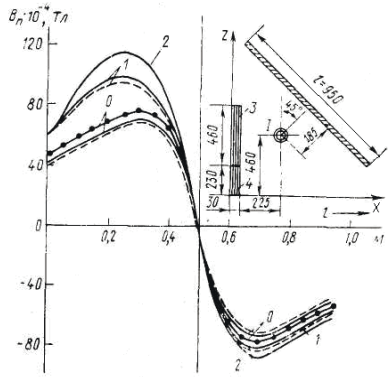


Рис. 8.3

Виміри нормальної до поверхні листа складової індукції магнітного поля B_n проводилися при промисловій частоті 50 Гц датчиками індукційного типу. Результати виміру поля уздовж поперечної осі листа показано на рис. 8.3 суцільними лініями. Лінії 0 відповідають полю на листі без феромагнетика, лінія 1 – за наявності феромагнетика 3. Зміна розміру феромагнетика приєднанням до елементу 3 елемента 4 призводить до збільшення поля на листі – лінія 2. Лінія 0 з точками показує розподіл поля в повітрі, а суцільна лінія 0 – на немагнітному листі. Їх порівняння показує, що міра зворотного впливу вихрових струмів немагнітного листа для цих конкретних умов досліду складає близько 10 % по відношенню до поля відведення в повітрі.

Порівняння розподілу полів на лініях 0 і 1, 2 показують, що в деяких випадках ярмо МС трансформатора може чинити вплив на розподіл магнітного поля на поверхні немагнітної вставки кришки бака. Більшою мірою це позначається на розподілі поля лише на наближеній до ярма поверхні немагнітної вставки. Пунктирні лінії 0 і 1 на рис. 8.3 отримано розрахунковим шляхом із застосуванням двовимірної моделі, що побудована в площині, перпендикулярній осі відведення. Порівняння розрахунків і вимірів показує, що поле на поверхні немагнітної вставки може бути розраховано з урахуванням феромагнітних деталей конструкції, наприклад, ярем МС із застосуванням досить спрощеної плоскопаралельної розрахункової моделі з дискретними феромагнетиками М–ДФПП.

Як показано на рис. 8.1, вставка з немагнітної сталі вварюється у провідну феромагнітну стінку бака. Вплив феромагнітних ділянок стінки бака визначався на моделі рис. 8.4, в якій до немагнітного листа приварювалися феромагнітні пластини шириною 0.5 м і завтовшки 0.008 м із сталі Ст 3. На рис. 8.4 лінія з точками відповідає полю в повітрі. Поле на поверхні немагнітного листа і феромагнітної пластини показано суцільною лінією. На межі контакту немагнітного листа і феромагнітної пластини спостерігається деякий перерозподіл поля за рахунок крайового ефекту у феромаг-

нітної пластини. З використанням моделі М-ДФПП виконано розрахунок поля при заміні феромагнітної пластини дискретним непровідним феромагнетиком. Результати розрахунку показано на рис. 8.4 штриховою лінією. Розрахунок на поверхні феромагнетика відрізняється від вимірів внаслідок того, що спрощена розрахункова модель не враховує контактних умов сполучення різних по питомому електричному опору частин немагнітної сталі з феромагнітною. В немагнітній пластині струми виділяються практично рівномірно по усій її товщині. У феромагнітній – в поверхневому шарі за рахунок нелінійного поверхневого ефекту.

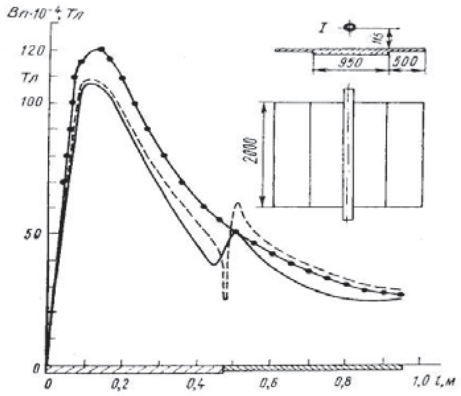


Рис. 8.4

Більш точний розрахунок розглянутої моделі забезпечується застосуванням МСЕ [14, 15]. На рис. 8.5 показано результат чисельного розрахунку, виконаного методом перехідного гармонійного аналізу.

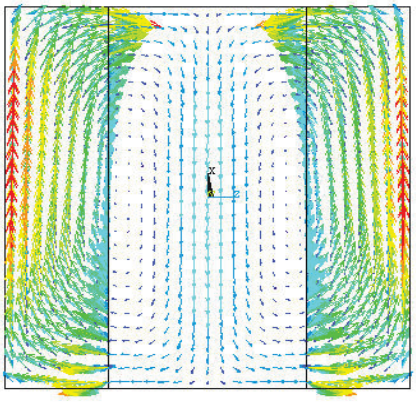


Рис. 8.5

Для даної фізичної моделі, через просторову обмеженість тіл феромагнітних ділянок, знадобилося досить дрібне (до долей міліметру) регуляр-

не розбиття. В якості магнітної характеристики використано нелінійну характеристику еквівалентної магнітної проникності. Характер розподілу розрахункових поверхневих вихрових струмів та їх значення, як в немагнітній пластині, так і у феромагнітних ділянках моделі, які представлено на рис. 8.5, відповідають даним вимірювань на рис. 8.4.

Чисельні розрахунки магнітного поля, вихрового струму та втрат даної фізичної моделі підтвердили, зокрема, достовірність підходів і практично реалізованих процедур розрахунку поля та втрат в баках трансформатора і реактора за наявності нелінійного поверхневого ефекту з використанням МСЕ.

Дослідження на моделях [3, 6, 16] і практика виготовлення потужних трансформаторів показали ефективність зниження втрат і нагріву у вставках з немагнітної сталі за рахунок встановлення на поверхні вставки з боку відведень дискретних пакетів з листів ЕТС. Такі пакети виготовляються так само, як і пакети магнітних екранів на феромагнітних стінках баків в якості захисту баків від магнітного поля обмоток і відведень [1].

Для вивчення ефективності обмеження струмів в немагнітній вставці за допомогою пакетів з ЕТС досліджено фізичну модель у складі відведення і раніше описаної немагнітної пластини. Розміри і взаємне розташування пакетів з ЕТС на листі і відносно відведення змінювалися в широких межах.

Встановлено, що основний ефект полягає в особливому формуванні магнітного поля на поверхні пластини за рахунок скінченних розмірів і дискретного розташування феромагнітних пакетів на пластині [2].

Поле на поверхні пластини залежить від розмірів пакетів, взаємного їх розташування між собою, співвідношення довжини пакету і відстані до відведення, а також від магнітного стану сталі пакетів. Приведемо результати досліджень, отримані на моделі, ескіз якої показано на рис. 8.6. Пакети перерізом $S_{П} = a_{П} b_{П}$ = 0.065х0.02 м і завдовжки $l_{П}$=0.8 м набиралися з пластин ЕТС, які укладалися навзнаки на поверхні немагнітного листа з певним проміжком t між пакетами.

Суцільним лініям 0, 1, 2, 3 відповідають проміжки t 0.0; 0.1; 0.16; 0.3 м. У верхній частині рис. 8.6 приведено дані про поле на зверненій до відведення верхній поверхні пакетів B_{B}, у середній – в проміжку між пакетами B_{3}, у нижній – під пакетами B_{H}.

Важливою особливістю розподілу магнітного поля в цій системі є те, що на поверхні немагнітної вставки під пакетами нормальна складова магнітної індукції отримує напрям, який протилежний до напряму індукції між пакетами. Таким чином, магнітне поле на поверхні вставки з пакетами набуває знакозмінного характеру уздовж осі відведення, що і призводить до дроблення вихрових струмів і, зрештою, до зниження втрат і нагрівів в середній частині пластини. На кінцях пакетів може мати місце концентра-

ція поля і втрат.

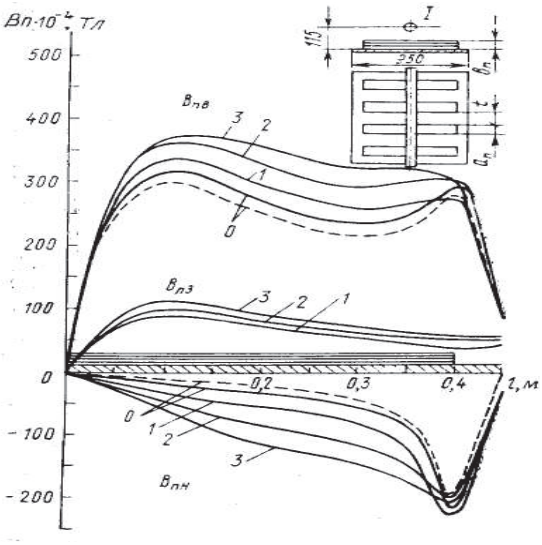


Рис. 8.6

Точне визначення поля в такій системі представляє складне завдання. Проте задовільні для практичних розрахунків результати можуть бути отримані з використанням спрощеної розрахункової моделі. У площині поперечної осі відведення пакети представляються у вигляді двовимірного дискретного феромагнетика. Магнітна індукція розраховується з використанням методу інтегральних рівнянь при кусково-постійній апроксимації вторинних джерел по контуру феромагнетика по моделі М–ДФПП. Емпірично визначено поправочні коефіцієнти, що враховують дискретність розташування пакетів на немагнітній вставці [2].

За основу взято поле під пакетами, коли проміжок між ними $t = 0$. В цьому випадку результати розрахунків поля на верхній B_{B0} і нижній B_{H0} поверхнях нескінченного феромагнетика показано на рис. 8.6 штриховими лініями. При збільшенні проміжку $t > 0$ поля B_B і B_H також збільшуються, приблизно зберігаючи характер розподілу поля уздовж пакету.

Індукція в середній частині пакету визначається магнітними потоками, що входять в його верхню (В), нижню (Н), бічну (Б) і торцеву (Т) поверхні

$$B_П = (\Phi_B + \Phi_H + 2\Phi_Б + \Phi_T)/S_П . \qquad (8.1)$$

За результатами експериментальних і розрахункових досліджень визначено, що з похибкою, що не перевищує 10 %, значення індукції може бути знайдено з використанням емпіричних коефіцієнтів за виразом

$$B_П = (1 + K_Б)(K_Б\Phi_{B0} + K_H\Phi_{H0} + \Phi_{T0})/S_П \qquad (8.2)$$

де $\Phi_{B0}, \Phi_{H0}, \Phi_{T0}$ – потоки, розраховані за допомогою двовимірної моделі феромагнітних пакетів по моделі М–ДФПП за відсутності проміжку

$$\Phi_{i0} = a_{П} \int_0^{l_{П}/2} B_{i0}(x)dx,\ i = B,H\ ,\ \ \Phi_{T0} = a_{П} \int_0^{b_{П}} B_{T0}(z)dz\ . \qquad (8.3)$$

Визначено також коефіцієнти K_H і $K_З$, які дозволяють обчислити нормальну складову поля на поверхні немагнітного листа під пакетами $B_H = K_H B^0$ і в повітряному проміжку між пакетами $B_З = K_З B^0$, де B^0 – поле в повітрі на рівні листа. Залежності емпіричних коефіцієнтів від t приведено в таблиці 8.1. Приведений на рис. 8.6 розподіл поля під пакетом (на листі) має місце лише у тому випадку, коли сталь знаходиться в ненасиченому магнітному стані: для холоднокатаної ЕТС індукція в середині перерізу пакету $B_П \le B_s$ =1.8 Тл [8].

Таблиця 8.1 - Поправочні коефіцієнти

t, м	$K_Б$	K_B	K_H	$K_З$
0	0	1.00	1.00	0
0.05	0.32	1.25	1.60	0.40
0.10	0.38	1.30	2.15	0.73
0.15	0.41	1.45	2.65	0.88
0.20	0.42	1.50	3.05	0.95
0.25	0.43	1.52	3.35	0.98
0.30	0.44	1.55	3.40	0.99
0.30	0.45	1.60	3.50	1.00

Якщо $B_П > B_s$, то поле під пакетом має напрям, який співпадає з напрямом первинного поля відведення, і ефективність системи обмеження вихрових струмів знижується.

На рис. 8.7 приведено розподіл вихрового струму уздовж середньої лінії немагнітної пластини з пакетами ЕТС шириною 65 мм і з проміжком 220 мм. Графіки 1 відповідають випадку, коли пакети не встановлені, 2 – уздовж середньої лінії між пакетами; 3 – уздовж середньої лінії під пакетом. Суцільні лінії показують результати вимірів, пунктирні – розрахункові значення, отримані за алгоритмами підрозділу 5.4. Дослідження показали, що ефективність такого обмеженого екрану досить велика в зоні кришки бака, розташованої під віссю відведення. В той же час на краю екрану можуть мати місце підвищені втрати і місцеві нагріви. Розташування ненасичених пакетів ЕТС із збільшеним проміжком один від одного уздовж відведення дозволяє усунути цей недолік. Таким чином, основ-

ний ефект зниження вихрових струмів і втрат полягає в тому, що знакозмінний характер розподілу магнітного поля уздовж відведення, який має місце за наявності дискретних пакетів ЕТС, призводить до дроблення загального контуру вихрового струму на декілька часткових значно меншої інтенсивності.

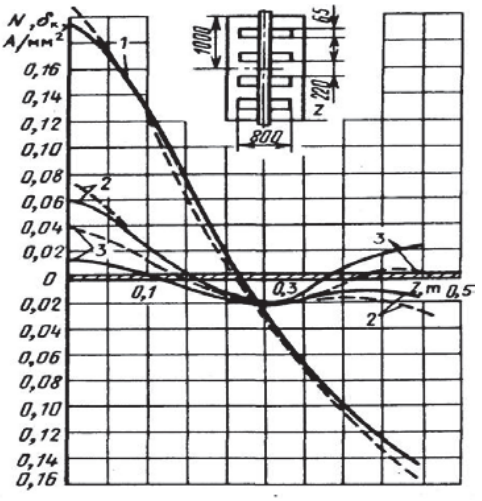


Рис. 8.7

Використання розглянутого способу в реальному трансформаторі зменшило в найбільш нагрітій точці перевищення температури поверхні кришки над температурою верхнього масла в баку з 67 К до 26 К.

8.2. Зниження втрат в кришці бака електромагнітним контуром

Одним із можливих способів зниження зосереджених втрат і місцевих нагрівів є використання пристрою [9], конструкція якого передбачає установку на поверхні немагнітної пластини розімкненого витка, виконаного з матеріалу з високою провідністю. Кінці цього витка, що зустрічно перекриваються уздовж відведення, електрично приєднуються до цієї поверхні в двох протилежних точках, розташованих уздовж умовних ліній протікання вихрового струму. Під дією наведеної магнітним потоком струму відведення в цьому витку електрорушійної сили (ЕРС) по ділянці пластини між точками контакту протікає струм, спрямований зустрічно вихровому. Замкнутий через точки контакту контур має також екрануючий ефект.

Конструкцію пристрою показано на рис. 8.8. На поверхні немагнітної пластини 1 довжиною b, шириною l і товщиною d, що має провідність σ і магнітну проникність μ_0, на відстані h від якої розташована ділянка відведення 2 завдовжки $2c = x_2 - x_1$ із змінним струмом I_0, встановлю-

ється близький до прямокутної форми виток 3 з міді або алюмінію.

Зовнішня ділянка витка проходить по краю пластини, а його кінці, що взаємно перекриваються, під відведенням електрично сполучені з пластиною в точках M і N.

Виток охоплює збуджене відведенням магнітне поле одного напряму.

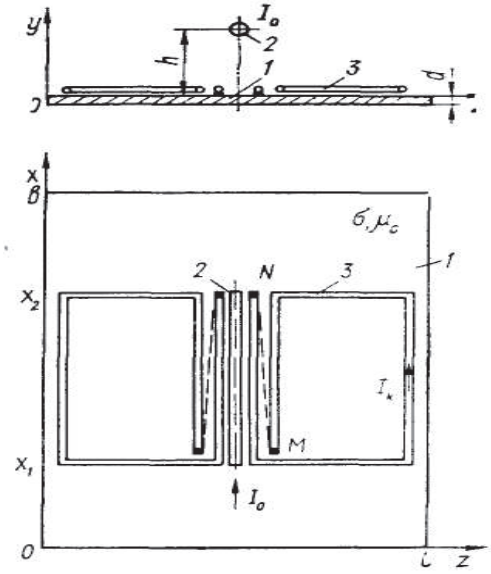


Рис. 8.8

На рис. 8.8 показано ескіз пристрою, коли на поверхні пластини встановлено два витки, що утворюють два замкнені електричні контури (k =l, 2). Кінці цих витків, що взаємно перекриваються, мають з пластиною електричне з'єднання. Принцип дії пристрою полягає в наступному. У замкнутому контурі, що складається з витка і ділянки пластини між точками M і N електричного з'єднання витка з пластиною, магнітне поле відведення наводить ЕРС і струм

$$E_k = -\omega \int_{S_k} B_y(x,z)ds\,, \quad I_k = E_k / Z_k \tag{8.4}$$

де ω – кругова частота; B_y – нормальна до площини пластини складова індукції магнітного поля; S_k – площа пластини, що охоплюється витком; $Z_k = R_B + R_{ПЛ} + iX_B$ – комплексний опір контуру, який визначається активним R_B, реактивним X_B опорами витка і опором $R_{ПЛ}$ ділянки пластини між точками M і N електричного з'єднання витка з пластиною; k – номер контуру.

У ділянках витка, паралельних відведенню, струм контуру спрямова-

ний протилежно струму відведення. При цьому проявляється екрануюча дія витка, оскільки збуджена струмами I_k магнітна індукція B_k у охоплюваній витком зоні S_k спрямована проти первинної індукції відведення B_0. У провідній пластині виникає вихровий струм з поверхневою щільністю $\vec{j}_0 = \sigma d\vec{E}$, де $\vec{E}$ – напруженість електричного поля на поверхні пластини. Під дією ЕРС струм контуру спрямовується по пластині від точки M до точки N (на рис. 8.8 його показано пунктирною стрілкою). Результуючий струм в пластині має щільність

$$\vec{j}_{ПЛ} = \vec{j}_0 + \vec{j}_{СУМ}, \quad \vec{j}_{СУМ} = \sum_k \vec{j}_k, \tag{8.5}$$

збуджує індукцію $B_{ПЛ}$, спрямовану проти первинної індукції відведення B_0. Зворотний вплив струму пластини можна не враховувати, якщо глибина проникнення плоскої електромагнітної хвилі в пластину значно менша її лінійного розміру, тобто якщо $c_0 l / 4 << 1$, де $c_0 = \omega\sigma\mu_0 d$ [12]. У загальному випадку, в силу дії струму витків і зворотнього впливу струмів пластини магнітна індукція на її поверхні визначається сумою

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_k + \vec{B}_{ПЛ}. \tag{8.6}$$

Вказані величини індукції взаємозв'язані, проте можуть бути визначені шляхом послідовних наближень. Для дослідження цих зв'язків розглянемо ряд розрахункових моделей.

Нехтуючи вихровими струмами поза ділянкою пластини $x_1 \le x \le x_2$, враховуватимемо тільки складову струму $j_{xПП}$, яка паралельна осі відведення. В цьому випадку магнітна індукція поля струмів пластини на її поверхні визначається за виразом

$$B_{yПЛ}(z) = \frac{1}{2\pi}\mu_0 \int_0^l j_{xПЛ}(\xi)\frac{1}{z-\xi}d\xi. \tag{8.7}$$

Розрахунок вихрового струму в пластині проводиться при допущенні, що нормальна до пластини складова індукції магнітного поля B_y на ділянці пластини $x_1 \le x \le x_2$ має уздовж відведення постійне значення, поза цією ділянкою дорівнює нулю, а по осі $0z$ – змінна.

Вводиться потенціал u так, щоб щільність поверхневого струму визначалася залежністю

$$\vec{j}_\tau = rot_\tau(\vec{n}u) \quad \vec{j}_\tau = \sigma d\vec{E}_\tau . \tag{8.8}$$

Така модель є частковим випадком задачі для прямокутної немагнітної пластини в кусково-періодичному магнітному полі. Дана ділянка на рис. 8.8 з границями x1 і x2 для загальної розрахункової моделі визначає випадок, коли в пластині зовнішнє поле розподілене на одній ділянці k=1. В цьому випадку загальний розв'язок дозволяє для даного часткового випадку отримати явні вирази для потенційної функції

$$u(x,z) = \sum_{m=1}^{\infty} u_m(x)\sin\nu_m z , \quad \nu_m = m\pi / l . \tag{8.9}$$

При цьому для ділянки пластини $x_1 \le x \le x_2$

$$u_m(x) = -\frac{i\omega\sigma d B_{y,m}}{2\nu_m^2(1-E_m)}\Big[E_m(e^{\nu_m(x+x_2)} - e^{\nu_m(x+x_1)} - e^{\nu_m(-x+x_2)} - e^{\nu_m(x-x_1)}) +$$

$$+ e^{\nu_m(x-x_2)} + e^{\nu_m(-x+x_1)} - e^{\nu_m(-x-x_2)} + e^{\nu_m(-x-x_1)} - 2E_m\Big] \tag{8.10}$$

де $E_m = e^{-2\nu_m b}$, $B_{y,m}$ – коефіцієнти ряду Фур'є при розвиненні $B_y(z)$.

Складова щільність струму на вказаній ділянці згідно (8.9) визначається

$$j_x(x,z) = -\sum_{m=1}^{\infty} u_m(x)\nu_m \cos\nu_m z . \tag{8.11}$$

Розрахунок струму контуру в пластині проводиться з використанням розрахункової моделі, показаної на рис. 8.9.

Для розрахунку виділяється ділянка пластини між точками M і N завдовжки $2c = x_2 - x_1$ шириною l і товщиною d, через який проходить струм I_k. Цей струм підводиться до пластини в точці M електродом шириною 2ε; від пластини струм відводиться електродом з точки N.

У приведеній на рис. 8.9 системі координат $0x'z'$ задача про розподіл струму в пластині розглянута в роботі [13], у якій поверхнева щільність струму провідності j виражена через скалярну потенційну функцію w

$$\vec{j} = -\sigma d\, grad\, w \tag{8.12}$$

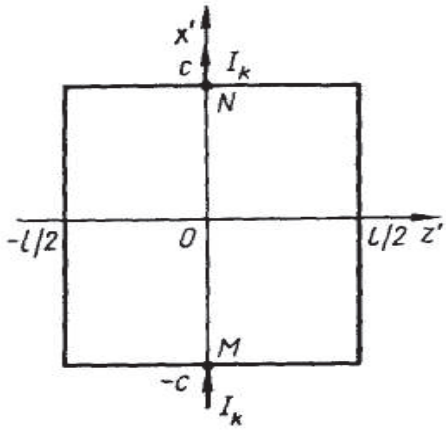


Рис. 8.9

Функція w з точністю до постійної визначається виразом

$$w(x',z') = \frac{I_k}{\sigma l}\left(x' + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{\gamma_m^2}\frac{\sin\gamma_m\varepsilon}{\varepsilon}\frac{sh\,\gamma_m x'}{ch\,\gamma_m c}\cos\gamma_m z'\right),\ \gamma_m = 2m\pi/l\,. \qquad (8.13)$$

Із залежностей (8.12) і (8.13) отримуємо вирази для складової щільності струму k –го контуру в пластині

$$j_{kx'}(x',z') = \frac{I_k}{l}\left(1 + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{2}{\gamma_m}\frac{\sin\gamma_m\varepsilon}{\varepsilon}\frac{sh\,\gamma_m x'}{ch\,\gamma_m c}\cos\gamma_m z'\right). \qquad (8.14)$$

Комплексний опір контуру, що входить у вираз (8.4) Z_k визначається активним опором витка R_B, залежним від питомого опору, довжини і перерізу провідника витка, а також індуктивним опором витка X_B, який знаходиться за допомогою відомого виразу для індуктивності прямокутної рамки [4]. Послідовно до цих опорів підключається опір ділянки провідної пластини між точками M і N електричного з'єднання витка з пластиною. Його величину визначимо за [13]

$$R_{ПЛ} = \frac{w_k(c,0) - w_k(-c,0)}{I_k}. \qquad (8.15)$$

Використовуючи залежність (8.14), отримуємо визначення опору усієї пластини

$$R_{ПЛ} = \frac{2c}{\sigma dl}\left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\gamma_m^2 c} \frac{\sin \gamma_m \varepsilon}{\varepsilon} th\, \gamma_m c\right). \qquad (8.16)$$

Експериментальні дослідження проведено на немагнітній сталевій пластині довжиною 2 м, шириною 0.95 м, товщиною 0.016 м з магнітною проникністю μ_0 і електричною провідністю $\sigma = 1.1 \cdot 10^6$ См/м, паралельно площини якої уздовж її великої осі на відстані h =0.115 м розташовувалося відведення із струмом I_0=10 кА (діюче значення), частотою струму f =50 Гц.

На одній з частин пластини встановлювався виток з мідного кабелю перерізом 120 мм^2. Спочатку було проведено дослідження екрануючої дії короткозамкненого витка, а потім витка, кінці якого, що перекриваються уздовж відведення, електрично з'єднувалися з пластиною в точках M, N (на рис. 8.8 $x_1 = 0,\ x_2 = 2c = b$). Вихрові струми в пластині визначалися виміром напруженості електричного поля стаціонарно встановленими датчиками у вигляді голчастих зондів. На рис. 8.10 представлено результати вимірів (суцільні лінії) і розрахунків (штрихові лінії). Точками позначено місця розташування датчиків поверхневої щільності вихрового струму $|j_x|/d = |j_x(b/2, z)|/d$ у середній частині пластини на ділянці $l/2 \le z \le l$, на якій встановлювався виток. Розрахунки виконувалися за приведеною методикою з послідовним уточненням взаємозв'язаних величин. По виміряних значеннях вихрового струму на вказаній ділянці пластини було знайдено розподіл поверхневих втрат – рис. 8.11.

Оскільки теплопровідність немагнітної сталі порівняно мала, то і розподіл температури пластини практично повторює розподіл поверхневих втрат. На рис. 8.10, 8.11 позначено: 1 – відведення розташоване над незахищеною пластиною; 2 – на поверхні пластини встановлений короткозамкнений виток; 3 – кінці витка, що перекриваються, в точках M і N мають електричне з'єднання з пластиною; 4 – виток з трьох відрізків (одного на краю пластини і двох, розташованих уподовж ліній з координатами x_1 і x_2 перпендикулярно осі відведення) має електричне з'єднання кінців також під відведенням в точках $(l/2, x_1)$ і $(l/2, x_2)$.

Дослідження показали, що при цих значеннях параметрів пластини зворотний вплив вихрових струмів зменшує магнітну індукцію на поверхні незахищеної пластини на 8 % в порівнянні зі значенням індукції в повітрі на рівні пластини при її відсутності. Установка на пластині короткозамкненого витка зменшує первинне поле відведення на її поверхні додатково на 20 %. Це призводить приблизно до такого ж зменшення вихрового струму в середині і на краю пластини (лінії 2 на рис. 8.11).

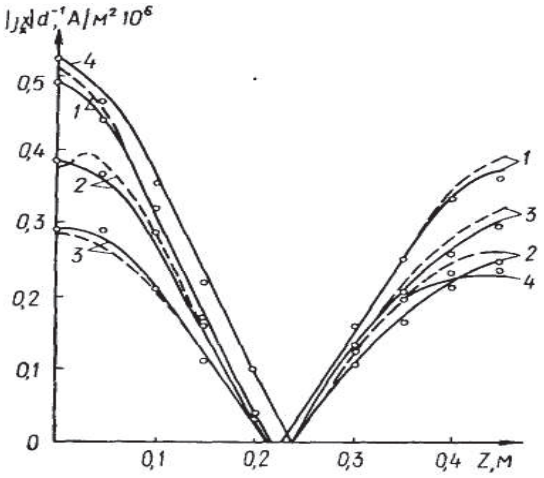


Рис. 8.10

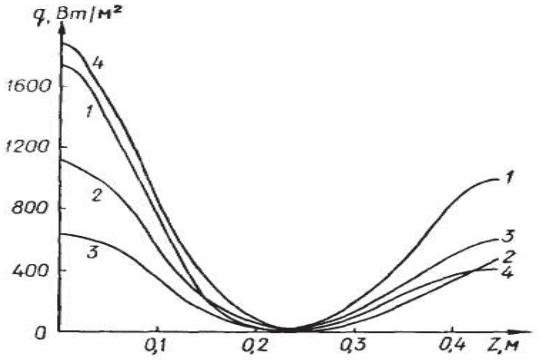


Рис. 8.11

У разі електричного з'єднання витка з пластиною поле поблизу його кінців, що перекриваються, під відведенням в порівнянні з полем короткозамкненого витка зменшується незначно. Додаткове зменшення струму в пластині досягнуте за рахунок компенсації вихрового струму струмом провідності контуру. У зоні під відведенням значення результуючого струму в пластині на 40 % менше в порівнянні із струмом в незахищеній пластині. При цьому місцеві поверхневі втрати зменшуються в 2.8 разів (лінії 2 і 3 на рис. 8.10 - 8.11). Установка на другій половині пластини такого ж витка із з'єднанням кінців по рис. 8.8 призводить до зниження струму в її середній частині приблизно на 70 %. В цьому випадку втрати в пластині в зоні під відведенням зменшуються майже в 10 разів в порівнянні з втратами в незахищеній пластині.

Виконання електричного з'єднання витка з пластиною без кінців, що перекриваються, призводить до негативного ефекту (лінії 4). Це поясню-

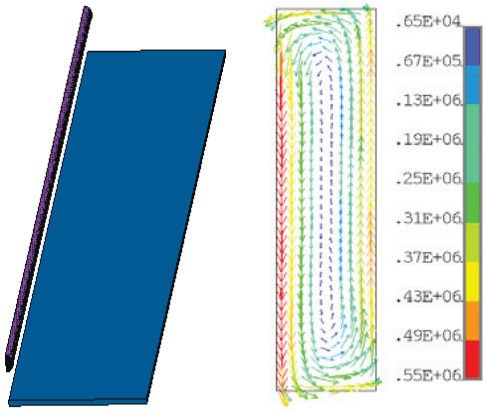
ється тим, що збільшення результуючої щільності струму в пластині за рахунок сумування вихрового і струму контуру на ділянці пластини між точками M і N переважає над екрануючою дією витка.

Необхідно підкреслити: оскільки вихровий струм в пластині і струм контуру викликаються одним і тим же полем, то рівень екранування поля і компенсації вихрового струму підтримуються автоматично при будь–яких змінах струму відведення. Це вигідно відрізняє цей пристрій по порівнянню, наприклад, із застосуванням магнітних екранів, які при інтенсивних полях можуть насичуватися і тим самим знижувати ефективність захисту бака.

8.3. Чисельне моделювання втрат і нагріву в кришці бака трансформатора

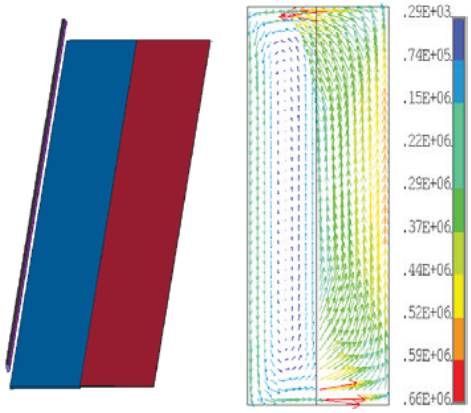
Модель автономної немагнітної пластини. Розрахункову модель половини немагнітної пластини в магнітному полі відведення представлено на рис. 8.12а (використано симетрію по центральній осі). Умови розрахунку відповідають фізичній моделі рис. 8.7 без феромагнітних пакетів. На рис. 8.12б показано розподіл умовної складової $\mathrm{Im}\,\dot{\delta}$ вихрових струмів в пластині. Дійсна частина вихрових струмів незначна. Розрахунок проведено з використанням методу гармонійного аналізу [7]. Інтенсивність і характер розподілу вихрового струму відповідає даним вимірювань.

Модель зварної пластини. Розрахункову модель зварної пластини представлено на рис. 8.13а. Ця модель відповідає фізичній моделі по рис. 8.4.



a) b)

Рис. 8.12



a) b)

Рис. 8.13

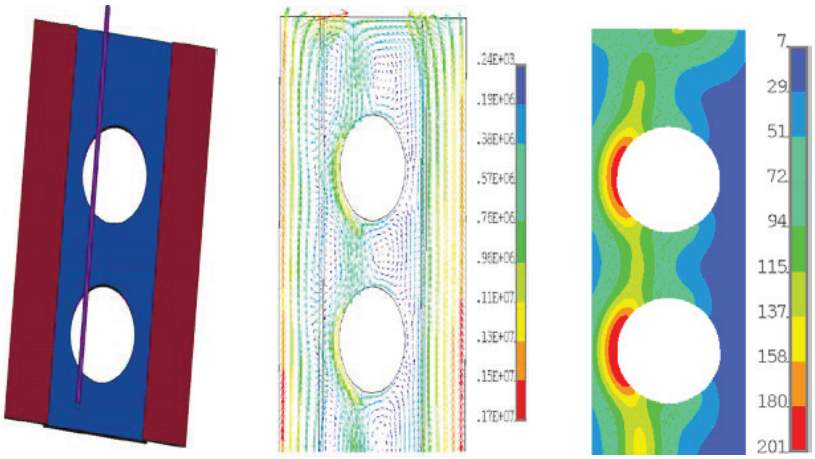
Також використано симетрію моделі. Для врахування поверхневого ефекту при розрахунках феромагнітна пластина розбивалася по товщині нерівномірно. Враховувалася нелінійна магнітна характеристика констру-

кційної сталі. Розрахунок проведено методом перехідного аналізу [7]. Отримано розподіл вихрових струмів в немагнітній і у феромагнітній частині зварної пластини. При порівнянні розрахункового розподілу поверхневої щільності вихрових струмів $\vec{j}_\tau$ (рис. 8.13б) з даними вимірів дотичної складової напруженості електричного поля $\vec{E}_\tau$ (рис.8.4) необхідно враховувати, що вони пов'язані співвідношенням $\vec{j}_\tau = d\sigma \vec{E}_\tau$.

Модель зварної пластини з круговими вирізами. На рис. 8.14а показано симетричну половину з двома вирізами повномасштабної моделі по рис. 8.2. Проекцію осі відведення на пластину зміщено відносно центрів отворів в немагнітній пластині. Немагнітна пластина контактує з феромагнітними. Вектори вихрових струмів на немагнітній частині моделі і на двох зв'язаних з немагнітною пластиною частинах з феромагнітної сталі показано на рис. 8.14б.

Вихрові струми концентруються в немагнітній пластині нерівномірно через зміщення проекції струмопроводу відносно центрів отворів.

Розрахунковий розподіл перевищень температур в немагнітній частині пластини приведено на рис. 8.14в. Підвищені нагріви концентруються поблизу отвору. Розподіл нагріву практично відповідає вимірам, які показано на рис. 8.2. Розрахунок вихрових струмів і втрат проведено з використанням ПЗ ANSYS методом гармонійного аналізу.

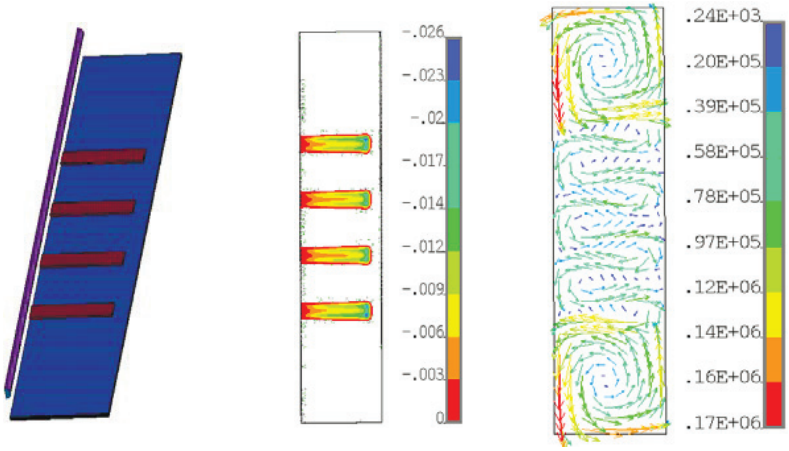


а) б) в)

Рис. 8.14

Модель з дискретними пакетами на поверхні немагнітної пластини. Ескіз розрахункової моделі половини немагнітної пластини з розташованими на її поверхні дискретними пакетами показано на рис. 8.15а. Ця розрахункова модель відповідає фізичній моделі по рис. 8.7.

Під пакетами нормальна складова магнітної індукції B_n (Тл), отримує напрям, який протилежний до напряму індукції між пакетами. На рис. 8.15б поле на пластині, що має позитивний напрям індукції, заповнено білим фоном, кольором – області поля із зворотним напрямом. Цей характер зміни поля на пластині між і під пакетами відповідає вимірам представленими на рис. 8.6. На рис. 8.15в показано розподіл вихрових струмів $\mathrm{Im}\dot{\delta}$. Локальна зміна поля призводить до дроблення вихрових струмів і, зрештою, до зниження втрат і нагріву в пластині. Спостерігаються локальні контури вихрових струмів, що пояснюється дією дискретних пакетів як деформаторів первинного поля відведення.



а) b) в)

Рис. 8.15

Дослідження на натурних об’єктах. Розглянемо результати чисельного моделювання на прикладі комплексної тривимірної моделі трифазного трансформатора потужністю 630 МВА з отворами під введення круглої форми в немагнітній вставці в кришці бака.

Розрахункову модель кришки бака побудовано з врахуванням симетрії конструкції трансформатора. На рис. 8.16 представлено вид зовні бака. У модель входять немагнітні частини бака (кришка і частина вертикальної стінки) і феромагнітні ділянки кришки і стінки бака, що примикають до немагнітних. Модель містить геометрію горизонтальних ділянок відведень, спрощену модель три стрижневої МС з обмотками на кожному стрижні. На внутрішній поверхні в зонах проти обмоток вертикальна стінка бака закрита трьома групами вертикальних шунтів з пакетів ЕТС – рис. 8.17. Модель містить геометрію отворів, фланців для кріплення коробок введень.

Заданою в розрахунковій моделі є щільність ампер-витків намагнічування по перерізах обмоток з врахуванням трифазного збудження. Струми

обмоток мають тільки кутову складову в системі циліндричних координат кожного стрижня. Відносно заданих фаз струмів в обмотках орієнтуються струми у відведеннях.

Властивості МС враховуються постійним значенням магнітної проникності за станом намагнічування ЕТС в номінальному робочому режимі. Також у вигляді констант задається магнітна проникність кожного пакету шунтів – з урахуванням їх анізотропії і попередньої оцінки їх намагнічування. За результатами попередніх розрахунків задається значення питомої електричної провідності ділянок кришки з немагнітної сталі з урахуванням очікуваного рівня температур в цих частинах. Феромагнітні ділянки кришки і стінок бака моделюються спрощено – з постійними значеннями магнітної проникності і електричної провідності.

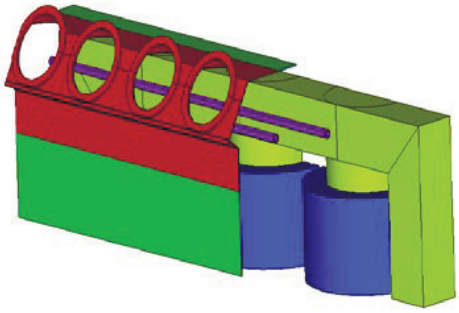


Рис.8.16

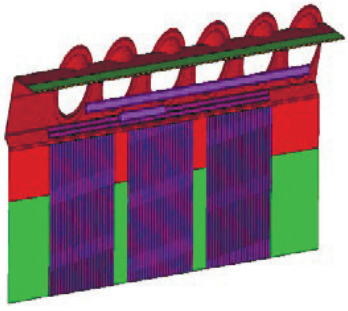


Рис. 8.17

Чисельний розрахунок магнітного поля, втрат виконано методом гармонійного аналізу, тобто з урахуванням зворотного впливу вихрових струмів у вставці. Розподіл поверхневих втрат та температур з внутрішньої сторони бака показано на рис. 8.18, 8.19.

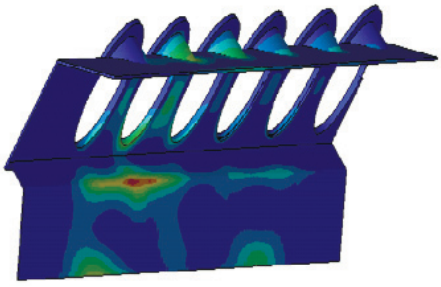


Рис. 8.18

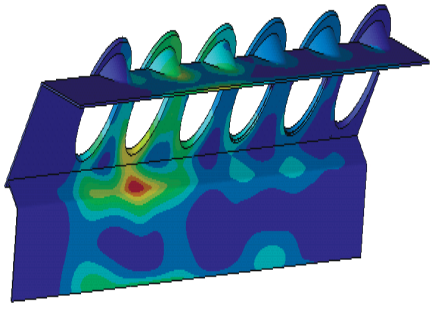


Рис. 8.19

У подальшому, для поставки цього трансформатора на інший об'єкт, було розроблено кришку бака з отворами під введення прямокутної форми – фото на рис. 8.20. Розрахункову модель представлено на рис. 8.21.

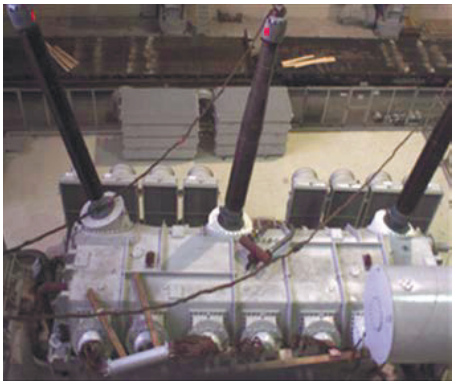


Рис. 8.20

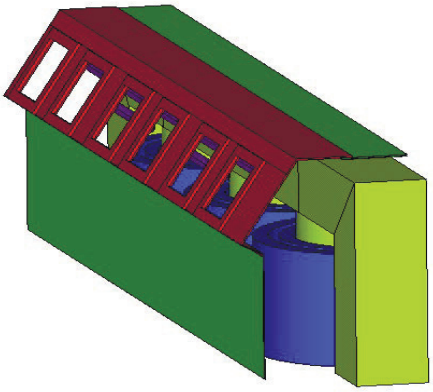


Рис. 8.21

На рис. 8.22 показано розподіл векторів проекції вихрового струму на уявну часову вісь (трифазна система збудження) в зоні вирізів під введення в немагнітній вставці кришки бака. Над отворами видно розташування моделей відведень, паралельних кришці бака.

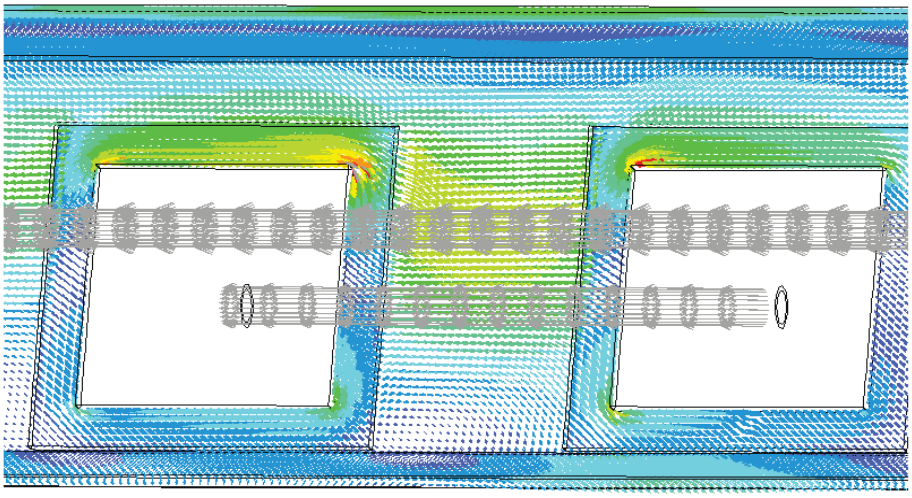


Рис. 8.22

Термограму температур по поверхні кришки показано рис. 8.23. Результати чисельного моделювання (рис. 8.24) відповідають картинам розподілу температур, які отримано при теплових випробуваннях трансформатора. Максимальне значення температури не перевищує 79 ^{0}C.

Аналогічні дослідження проведено для трансформатора потужністю 400 МВА. З метою зменшення розмірності моделі розрахунок проводився для фрагмента вставки між отворами сусідніх коробок введень. Вставка

вварена між феромагнітними частинами горизонтальної кришки і вертикальної стінки бака.

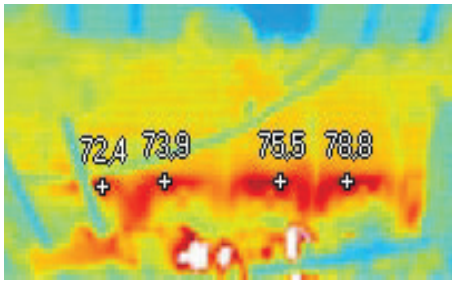


Рис. 8.23

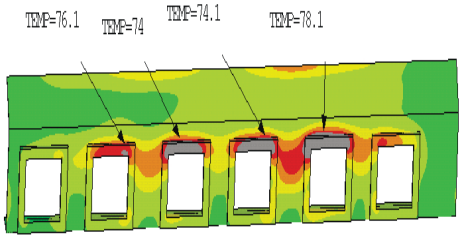


Рис. 8.24

Розподіл температур на зовнішній поверхні бака показано на рис. 8.25. Найбільші значення температур відповідають проходженню відведення паралельно нижній частині кришки бака. Виміряну термограму поверхні бака показано на рис. 8.26. Розрахункові і виміряні температури близькі між собою і мають найбільші значення близько 90 ^{0}C.

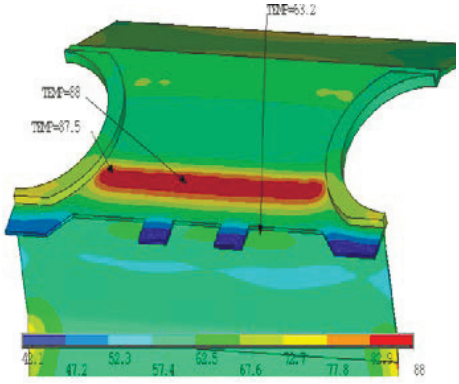


Рис. 8.25

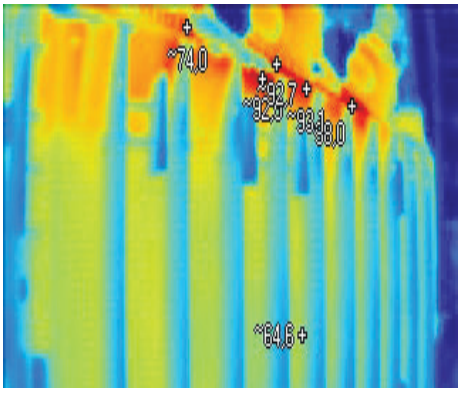


Рис. 8.26

8.4. Дослідження вихрових струмів, втрат та нагріву в кожухах відведень

У потужних силових трансформаторах в більшості випадків застосовуються роздільні кожухи з роздільними обичайками круглого або прямокутного перерізу для розміщення в них частин струмопроводів, що безпосередньо підключаються до введень. При значних струмах у ряді випадків виникає необхідність перевірки конструкції кожухів на значення локальних нагрівів через так званий ефект близькості.

Приклад конструкції кожуха введень з роздільними круглими обичайками однофазного трансформатора потужністю 533 МВА показано на фо-

то рис. 8.27. Усі частини кожуха виконано з немагнітної сталі. Поруч розташована термограма, отримана при теплових випробуваннях трансформатора (рис. 8.28), на якій показано найбільшу температуру нагріву фланця введення 71.9 ^{o}C. Зауважимо, що вказане значення набагато нижче допустимого нормативного і в даному випадку використовується одночасно з тепловою шкалою для визначення температур на тих поверхнях обичайок, які є сусідніми між собою. По термограмі можна визначити, що температура вказаних поверхонь складає близько 65 ^{o}C.

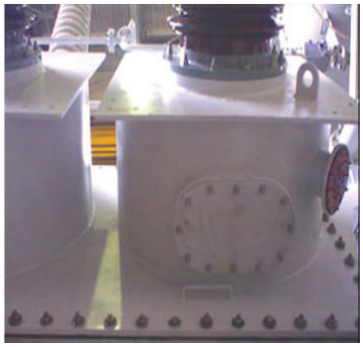


Рис. 8.27

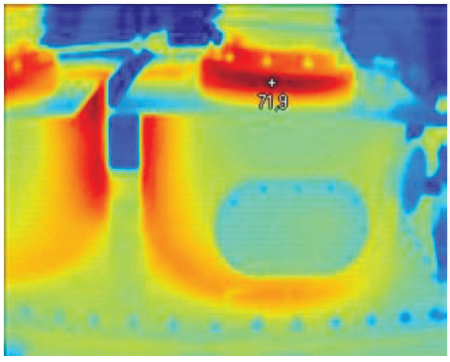


Рис. 8.28

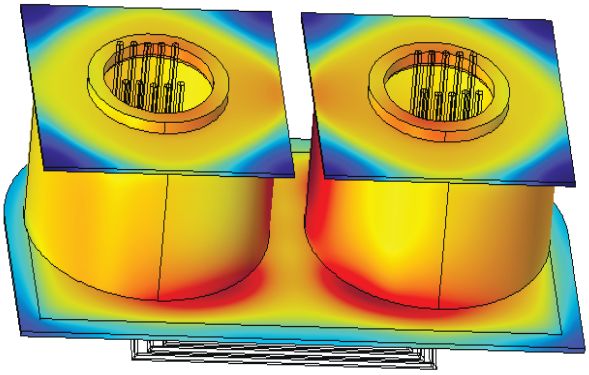


Рис. 8.29

Результати розрахунків моделі показано на рис.8.29. Модель містить спільну для обичайок плиту нижнього фланця, за допомогою якого кожух введення кріпиться на роздільні прямокутні плити з фланцями під введення, а також горизонтальні і вертикальні ділянки відведень для їх під'єднання до введень. При розрахунку нагріву використано усереднені для різних поверхонь коефіцієнти тепловіддачі в повітря і в масло.

На дотичних поверхнях обичайок отримано розрахункове максимальне значення температури 66.7 ^{0}C, яке відповідає термограмі по рис. 8.28.

Для пояснення ефекту близькості, на рис. 8.30 показано характер розподілу вихрових струмів в конструкції кожуха при дії різноспрямованих струмів у відведеннях. Помітна значна концентрація вихрових струмів, а отже, і втрат у відповідних частинах обичайок.

На рис. 8.31 показано вихрові струми у тому випадку, коли струм в лівому відведенні задано нулем. При цьому в правій обичайці (із струмом у відведенні) вихрові струми від магнітного поля власної системи струмів майже відсутні, зате від цього струму в сусідній обичайці збуджуються значні вихрові струми.

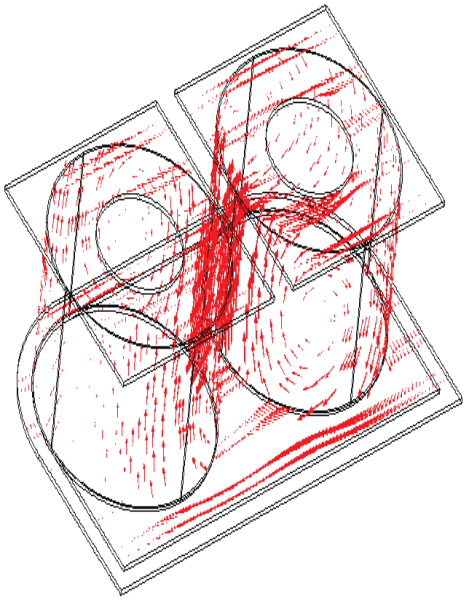


Рис. 8.30

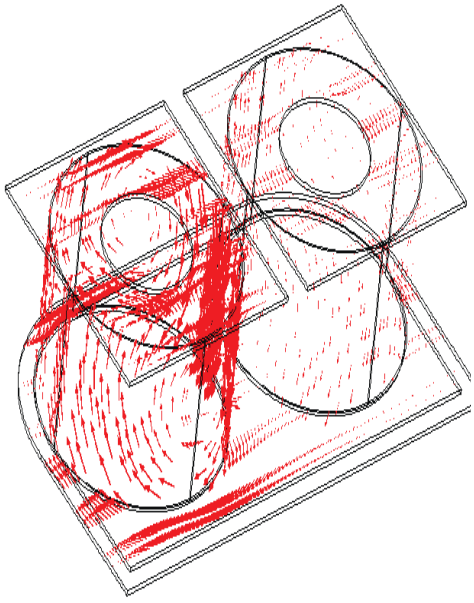


Рис. 8.31

Розроблено також модель для розрахунку втрат і нагріву фланця кріплення введення до кришки кожуха. Фланець виготовлено із сплаву алюмінію у вигляді диска з виступаючою циліндричною частиною, що кріпиться до конструкції введення. Струмопровід в моделі розташовано по осі конструкції фланця.

На рис. 8.32 показано картину розподілу векторів кутової складової індукції магнітного поля відведення (чорним кольором) і контурів вихрових струмів (червоним кольором), що замикаються в поперечних перерізах фланця. На рис. 8.33 показано нагрів в абсолютних температурах фланця введення для умов випробувань на трансформаторі – при змішаному охолодженні відкритих поверхонь фланця в повітрі і внутрішніх поверхонь, що охолоджуються маслом. Найбільша розрахункова температура 70.6 ^{o}C відповідає температурі 71.9 ^{o}C по термограмі рис. 8.28.

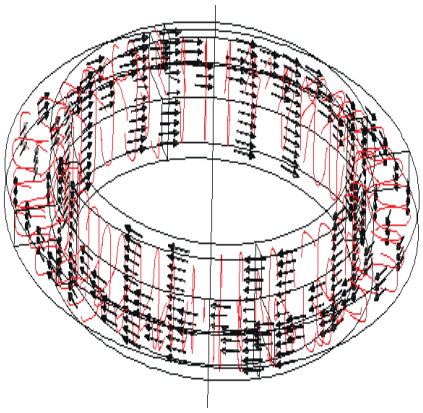


Рис. 8.32

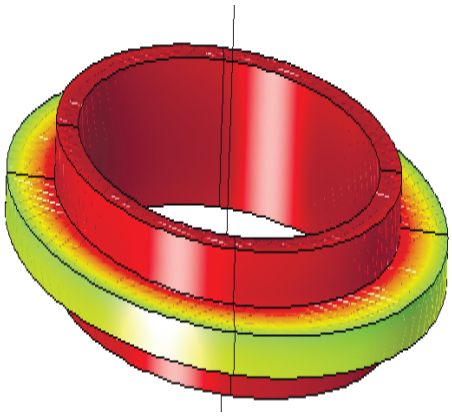


Рис. 8.33

Наведені в цьому розділі дослідження підтвердили, по-перше, роль і способи врахування основних чинників, що впливають на електромагнітні процеси в кришках баків, які досліджено експериментально на повномасштабних фізичних моделях а також із застосуванням базових чисельно-аналітичних розрахункових моделей.

По-друге, - підтвердили достовірність практичних прийомів чисельного моделювання електромагнітних і теплових процесів у вставках кришок баків трансформаторів та в кожухах відведень із використанням МСЕ. Отримані результати також забезпечили для даних задач взаємну верифікацію методів фізичного моделювання, аналітичних розрахунків і чисельного моделювання.

Література до розділу 8

1. Береза В.Л. К расчету магнитных экранов баков трансформаторов. Электротехника. 1981. № 12. С. 44-46.
2. Береза В.Л., Иванков В.Ф., Фурман Я.И. Распределение магнитного поля сильноточных отводов на поверхности крышки бака трансформатора. Техническая электродинамика. 1985. №4. С. 33-37.
3. Вихревые токи и потери в баке трансформатора от магнитного поля отводов / Л.П. Нижник, В.Л. Береза, В.Ф. Иванков, Я.И. Фурман. Киев : Институт математики АН УССР, 1985. 46 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 85.9).
4. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. Л..: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
5. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.

6. Потери в баках мощных силовых трансформаторов, вызванных магнитным полем отводов, и методы их снижения / В.Л. Береза, В.Ф. Иванков, Я.И. Фурман, Л.П. Нижник. Трансформаторы. Перевод докладов Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ–88) / под ред. С.Д.Лизунова. Доклад 12-07. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 86-96.
7. Применение ANSYS в проектировании силовых трансформаторов и электрических реакторов / М.А. Бики , В.В. Жук, В.Ф. Иванков, Н.В. Сульдин, Г.И. Циер. Сборник трудов Третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD–FEM GmbH, 23–24 апреля 2003 г. М.: Полигон–пресс, 2003. С. 469-477.
8. Руководящий документ РД16 314–86. Трансформаторы силовые. Расчет потерь в баках трансформаторов от магнитного поля отводов и методы их снижения / Ю.С. Гитин, О.И. Сисуненко, В.В. Боднар, В.Л. Береза, Я.И. Фурман, В.Ф. Иванков, З.А. Сеник, В.В. Коваль. Запорожье: ВИТ, 1986. 62 с.
9. Снижение местных потерь энергии в немагнитных участках бака трансформатора экранированием магнитного поля и компенсацией вихревого тока / А.Н. Кравченко, В.Л. Береза, В.Ф. Иванков, Я.И. Фурман. Техническая электродинамика. 1986. № 3. С. 20-26.
10. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1968. 456 с.
11. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин / пер. с польск. М.: Энергоатомиздат, 1986. 200 с.
12. Цейтлин Л.А. Потери на вихревые токи в тонких пластинах. Электричество. 1969. № 3. С. 73-77.
13. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах.. М.-Л.: Энергия, 1966. 200 с.
14. Basova A.V., Ivankov V.F., Khimjuk I.V. Losses, heating in tank covers of transformers. Техн. електродинаміка. 2013. № 4. С. 74-80.
15. Ivankov V., Basova A., Khimjuk I. Losses and heatings of tank covers large transformers. Theory, calculation, experiment. LAP LAMBERT Academic Publishing. 2015. 96 p. ISBN: 978-3-659-28296-6.
16. Losses in tanks of large power transformers, caused by magnetic field and method of their reduction / Ya.I. Furman, V.L. Bereza, V.F. Ivankov, L.P. Nizhnik. International Conference on Lagre High Voltage Electric Systems (CIGRE). Report 12-07. 1988. Session (Paris, 28 th August – 3 rd September). 1988. 6 p.

РОЗРАХУНОК ВТРАТ В ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЇ АКТИВНИХ ЧАСТИН

Поряд з втратами в баках трансформаторів та реакторів від магнітного поля обмоток та відведень із значними струмами, розрахунок яких розглянуто в попередніх розділах, в загальних втратах короткого замикання значну частину займають втрати в елементах конструкції (ЕК) активних частин трансформаторів та реакторів. Тому постійно є актуальною задача так званого «по-елементного» розрахунку втрат, на основі якого можна забезпечити підвищену точність розрахунку сумарних додаткових і повних активних втрат.

Одночасно важливим є розрахунок розподілу втрат безпосередньо в ЕК, які можуть приводити до недопустимих нагрівів. Відповідні постановки та розв'язки задач розрахунку загальних та місцевих втрат в ЕК по відомому зовнішньому магнітного полю представлено, як в низці спеціальних робіт, так і в книгах [3, 14, 37, 48].

До ЕК активних частин трансформаторів і реакторів відносять наступні об'єкти.

Пресувальні (підйомні) пластини (ПП) з немагнітної сталі на стрижнях МС трансформаторів. Для розрахунку розподілу вихрових струмів та втрат в [20] проведено аналітичний розв'язок двовимірної крайової задачі для тонкої прямокутної пластини, що знаходиться в заданому магнітному полі. В подальшому при відомих коефіцієнтах тепловіддачі (КТВ) з поверхонь пластини визначається її нагрів [19]. Методики доведено до інженерних розрахунків із застосуванням номограм, які отримано для ряду спрощених типів епюр зовнішнього магнітного поля (трикутник, трапеція, синусоїда).

Довільний розподіл зовнішнього поля по висоті ПП для розрахунку втрат враховано в [6], нагріву – в [1]. Так само визначаються вихрові струми, втрати і нагріви в провідних листах електростатичних екранів на стрижнях МС реакторів [25].

Зауважимо, що вказані методи [19, 20] використовувалися також для розрахунків втрат, нагріву в ПП на дисках стрижнів МС (з проміжками) шунтувальних реакторів, в конструкції яких диски виготовлялися з планарним розташуванням пластин ЕТС. Нині раціональнішим є виконання дисків з радіальним укладанням пластини ЕТС. При цьому пресувальні пластини на дисках відсутні.

ПП з феромагнітної сталі. Через незначне застосування ПП з феромагнітної сталі це питання в даній роботі не розглядається. Спрощений аналіз результату моделювання по методу СЕА для поперечного перерізу пластини розподілу поверхневих струмів та втрат представлено в [48].

Крайні пакети МС. Розрахунок розподілу вихрових струмів, втрат від зовнішнього магнітного поля обмоток та оцінка нагріву проводяться з використанням також моделі провідної пластини [1, 19, 20]. При цьому її еквівалентна товщина визначається по емпіричній залежності глибини про-

никнення магнітного поля по нормалі до площини листів ЕТС. Додатково враховуються втрати від основного магнітного потоку в МС.

Пресувальні кільця. Розрахунок розрізних феромагнітних кілець ґрунтується на емпіричних і теоретичних дослідженнях втрат у феромагнітних тороїдах від «настилу» магнітного потоку [14]. Для розрахунку втрат в кільцях з немагнітної сталі використовується спрощена аналітична методика, яка розглядає кільце як частину нескінченної тонкої провідної пластини. Більш точну модель кільця з урахуванням витіснення і зворотного впливу вихрових струмів в кільці на зовнішнє магнітне поле обмоток розглянуто в [4] із застосуванням методу інтегральних рівнянь. Методом СЕА проводиться розрахунок нагріву кільця при заданих КТВ з поверхонь кільця [7].

Ярмові балки з немагнітної сталі. Розрахункова модель [9] визначає вихрові струми від тривимірного магнітного поля обмоток в системі тонких провідних пластин, які відповідають спрощеним формам плоских розгорток горизонтальних полиць і вертикальної стінки балки. Розрахунок передбачає також спрощену оцінку найбільших нагрівів по локальних значеннях втрат. Більш точними є моделі СЕА [14].

Ярмові балки з феромагнітної сталі. У ряді конструкцій ярмові пресувальні балки виконуються повністю з феромагнітної сталі або як складені, в яких полиці немагнітні, а стінки феромагнітні. Спрощені оцінки максимальних втрат і нагрівів в полицях виконуються як в тонких немагнітних пластинах [9], а у феромагнітних стінках – по «настилу» магнітного потоку [14]. Підвищену точність розрахунку, як втрат, так і в подальшому нагрівів, забезпечує метод СЕА. Зауважимо, що для розрахунку втрат в феромагнітних та складених з різних сталей балках ефективним є застосування чисельного методу об'ємних втрат.

Стяжні шпильки в стрижнях реакторів. Поза загальними кінцевими ділянками, шпильки є звареною на кінцях системою автономних прутків круглого або прямокутного перерізу з немагнітної сталі. Наближену оцінку втрат в таких прутках можна провести за методикою [14] по подовжній складовій магнітного поля в отворі стрижня МС реактора. Додатково враховується локальне збільшення поля і втрат в шпильці в зонах її розташування в місцях випинання магнітного потоку в проміжках між вставками стрижня. Проводиться також оцінка максимальних нагрівів.

Електромагнітні екрани, що вживаються для захисту ЕК від магнітного поля обмоток та відведень. Вихрові струми і втрати в екранах скінченних розмірів можна визначити з використанням моделі прямокутної пластини [6] з припущенням, що кусково-періодичний розподіл зовнішнього магнітного поля на її поверхні відомий, тобто без врахування зворотного впливу вихрових струмів. Оцінка нагріву проводиться спрощено по локальних значеннях втрат.

В більшості ЕК активних частин знаходяться під дією суттєво тривимірного магнітного поля. В цьому розділі розглянуто основні підходи до

визначення електромагнітного поля з метою розрахунку втрат в ЕК активних частин трансформаторів та реакторів, як аналітичними, так більш точними чисельними методами. Наведено вдосконалені аналітичні та чисельні методи розрахунку втрат в ярмових балках, в пресувальних металевих кільцях, в пресувальній пластині і в крайньому пакеті, в провідних пластинах електростатичних екранів на стрижнях МС. Розглянуто також питання синтезу сил намагнічування при мінімізації втрат в провідному півпросторі. З використанням нелінійних схем заміщення досліджено локальне підвищення втрат в зонах прямих, косих та комбінованих стиків пластин ЕТС в магнітних системах трансформаторів. Приведено приклади визначення сумарних додаткових втрат в ЕК трансформатора та реакторів.

9.1. Визначення електромагнітного поля для розрахунку втрат в елементах конструкції

Основою для розрахунків втрат в ЕК є розрахунок електромагнітного поля. Для чисельно-аналітичних розрахунків використовуються методи, засновані на спрощенні геометрії і виборі значень матеріальних параметрів розрахункових моделей. Застосовуються однострижневі розрахункові моделі обмоток у вигляді плоских шин, циліндричні моделі обмоток у феромагнітних тунелях і т.п., що представлено в розділі 2.

Наприклад, на рис. 9.1 показано ескіз плоскопаралельної розрахункової з дискретними феромагнетиками моделі М-ДФПП трансформатора.

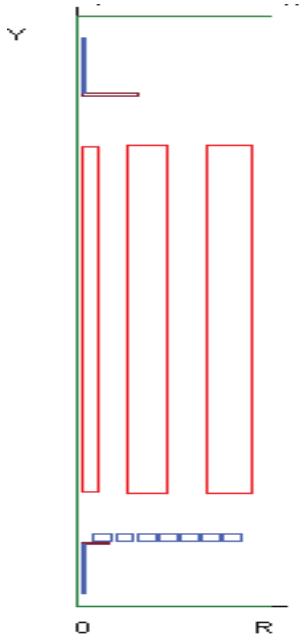


Рис. 9.1

Модель містить три обмотки на стрижні, дискретні елементи феромагнітних стінок верхньої і нижньої ярмових балок, полиці балок з немагнітної сталі і групу шунтів на нижній балці. Модель забезпечує розрахунок магнітного поля в області обмоток, на поверхні пресувальної пластини і крайнього пакету стрижня МС, на поверхні частин балок, на шунтах. Значення магнітного поля необхідно для оцінки втрат у вказаних ЕК.

При розрахунках втрат в ярмових балках з немагнітної сталі використовуються [9] моделі квазітривимірних магнітних полів трансформаторів та реакторів, які представлено в розділі 3.

При чисельних розрахунках втрат в ЕК, як вже зазначено в розділі 4, використовуються два підходи.

Перший (поетапний) підхід полягає в тому, що для розрахунку вихрових струмів в частинах конструкції з немагнітної сталі допустимим і достатнім є розрахунок магнітного поля з використанням тривимірних моделей на поверхнях, які відповідають так званим центральним площинам таких тіл без їх присутності.

Основною особливістю таких тіл є досить велика їх протяжність по двох (балки) або одній (смуги підйомної пластини) просторовим координатам при малій товщині тіла. Такий розрахунок припускає, що можна нехтувати зворотним впливом вихрових струмів на первинне зовнішнє магнітне поле. У наступному, вихрові струми можуть бути визначені по відповідних двовимірних моделях ЕК. Це стосується таких ЕК, як пресувальні пластини і крайні пакети ЕТС на стрижнях МС; провідні пластини електростатичних екранів; плоскі розгортки стінок і полиць з можливими виступами немагнітних ярмових балок і т. п.

Другий (прямий) підхід полягає в сумісному розрахунку електромагнітного поля, вихрових струмів, втрат та нагріву із застосуванням чисельних тривимірних моделей. За цим підходом виконуються розрахунки: електромагнітного поля і втрат в складених ярмових балках (полиці – немагнітні, стінка – феромагнітна); поля і втрат у балках з феромагнітної сталі; втрат в баках, у тому числі з урахуванням екранування магнітного (шунтами) чи електромагнітного (провідними екранами); поля, вихрових струмів, втрат в немагнітних вставках в кришках баків, що знаходяться під дією магнітних полів обмоток і відведень зі значними струмами; струмів провідності та втрат в замкнутих провідних екранах реакторів.

За наявності вищих гармонік в струмах обмоток трансформаторів для ліній передач і вставок постійного струму та перетворювальних трансформаторів збільшення втрат в обмотках, в немагнітних і у феромагнітних сталях враховується з використанням коефіцієнтів, що визначаються по заданому гармонійному складу струмів [14].

Необхідно вказати, що існують певні аварійні режими трансформаторів, для яких розрахунки втрат і нагріву нині вивчені недостатньо. До таких

режимів слід віднести процеси перезбудження МС при підвищеній напрузі та при дії підмагнічування квазіпостійних геомагнітних струмів і т. п.

9.2. Аналітичний розрахунок втрат в ярмовій балці з немагнітної сталі

Спрощену аналітичну методику [9] у цьому розділі представлено на прикладі розрахунку втрат в нижній ярмовій балці однофазного двострижневого трансформатора.

На рис. 9.2 показано ескіз стрижня МС трансформатора, обмоток, верхньої полиці (позначено цифрою 1), стінки 2, нижньої полиці 3. До верхньої полиці примикають виступи 4, близькі за формою до прямокутних. Зазвичай балки містять вертикальні ребра жорсткості. Втрати в них незначні, тому в розрахунковій моделі ребра не враховуються.

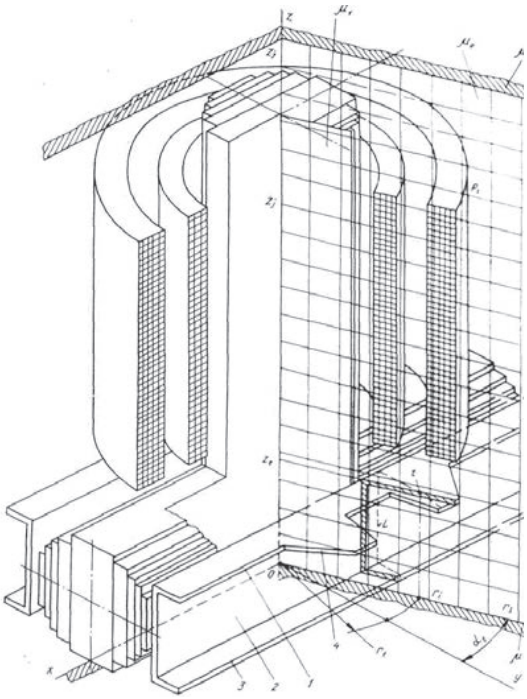


Рис. 9.2

Розгортку вертикальної стінки і двох горизонтальних полиць нижньої ярмової балки показано на рис.9.3. З площиною рисунка поєднано чотири області: 1 – верхньої полиці. 2 – стінки, 3 – нижньої полиці, 4 – прямокутного виступу балки. Для визначення складових магнітної індукції використано квазітривимірну розрахункову модель (див. розділ 3).

Розподіл нормальної до поверхні балки складової магнітної індукції B_n дано уздовж середніх ліній O_1, O_3, O_4 областей 1, 3, 4 уздовж ліній $O_{1(1)}$, $O_{2(2)}$ $O_{2(3)}$ трьох зон в області 2 стінки балки.

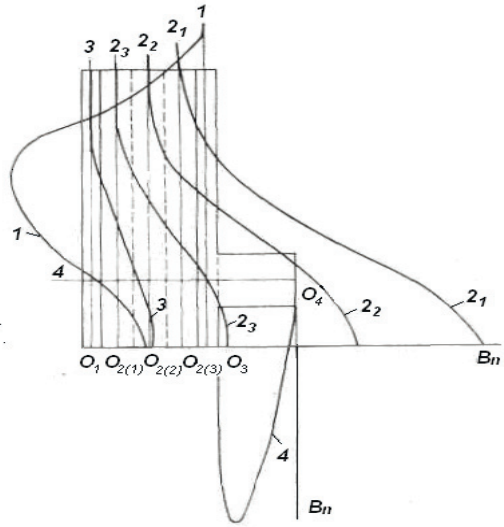


Рис. 9.3

Найбільш інтенсивна магнітна індукція на виступі 4 і на полиці 1 в місці, де ділянки балки потрапляють під головний канал розсіяння обмоток. На стінці балки (область 2) найбільша індукція в зоні осі стрижня МС. На нижній полиці (область 3) індукція незначна. Величини індукції дано у відносних величинах від її максимального значення на поверхні балки.

Складний розподіл індукції на ділянках балки наближено представлено кусково-періодичним в межах виділених зон. Аналіз тривимірного розподілу магнітного поля показує, що напрями індукцій на верхній полиці і на стінці взаємно протилежні. Це визначає найбільші значення вихрових струмів і втрат на стику полиці і стінки балки.

В якості розрахункової моделі для визначення вихрових струмів і втрат в немагнітній балці використовується модель прямокутної немагнітної пластини (підрозділ 5.4). У зоні $x \in (x_{1,k}, x_{2,k})$ поле по осі Ox приймається постійним, а по осі Oz – змінним (рис. 9.4), тобто $B_{n,k}(x,z) = B_{n,k}(z)$, $k = 1,...,K$.

Число зон K, положення їх границь $x_{1,k}, x_{2,k}$ вибираються так, щоб двовимірний розподіл індукції на поверхні стінки і полиць балки з достатньою для практики точністю представлявся у вигляді кусково-періодичної функції $B_{n,k}(z)$.

Приймається припущення, що при розрахунку вихрових струмів в по-

лицях і стінках балки можна не враховувати наявність виступів. Самі ж виступи наближено замінюються прямокутниками з нульовим продовженням магнітної індукції в зонах полиць і стінки балки.

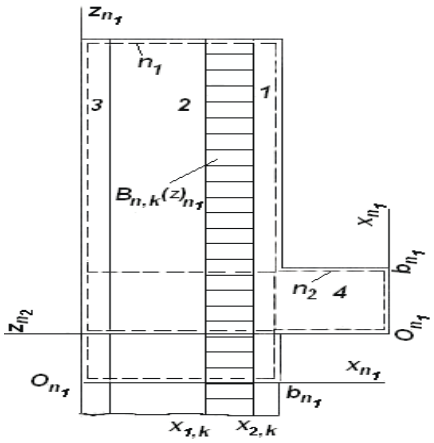


Рис. 9.4

Таким чином, досліджувана в цьому прикладі балка замінюється прямокутниками двох видів: $П_1$ – верхня полиця 1, стінка 2 і нижня полиця 3; $П_2$ – виступ 4 (рис. 9.4). Для кожного з прямокутників розрахунок виконується в координатах $x_П, z_П$ з центрами осей $O_{П1}$ і $O_{П2}$ відповідно. Результати розрахунку розподілу поверхневих втрат в досліджуваній ярмовій балці приведено на рис. 9.5. Розрахунок виконано за програмою **PNB** [11].

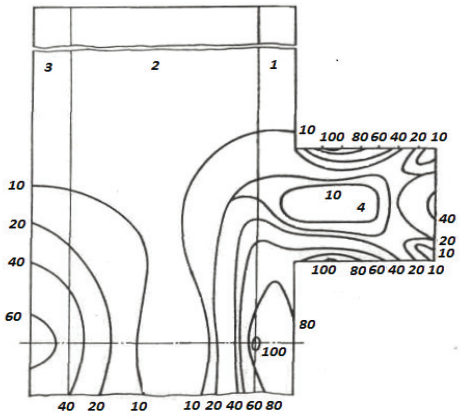


Рис. 9.5

У зоні стику прямокутної частини полиці балки і її прямокутного виступу лінії рівних значень втрат визначено як суперпозицію результатів розрахунків в двох автономних областях $П_1$ і $П_2$. Цифрами позначено величини втрат у відсотках до їх найбільшого значення в місці стику верхньої полиці і стінки ярмової балки. Аналіз результатів показує, що при дослідженні втрат в балках трансформаторів не можна обмежуватися оцінкою втрат тільки в полицях балки від обмоток, хоч вони і знаходяться в найбільш інтенсивних полях розсіяння. Необхідно враховувати і значну величину потоку магнітного поля, що входить в стінку балки.

У разі трифазної системи струмів в обмотках трансформатора в кожній точці поверхні ярмової балки з немагнітної сталі з використанням квазітривимірної розрахункової моделі трансформатора визначаються проекції результуючої магнітної індукції на дійсну і уявну часові осі. В цьому випадку розрахунок проводиться для кожної з часових проекцій поля і розподіл втрат визначається локальним їх складанням.

Так само за програмою **PNB** виконується розрахунок вихрових струмів та втрат в ярмових балках шунтувальних реакторів. В цьому випадку квазітривимірне магнітне поле на поверхні балки обчислюється за програмою **PBR**.

На основі отриманої інформації про розподіл місцевих втрат по поверхні балки можна визначити перегрівання окремих її частин над довкіллям, вибрати раціональні заходи по зниженню втрат та нагріву.

9.3. Чисельний поетапний розрахунок втрат та нагріву в ярмовій балці з немагнітної сталі

Контур полиць ярмових балок, які звернені до обмоток, можуть мати виступи складнішої форми, ніж прямокутники в розглянутій спрощеній моделі балки. В цьому випадку потрібно застосування чисельної моделі [22, 39] з довільним контуром границі розгортки стінки і полиць балки з виступами.

Як зазначено в розділі 4, для ярмових балок з немагнітної сталі може бути застосовано поетапний підхід для електромагнітного та теплового розрахунку. На першому етапі, визначення магнітного поля на поверхні полиць і стінок балки виконується із застосуванням тривимірної чисельної моделі, або з використанням аналітичної моделі квазітривимірного магнітного поля трансформатора чи реактора. Так, з використанням чисельної моделі трифазного трансформатора по рис. 4.5, визначено і показано на рис. 9.6 розподіл дійсної частини індукції магнітного поля ReBn на розгортці полиць і стінки балки. Найбільші значення виділяються на правому краю рисунка – в області крайнього стрижня МС, фаза струмів якого поєднана з дійсною часовою віссю. На рис. 9.7 показано значення поля уявної складової поля ImBn.

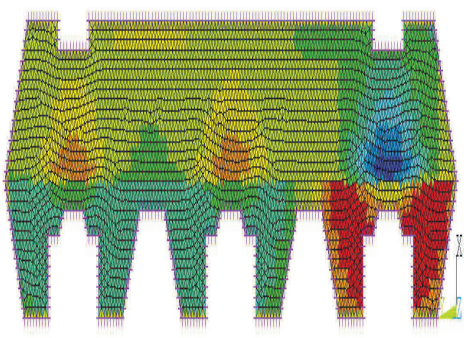


Рис. 9.6

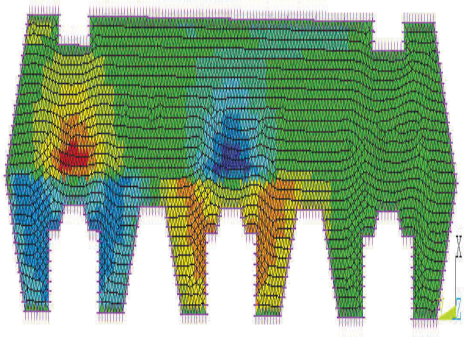


Рис. 9.7

На другому етапі для розрахунку розподілу вирових струмів та втрат застосовано моделювання стандартної двовимірної задачі для рівняння Пуассона $\Delta A_n = -i\mu_0 j_n$ у площині x, y для векторного потенціалу A_n магнітного поля від нормальної до площини складової джерела струму j_n у середовищі з μ_0.

Цьому рівнянню ставиться у відповідність рівняння Пуассона для потенціалу U з визначенням вихрових струмів

$$\Delta A_n = -i\mu_0 j_n \Rightarrow \Delta U = i\omega d\sigma B_n,$$
$$B_\tau^j = rot_\tau A_n \Rightarrow \vec{j}_\tau = rot_\tau(\vec{n}U),\ \tau = x, y. \qquad (9.1)$$

Розподіл джерел в правій частині рівняння для A задається (через відповідні параметри μ_0 і $\omega d\sigma$) розподілом поля збудження $B_n = f(x, y)$ на усій поверхні пластини. Умова Діріхле забезпечується завданням рівності нулю потенціалу A на границі пластини.

Величини B_τ^j згідно з вказаним масштабуванням параметрів відповідають складовим поверхневих вихрових струмів. Після їх визначення обчислюється розподіл поверхневої щільності втрат $w = f(x, y)$, а потім і загальних втрат в моделі пластини. Розрахований за чисельним розв'язком крайової задачі (9.1) розподіл векторів щільності вихрового струму для полів ReBn та ImBn показано на рис. 9.8 - 9.9.

На третьому етапі розподіл втрат використовується для чисельного аналізу нагріву. Характер розподілу нагріву показано на рис. 9.10. Найбільші величини нагріву зосереджені в зоні стику стінки і нижньої полиці балки.

Уточнені розрахунки втрат та нагріву ярмових балок потребують використання прямих спряжених тривимірних чисельних моделей (див. розділ 10).

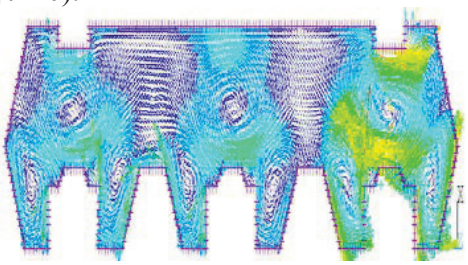


Рис. 9.8

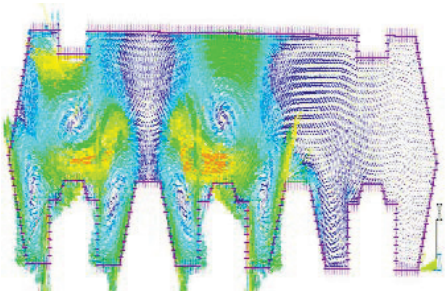


Рис. 9.9

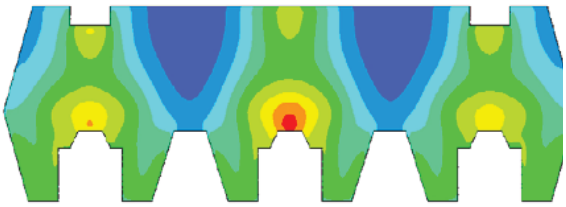


Рис. 9.10

9.4. Розрахунок втрат в пресувальних кільцях та в ярмових балках з феромагнітної сталі

Досить поширеною є практика виготовлення ярмових балок з феромагнітної сталі та складених балок, в яких вертикальні стінки феромагнітні, а горизонтальні полиці – з немагнітної сталі. Спрощено оцінка втрат та нагріву балок з феромагнітної сталі, або в феромагнітних стінках балок виконується з використанням розрахункової підсистеми [11]. Використовується основний підхід, представлений в роботі [14] для розрахунку втрат в пресувальних кільцях з феромагнітної сталі по так званому настилу магнітного поля по контуру перерізу кільця (балок). Значення поверхневих втрат розраховується по експериментальній їх залежності від величини настилу потоку.

Розподіл магнітного поля по поверхні кілець та феромагнітних частин балок значний час визначався за допомогою математичного моделювання на напівпровідному папері за методикою [16]. В розрахунковій підсистемі [11] для визначення поля на поверхні балок використовуються однострижневі розрахункові моделі плоскопаралельні М-ДФПП та циліндрична М-ДФЦ з дискретними феромагнетиками (див. розділ 2) з включенням перерізу балок та кілець як дискретних феромагнетиків. Для виконання розрахунку втрат в пресувальних кільцях з феромагнітної сталі та феромагніт-

них балках використовуються ПМК **PKTFBL** та **PKTFSB** [11]. Додатково визначаються за спрощеними моделями втрати в полицях із немагнітної сталі. При наявності шунтів на пресувальних кільцях та балках використовуються емпіричні знижувальні коефіцієнти.

В сучасній практиці розрахункового проектування використовуються можливості тривимірного чисельного моделювання та застосовується метод об'ємних втрат, який представлено в розділах 1, 4. Як приклад, наведемо результати розрахунку втрат в балках однофазного АТ, чисельну модель якого показано на рис. 7.13, 7.14. Характер розподілу об'ємних втрат в поверхневому шарі і перевищень температур над температурою охолодного масла в вертикальній феромагнітній стінці та в горизонтальних полицях з немагнітної сталі верхньої ярмової балки АТ показано відповідно на рис. 9.11 і рис. 9.12. При цьому враховано симетрію розрахункової моделі з розтином по поперечній осі АТ та показано половини ярмових балок, де поверхня симетрії розташована зліва. Наявність вирізу у виступах нижньої полиці забезпечує обмеження концентрації в ній вихрових струмів, втрат та нагріву.

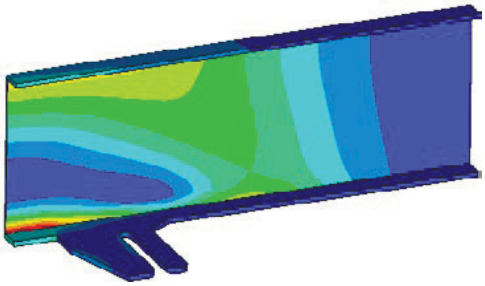


Рис. 9.11

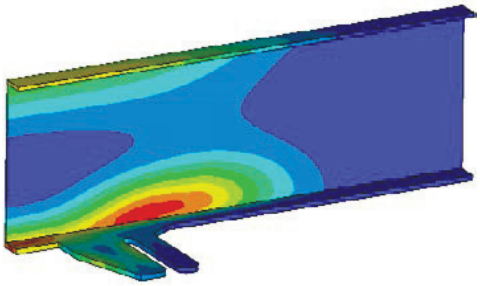


Рис. 9.12

Нижню ярмову балку, для обмеження сумарних втрат, виконано розрізною – більша частина розташована під основним стрижнем трансформатора, менша – під бічним ярмом. Розподіл об'ємних втрат в поверхневих шарах частин нижньої ярмової балки показано на рис. 9.13. Основні втрати виділяються в балці під стрижнем (ліва частина рисунку).

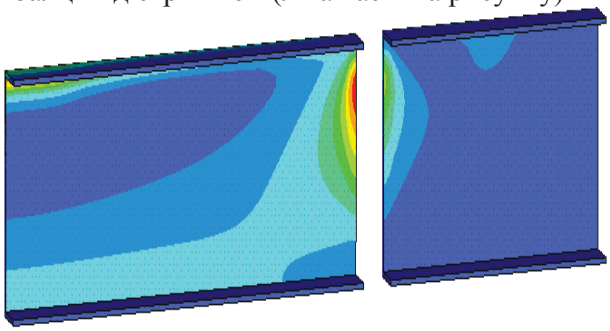


Рис. 9.13

9.5. Немагнітні пресувальні пластини на стрижнях магнітних систем

Пресувальна пластина в нормальному до її поверхні полі розсіювання обмоток. Традиційно розрахунок втрат та нагріву в ПП на стрижні МС трансформатора за наявності подовжніх розрізів виконується для однієї з її смуг [19, 20]. В звичайних режимах роботи трансформатора розглядається одна складова магнітного поля обмоток – радіальна, яка направлена до площини пластини по нормалі.

При заданому зовнішньому полі і при нехтуванні впливом вихрових струмів на зовнішнє поле, задача про розподіл вихрових струмів в пресувальній смузі, як в немагнітній провідній пластині, формулюється у вигляді рівняння Пуассона з однорідними граничними умовами Діріхле на її сторонах. Спрощено нормальне до площини пластини магнітне поле збудження по її ширині (по осі $0x$) приймається постійним, а по висоті H (по осі $0z$) – у вигляді розподіленої функції $B_n = f(z),\ z \in (0, H)$. Графічно вказані розподіли показано, для прикладу, на рис. 4.15 та рис. 4.16 для трансформатора, а також рис. 9.20 та рис. 9.21 для реактора з планарною укладкою пластин в дисках стрижня.

Розв'язок задачі про розподіл вихрових струмів та втрат в ПП представлено в [20] для спрощених епюр зовнішнього поля у вигляді синусоїди, трапеції, трикутника, які характерні для поля розсіювання обмоток трансформатора на поверхні стрижня МС. З використанням чисельних досліджень для інженерних розрахунків отримано спеціалізовані номограми для оцінки максимальних втрат і оцінки нагріву. При цьому прийнято певні обмеження на співвідношення ширини пластини до довжини основи епюри поля, обмежено набір товщини пластин. Сумарні втрати не визначаються. Результати [20] не можуть бути застосовані при довільному характері розподілу поля, наприклад, при розрахунку смуг електростатичних екранів на поверхні стрижнів реакторів.

Для задачі розрахунку вихрових струмів при довільній епюрі поля по висоті пластини $B_n = f(z)$ і постійному його значенні по її ширині $b_П$ використовується окремий випадок розв'язку задачі, яку представлено в розділі 5 для прямокутної немагнітної пластини в кусково-періодичному магнітному полі. Для цього випадку з розв'язку (5.59) – (5.63) в [23] виписано явні вирази для складових вихрового струму

$$\begin{aligned} j_z(x,z) &= -\omega\sigma \sum_{m=1}^{\infty} B_m \left(1 - \frac{E_{m1} + E_{m2}}{E_m} \cos t_m z\right), \\ j_x(x,z) &= \omega\sigma \sum_{m=1}^{\infty} B_m \left(\frac{E_{m1} - E_{m2}}{E_m} \sin t_m z\right), \end{aligned} \tag{9.2}$$

де

$$t_m = \frac{m\pi}{l_П},\ E_{m1} = e^{t_m(x-b_П)},\ E_{m2} = e^{t_m(-x-b_П)},\ E_m = 1 + e^{-2t_m b_П},$$

$l_П$ і $b_П$ – довжина і половина ширини пластини; $z \in [0, l_П]$ і $y \in [0, b_П]$ – координати розрахункової точки; B_m – коефіцієнти розвинення в ряд Фур'є епюри розподілу нормальної складової поля на поверхні пластини.

З розподілу осьової складової щільності вихрового струму по краю пластини $\delta_z(b_П, z)$ визначається розподіл питомих об'ємних втрат $p(b_П, z) = j_z^2(b_П, z)/\sigma$ і максимальні втрати $p_{\max}(b_П)$, які використовуються для оцінки величини найбільшого нагріву на краю пластини. Локальні вихрові струми і відповідні втрати в пластині обчислюються по (9.2), а сумарні – сумуванням втрат в елементарних площинках, що покривають поверхню пластини.

Приклад застосування цього розв'язку наведено в роботі [23]. У вказаній роботі, через наявність в струмах обмоток вищих часових гармонік, магнітні поля, вихрові струми і втрати обчислюються для кожної гармоніки і підсумовуються, враховуючи те, що ПП виконується з немагнітної сталі.

На підставі представленого алгоритму розроблено програму розрахунку втрат в ПП стрижня МС з умовним позначенням **PKTPPL**, яку включено в розрахункову підсистему [11].

Необхідність розрахунку ПП в загальній частині (до подовжніх вирізів) вимагає застосування чисельних методів [32].

При розподілі магнітного поля (рис. 9.14) по висоті верхньої половини ПП силового трансформатора на рис. 9.15 показано вектори щільності вихрових струмів, а на рис. 9.16 – інтенсивність втрат, як результат чисельного моделювання за процедурою (9.1) [25].

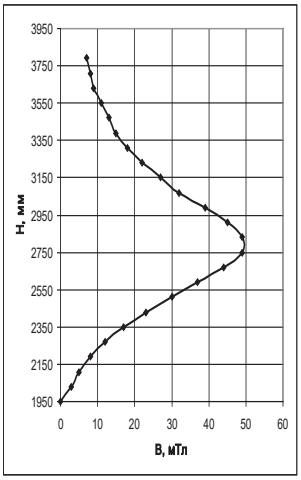


Рис. 9.14

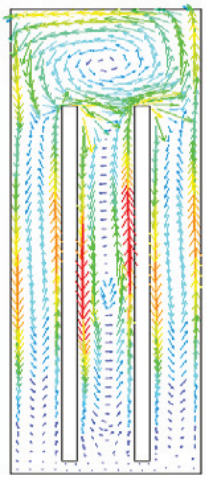


Рис. 9.15

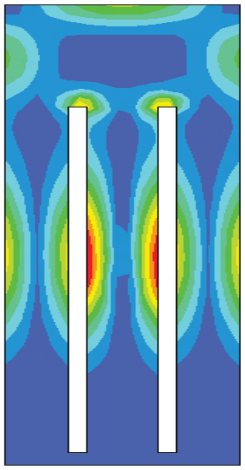


Рис. 9.16

Як видно з результатів розрахунку, максимальні значення вихрових струмів та втрат мають місце на вертикальних краях окремих смуг в області проти торця обмоток. Інтенсивність вихрових струмів в цій зоні обумовлена, з одного боку, найбільшою величиною поля збудження, а з іншого боку, – зменшеним розміром окремої смуги пресувальної пластини. Вище вертикальних розрізів в пресувальній пластині (в області торцевого ярма) інтенсивність поля зменшена приблизно в три рази, проте впливає (майже в квадраті) ширина загальної частини пластини. Тому, значення вихрових струмів і втрат в пластині в області ярма і в області торця обмоток майже співпадають.

Пресувальна пластина в радіальних і в осьових складових індукції магнітного поля обмоток. При розрахунках втрат в ПП на стрижнях трансформаторних пристроїв слід звертати увагу на специфіку магнітних полів і вихрових струмів, що виникають під їх дією, і втрат в тих випадках, коли можливе насичення стрижнів МС (приклад такого режиму для трансформатора розглянуто в розділі 6).

В області розташування ПП між обмоткою і насиченим стрижнем досить великих значень може досягати осьова складова магнітного поля, спрямована по нормалі до поперечного перерізу пластини. Під дією осьового поля в перерізі пластини виникають контурні вихрові струми, а отже, і втрати, які пропорційні площі поперечного перерізу пластини і інтенсивності осьової складової індукції магнітного поля. Вказані втрати додаються до втрат, які збуджуються в пластині від дії радіальної складової індукції магнітного поля, методи розрахунку яких розглянуто вище. Оцінку нагріву пластин і визначення в них загальних втрат в цьому випадку необхідно проводити по розподілу суми обох складових втрат.

Як приклад, розглянемо характер розподілу нагріву в пластині спеціального трансформаторного пристрою в двох режимах - при насиченому (рис. 9.17) і ненасиченому стрижні (рис. 9.18). Ескіз четвертої частини моделі пристрою містить основну МС, додаткове ярмо (ДЯ) МС, обмотки і модель ПП (половину її поперечного розміру). При насиченому стрижні найбільша інтенсивність нагрівів пресувальної пластини (рис. 9.17) спостерігається в зоні проходження нижньої горизонтальної частини ДЯ, а також в області верхнього краю обмоток. Локалізація втрат і нагріву внизу, навпроти нижньої горизонтальної частини ДЯ пояснюється інтенсивнішими магнітними потоками, що переходять від нижньої частини обмоток до горизонтальної частини ДЯ і далі, - до нижнього торцевого ярма основної МС. По усій висоті обмоток підвищений нагрів пластини пояснюється вказаними вище двома видами вихрових струмів. Розподіл підвищених нагрівів пластини відповідає звичайному розподілу осьової складової магнітного поля по висоті обмоток - найбільше значення в середині висоти обмотки із зменшенням осьового поля до її торців. У області торців обмоток радіальні потоки не викликають підвищених нагрівів пластини.

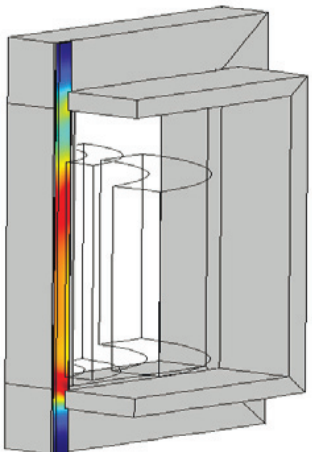


Рис. 9.17

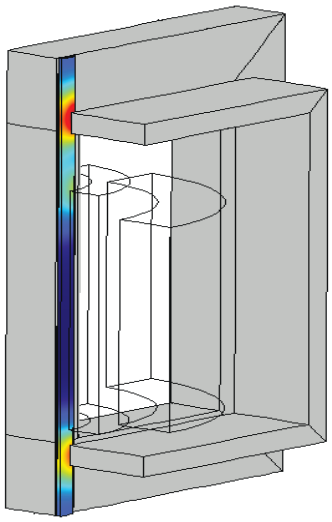


Рис. 9.18

Для ненасиченого стрижня розрахункову модель і розподіл нагріву показано на рис. 9.18. Осьова складова індукції магнітного поля відсутня. Майже по усій висоті обмотки нагрів пластини незначний. Локальні підвищення температур викликаються поперечними потоками від горизонтальних частин ДЯ до поверхні тих ділянок пластини, які заходять в зони горизонтальних ярем основної МС.

Втрати в пресувальних пластинах стрижнів реакторів з планарними пластинами у дисках. До теперішнього часу знаходяться в експлуатації шунтувальні реактори з проміжками в стрижні МС, в яких диски виконані суцільними з планарним укладанням пластин ЕТС [13, 14]. У сучасних конструкціях шунтувальних реакторів використовується їх радіальне укладання. У вказаних вище роботах відзначалася проблема можливих значних нагрівів, як крайніх пакетів дисків, так і ПП з немагнітної сталі.

В якості прикладу, розглянемо конструкцію однофазного реактора потужністю 40 МВАр на напругу 500 кВ. Четверту частину чисельної тривимірної розрахункової моделі, що враховує симетрію по поздовжній і поперечній осям реактора, показано на рис. 9.19. У моделі представлено спрощену конструкцію горизонтальних і бічних ярем МС, крайні і внутрішні диски стрижня, ПП на кожному диску, обмотку овальної форми і одну із стяжних шпильок, розташованих між стрижнем і обмоткою. На рисунку не показано бак реактора, що також є в розрахунковій моделі. Для цього реактора виконано комплекс електромагнітних і теплових розрахунків. Порівняння основних величин показало задовільну їх відповідність результатам вимірів - індуктивності, втрат, нагріву обмоток, масла. В да-

ному випадку реактор представлено з метою демонстрації особливостей розподілу втрат і нагрівів ПП, розміщених з двох сторін кожного з дисків стрижня, що мають, як і обмотка, овальну форму горизонтального перерізу. Пластини ЕТС дисків планарні з подовжньою віссю реактора.

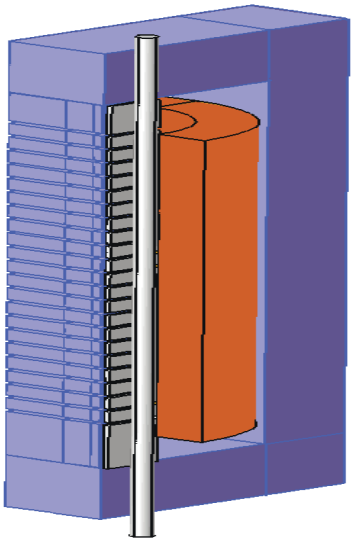


Рис. 9.19

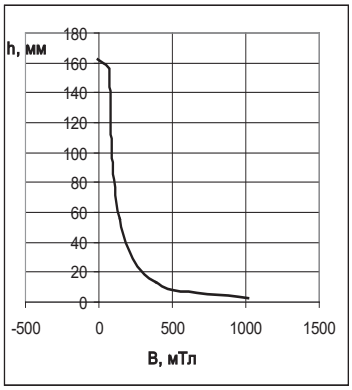
Як відомо, щільність магнітного потоку в реакторах з проміжками складає близько 1.2 - 1.4 Тл з метою забезпечення лінійності їх вольтамперної характеристики (див. розділ 6). При цьому інтенсивність магнітних потоків випинання проміжків між дисками близька до щільності потоку в стрижні. На рис. 9.20 представлено розподіл по центральній осі зовнішньої поверхні дисків нормальної складової індукції магнітного поля. Верхній графік відповідає верхньому диску заввишки 165 мм, середній графік - першому внутрішньому диску заввишки 65 мм, нижній - нижньому диску заввишки 255 мм. Аналогічні розподіли індукції на звернених до стрижня вертикальних поверхнях ПП показано на рис. 9.21 Оскільки ПП дисків відокремлені від сталі крайніх пакетів ізолювальними рейками для забезпечення вертикального руху охолодного масла, то на поверхні ПП щільність магнітних потоків значно менша.

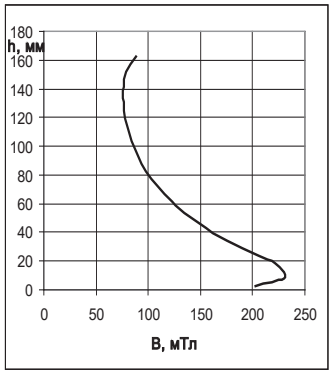
З урахуванням характеру і інтенсивності нормальної складової магнітного поля до поверхні крайнього пакету, може бути проведено спрощені розрахунки втрат і нагрівів, наприклад, за методиками [19, 20].

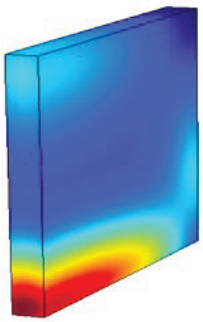
При цьому додатково мають бути враховані втрати в ЕТС від основного потоку в дисках стрижня.

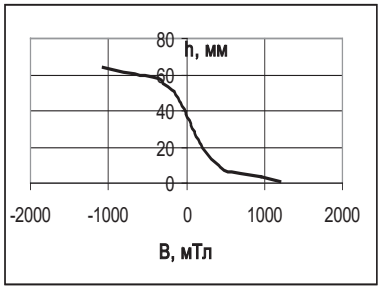
У об'ємі ПП також є два напрями магнітних потоків. Окрім показаної на рис. 9.21 нормальної (поперечної) складової магнітного поля до вертикальної поверхні пластин має місце осьова складова, спрямована по нор-

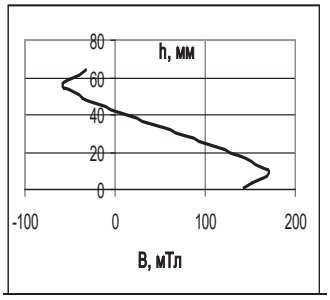
малі до їх горизонтальних торцевих поверхонь. При значній товщині ПП осьова складова повинна визначати вихрові струми, що замикаються в горизонтальних перерізах пластин. При малій товщині пластин цими струмами можна нехтувати.

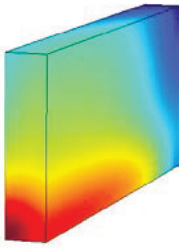


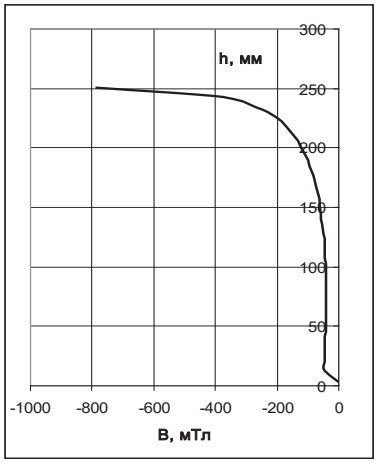












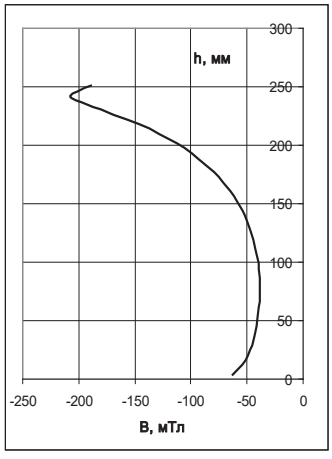


Рис. 9.20 Рис. 9.21 Рис. 9.22

Для крайніх пакетів і ПП верхнього і першого внутрішнього дисків найбільша щільність магнітного потоку має місце на їх нижніх краях. Від-

повідно, для нижнього диска потік випинання з проміжку визначає найбільшу щільність магнітного потоку на верхньому краю крайнього пакету і ПП. Вказаний характер магнітних потоків визначає відповідний розподіл втрат від вихрових струмів. На рис. 9.22 представлено остаточні результати розрахунку у вигляді розподілу температур поверхонь ПП. Оскільки теплопровідність немагнітної сталі пластин незначна, то й розподіл нагріву відображає і розподіл втрат в об'ємі пластин. При їх розгляді необхідно враховувати, що в розрахунковій моделі представлено половини ПП (по їх ширині).

Вказаний розподіл втрат і нагріву принципово відрізняється від розподілів вказаних величин в ПП на стрижнях МС трансформаторів, для яких характерним є підвищений нагрів крайніх вертикальних ділянок ПП – (див. попередні розділи).

Для цього реактора визначено, що нагріви ПП на дисках стрижня МС близькі до гранично допустимих значень, що при тривалих підвищених струмах в реакторі може створювати відповідні проблеми його експлуатації. Розглянутий приклад підтверджує раціональність виготовлення стрижнів МС з радіальним укладанням пластин ЕТС, що принципово виключає наявність вказаних проблем в конструкції реактора.

9.6. Крайні пакети стрижнів магнітних систем

Вихрові струми пластин ЕТС крайнього пакету стрижнів МС трансформаторів та реакторів збуджуються двома ортогональними магнітними полями. Поле основного магнітного потоку в МС в поперечному перерізі пластин викликає вихрові струми, питомі втрати від яких в сумі з гістерезисними сповіщаються постачальниками для певної амплітуди, частоти поля і товщини листів сталі. При відомій індукції в МС розрахунок втрат від основного магнітного потоку зводиться до множення розрахункової маси крайнього пакету на відповідні питомі втрати в ЕТС.

Складнішою є оцінка втрат та нагріву крайніх пакетів МС від магнітного поля, спрямованого по нормалі до площини листів ЕТС – див рис. 4.15, 4.16 для трансформатора, та рис. 9.20, 9.21 із проміжками в стрижні з планарним укладанням пластин ЕТС. У практиці проектування трансформаторів складний аналіз задачі проникнення поля в шарувате середовище ЕТС крайнього пакету МС замінено експериментальними дослідженнями [20]. На їх основі показано, що так звана еквівалентна товщина виділення втрат, як в однорідній провідній пластині, може бути визначена емпіричним виразом $d = \left(0.14 + 10 B_{\max}\left(0.69 - b\right)\right)\cdot 0.01$, м, де $B_{\max}$ – найбільше значення нормальної складової індукції магнітного поля на поверхні пакету, Тл, b – ширина пакету сталі, м.

Це дозволяє виконати розрахунок вихрових струмів та втрат в крайньому пакеті стрижня МС трансформатора по алгоритмах (9.2). Для цього

розроблено програму розрахунку втрат в крайньому пакеті стрижня МС з умовним позначенням **PKTKRP**, яку включено в розрахункову підсистему [11].

Також апробовано чисельний розрахунок вихрових струмів та втрат за процедурою (9.1). Результати прикладу розрахунку представлено в цьому розділі при моделюванні спільного нагріву пресувальної пластини і крайнього пакету з ізоляційним проміжком (картоном) між ними.

9.7. Електростатичний екран

Для трансформаторів та реакторів, зокрема, фірмою Weidmann, поставляються так звані гнучкі циліндричні електростатичні екрани – рис. 9.23 з роботи [34].

Між картонними циліндрами екрану розташовано ізольовані одна від одної вертикальні електропровідні смуги з алюмінію. Під дією магнітного поля в провідних смугах екрану наводяться вихрові струми з концентрацією найбільших втрат і нагрівів на їх вертикальних краях, смуги мають товщину $d = 0.02$ мм та ширину $((b)$ 25 і 52 мм.

Застосування вказаних екранів для електричних шунтувальних реакторів вимагає спеціального розгляду через випинання інтенсивного магнітного потоку в проміжки між вставками ЕТС.

Через дуже малу товщину смуг екрану пряме моделювання задачі розрахунку магнітного поля та вихрових струмів в тривимірній моделі реактора є недоцільним. Тому для цієї задачі може бути застосовано описаний раніше поетапний метод, згідно з яким на першому етапі зовнішнє магнітне поле на поверхні смуг може бути розраховано з використанням чисельної тривимірної, або чисельно-аналітичної одностріжневої моделі магнітного поля реактора.

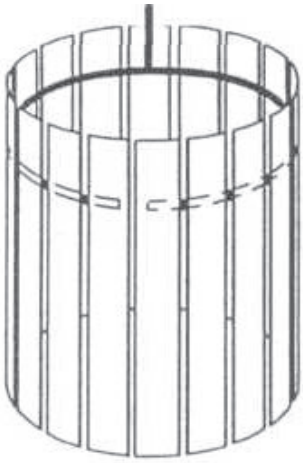


Рис. 9.23

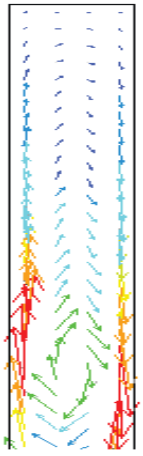


Рис.9.24

Рис.9.25

На другому етапі за чисельним алгоритмом (9.1) по відомому полю отримано [25] розподіл вихрових струмів по ширині і по висоті смуги екрану. Враховуючи значну висоту смуг, показано фрагмент смуги у верхній частині екрану в зоні максимального значення магнітного поля навпроти верхнього торця обмотки і першого проміжку в стрижні МС – на рис. 9.24 (вектори струму) і на рис. 9.25 (щільність втрат).

Результати розрахунків із застосуванням аналітичної методики (9.2) повністю відповідають отриманим із застосуванням методу чисельного моделювання.

9.8. Розрахунок втрат в пресувальних кільцях з немагнітної сталі

На відміну від розглянутої вище групи задач для тонких провідних пластин, для кільця з немагнітної сталі з розрізом необхідним є врахування зворотного впливу вихрових струмів кільця на зовнішнє поле обмоток внаслідок того, що розміри його перерізу перевищують глибину проникнення електромагнітної хвилі в кільце. У загальному випадку, за наявності шунтів на поверхні кільця або сусідніх кілець з феромагнітної сталі, необхідно провести розрахунок магнітного поля з урахуванням вказаних феромагнетиків. Для цього використовуються однострижневі розрахункові моделі з дискретними феромагнетиками – плоскопаралельна М-ДФПП або циліндрична – М-ДФЦ (див. розділ 2).

Розглянемо модель М-ДФПП, яку показано на рис. 9.26. Обмотки трансформатора представляються системою нескінченно протяжних шин з рівномірною щільністю ампер-витків.

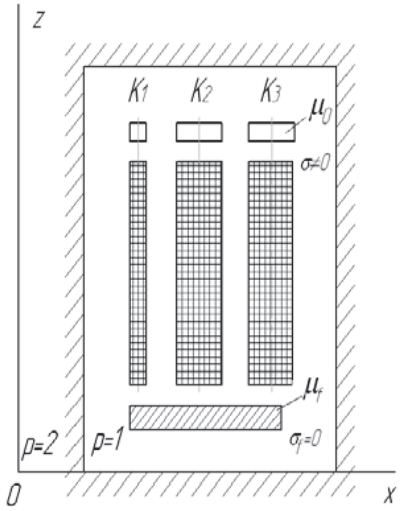


Рис. 9.26

Стрижень, бак з магнітними екранами з ЕТС, ділянки ярем МС (якщо розглядається переріз по подовжній осі трансформатора) враховуються як зовнішні феромагнітні півпростори. Феромагнітні кільця, магнітні екрани на кільцях, феромагнітні частини ярмових балок, шунти на кільцях або балках замінюються дискретними феромагнетиками f із скінченими значеннями магнітної проникності $\mu_f = \mu'_f \mu_0$, де μ_0 – магнітна проникність повітря. Вихрові струми феромагнетиків з конструкційної сталі наближено враховуються зниженням μ'_f до значень 70 – 100 в. о.

Поле і вихрові струми по довжині кілець вважаються незмінними. Питома електрична провідність при визначенні втрат визначається в середньому для кільця по очікуваному значенню його нагріву, що забезпечується рядом послідовних наближень.

Для цієї моделі з кусково-однорідною провідністю і феромагнітними елементами розрахунок електромагнітного поля і вихрових струмів в кільцях зводиться до розв'язку системи інтегральних рівнянь з комплексними коефіцієнтами. Спростити постановку і розв'язок задачі дозволяє аналіз експериментальних досліджень поля на поверхні конструктивних частин трансформатора. Ці дослідження показують, що взаємним впливом кілець з немагнітної сталі допустимо нехтувати і тому допустимий розрахунок вихрових струмів окремо для кожного кільця.

Вихрові струми визначаються по векторному магнітному потенціалу результуючого поля $A = A' + A'' + A'''$, де A', A'' та A''' – векторні магнітні потенціали заданих струмів в обмотках, вторинних джерел на поверхні дискретних феромагнетиків і шуканих вихрових струмів. Символ A означає діюче значення $A_y(x,z)$ складової векторного магнітного потенціалу, яка співпадає з напрямом струмів в обмотках, вторинних джерел і вихрових струмів. Векторний магнітний потенціал $A^0 = A' + A''$ обчислюється з використанням моделі М-ДФПП. У розрахунковій точці $Q(x,z)$ у перерізі кільця S з питомою електричною провідністю σ вихровий струм при періодичній зміні поля з круговою частотою ω пов'язаний з векторним магнітним потенціалом результуючого поля $A_Q = A_Q^0 + A_Q'''$ рівнянням

$$\delta_Q = -j\omega\sigma(A_Q^0 + A'''),\ A_Q''' = \int_S G_{Q,M}\, ds_M + C,\ j = \sqrt{-1} \qquad (9.3)$$

де $G_{Q,M}$ – функція Гріна, яка визначається граничними умовами розрахункової моделі.

Представлені рівняння необхідно доповнити умовою рівності нулю сумарного вихрового струму кільця. Далі визначається постійна інтегрування C і задача зводиться до розв'язку рівняння

$$j\delta_Q - \omega\sigma\int_S ds_M \delta_M \left(G_{Q,M} - \frac{1}{S}\int_S G_{Q,M}\, ds_Q \right) = \omega\sigma \left(A_Q^0 - \frac{1}{S}\int_S A_Q^0 ds_Q \right). \quad (9.4)$$

Для чисельного розв'язку кільце з координатами $a_1, a_2,\ b_1,\ b_2$ і площею перерізу $S = (a_2 - a_1)(b_2 - b_1)$ розбивається $(n+1)$ осьовими та $(m+1)$ радіальними твірними на $N = nm$ елементів (рис. 9.27).

Приймається, що вихровий струм кожного елементу зосереджений в нескінченно тонкому провіднику, розташованому в центрі елементу, в точках $Q(x_k, z_l),\ M(x_i, z_j)$.

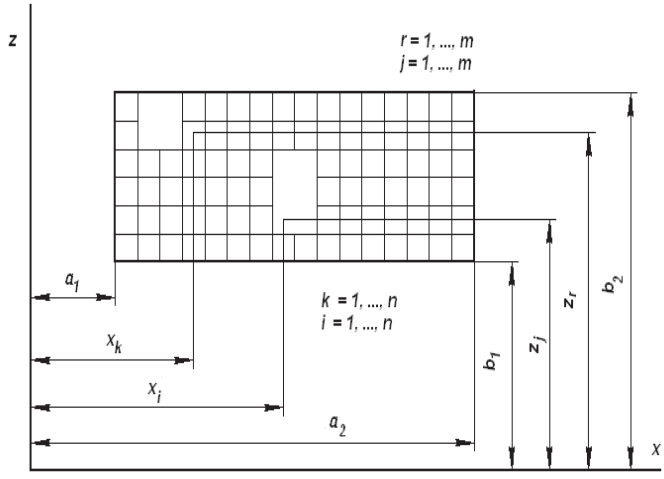


Рис. 9.27

Замінюючи в (9.4)

$$\begin{gathered} dx = \Delta x = (a_2 - a_1)/n;\ \ dz = \Delta z = (b_2 - b_1)/m; \\ Q = Q(x_k, z_l);\ M = M(x_i, z_j); \\ x_\nu = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{2n}(2\nu - 1),\ \nu = k,\ i = 1,...,n; \\ z_\nu = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{2m}(2\nu - 1),\ \ \nu = l,\ \ j = 1,...,m; \\ \delta_Q = \delta(x_k, z_l) = \delta_{k,l};\ \ \delta_M = \delta(x_i, z_j) = \delta_{i,j}; \\ A_Q^0 = A^0(x_k, z_l) = A_{k,l}^0;\ \ ds_Q = ds_M = \Delta s = \Delta x \Delta z \end{gathered} \quad (9.5)$$

отримуємо систему N рівнянь

$$j\delta_{k,l} - \omega\sigma\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\gamma_{k,i}\,\gamma_{l,j}\,\Delta s\,\delta_{i,j}(G_{k,l,i,j} - D_{i,j})\right] = \omega\sigma(A^0_{k,l} - F), \qquad (9.6)$$

$$k = 1,...,n;\ \ l = 1,...,m \quad ,$$

де

$$D_{i,j} = \frac{1}{S}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}G_{k,l,i,j}\,\Delta s;\ \ F = \frac{1}{S}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}A^0_{k,l}\,\Delta s;$$

$$\gamma_{k,i} = \gamma_{l,j} = \begin{cases} 0 \ \ при \ \ k = i,\ \ l = j; \\ 1 \ \ при \ \ k \neq i,\ \ l \neq j; \end{cases} \qquad (9.7)$$

$$G_{k,l,i,j} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{p=1}^{P}\ln\left[(x_k - x_{i(p)})^2 + (z_l - z_{j(p)})^2\right]\alpha_p .$$

Сума в останньому виразі по індексу p означає, що елементарний провідник з індексами $i(p),\ j(p)$ розташовується в реальній області $p = 1$ по перерізу кільця і дзеркально відображається в зовнішні феромагнітні півпростори моделі М-ДФПП. Коефіцієнти віддзеркалення α_p визначаються магнітною проникністю $\mu_p = \mu'_p\mu_0$ півпростору $\alpha_p = (\mu'_p - 1)/(\mu'_p + 1)$, а p – номер віддзеркалення.

Розв'язком системи (9.6) визначається щільність струмів $\delta_{k,l}$ і втрати в елементах $p_{k,l} = 2\pi\, x_{k,l}\,\delta^2_{k,l}\,\Delta x\,\Delta y$. Сумарні втрати в кільці будуть визначатись загальною сумою втрат в елементах.

Як приклад, розглянемо розрахунок вихрових струмів і втрат в кільцях з немагнітної сталі (σ = 1.136 10^6 См/м) для потужного трансформатора, розрахункову модель якого приведено на рис. 9.26. Перерізи трьох кілець K_1, K_2, K_3 – 60х50, 160х50 и 152х50 мм^2.

При частоті 50 Гц отримано розподіли втрат по рис. 9.28 і значення сумарних втрат в кільцях – 380, 5570 і 6580 Вт. Розрахункові значення втрат за спрощеною оцінкою [14] без врахування зворотного впливу вихрових струмів складають 380, 7810 і 10440 Вт.

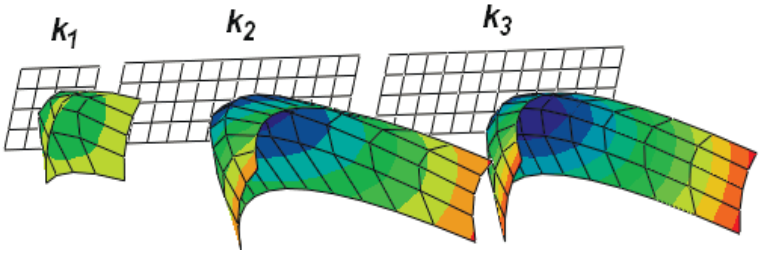


Рис. 9.28

З аналізу епюр розподілу струмів по перерізах кілець можна зробити висновок, що в кільцях K_2 і K_3 струми визначаються осьовою складовою поля, що виходить з головного каналу розсіяння між обмотками 2 і 3. Струми кільця K_1 залежать від радіальної складової поля, спрямованого з боку обмоток до стрижня.

Порівняння результатів показує, що коли розміри перерізу кільця перевищують глибину проникнення електромагнітної хвилі в метал кільця, зворотний вплив вихрових струмів призводить до зменшення втрат на 30 – 40 %. Для перевірки цього висновку був проведений розрахунок втрат в кільцях досліджуваного трансформатора при частоті 1 Гц, тобто за відсутності зворотного впливу вихрових струмів на первинне поле обмоток. В цьому випадку значення втрат (380, 7100 і 9460 Вт) виявилися досить близькі до даних, отриманих за методикою, що приведена в [14].

Для визначення точності розрахункових методик та обґрунтованості прийнятих припущень, проведено експериментальні дослідження [7] на фізичній моделі трансформатора для умов природного повітряного охолодження. Розташування обмоток та пресувального кільця відповідає рис. 9.29.

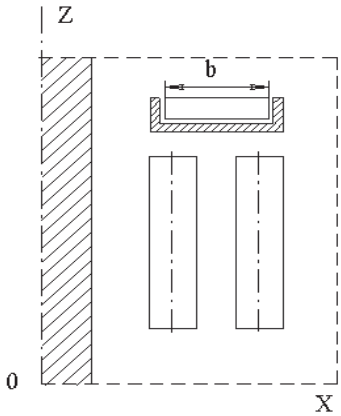


Рис. 9.29

Товщина кільця a =35 мм, ширина b =345 мм. Магнітний екран так званого радіального типу виконаний з П–подібними пакетами пластин ЕТС (шунтів). Виміри нормальної до поверхні кільця і шунта складової індукції магнітного поля B виконано датчиками індукційного типу. Результати розрахунків досить близько співпадають з даними вимірів. Тому з метою зручності аналізу на рис. 9.30 показано тільки дані вимірів, де позначено:

$B_B^{O,K,Ш}$ – індукція на верхній лінії контуру кільця в повітрі за відсутності самого кільця, на кільці без шунта, на кільці з шунтом;

$B_H^{O,K,KMШ,KПШ}$ – індукція на нижній лінії контуру кільця в повітрі при його відсутності, на кільці без шунта, на кільці в проміжках між пакетами і під пакетами шунта

$B_{НШ}$ – на нижній поверхні пакетів шунта.

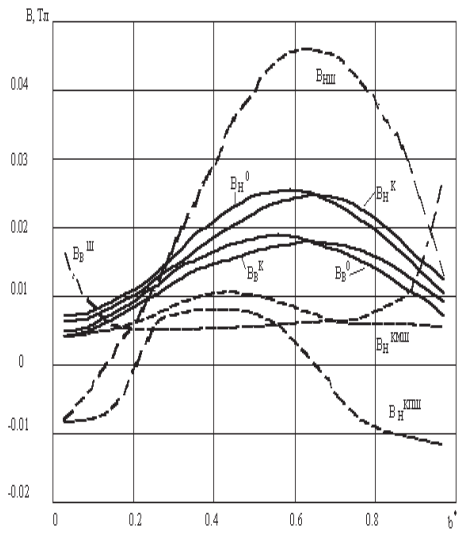


Рис. 9.30

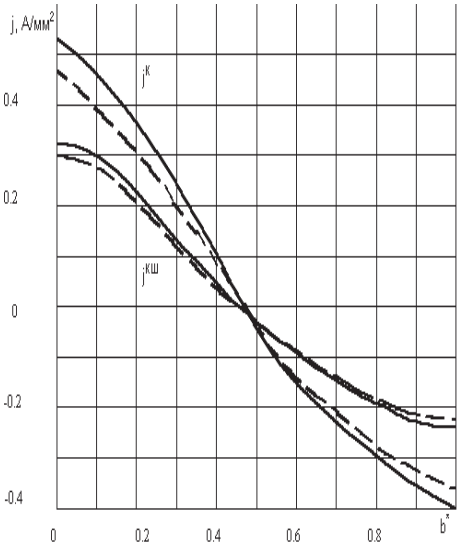


Рис. 9.31

Аналіз результатів показує наступне. Нормальна складова індукції на нижній і на верхній поверхні кільця близька до величини індукції в повітрі $B_H^K \to B_H^O$ $B_B^K \to B_B^O$. Різниця складає близько 10%. Проте, епюри на кільці і по його контуру в повітрі зміщені через те, що магнітна індукція вихрових струмів в внутрішній половині кільця додається до первинного поля, а в зовнішній – віднімається.

Істотним чином розподіл магнітної індукції змінюється при екрануванні кільця П–подібними пакетами ЕТС – на рис. 9.30 показано штриховими лініями. На нижній поверхні пакетів індукція $B_{НШ}$ приблизно у два рази більше полів B_H^O і B_K^H. Розподіл $B_{НШ}$ представляє інтерес тільки з точки зору завантаження пакетів по їх перерізу. Інтегрування цієї епюри по довжині шунта дозволяє визначити величину магнітного потоку в його перерізі і, в результаті, вибрати оптимальний переріз пакету з тим, щоб не допустити його насичення в робочому режимі.

З точки зору зменшення вихрових струмів і втрат в екранованому кільці найбільш важливими є розподіли магнітної індукції на верхній поверхні кільця і на його нижній поверхні в зонах між пакетами і під пакетами

магнітного екрану. Епюри $B_B^{Ш}$ и $B_H^{КМП}$ близькі між собою, при цьому їх величина приблизно в два рази менша, ніж величина поля за відсутності шунта. Особливим характером відрізняється розподіл індукції на нижній поверхні кільця в зоні пакетів шунта – епюра $B_H^{КПШ}$. На кінцях пакетів індукція навіть змінює знак на протилежний по відношенню до поля за відсутності шунта.

Таким чином, зменшення вихрових струмів в кільці з магнітним екраном обумовлюється зменшенням майже в два рази індукції в зонах між пакетами магнітного екрану і наявністю в зонах пакетів під кільцем індукції зворотного напряму, що призводить до появи локальних контурів вихрових струмів.

Виміряні значення щільності вихрових струмів в перерізі кільця без шунта $j^{К}$ та з шунтом $j^{КШ}$ показано на рис. 9.31 суцільними лініями, результати розрахунків – пунктирними. Щільність струмів j визначена за даними вимірів з використанням електричних зондів на нижній і верхній поверхнях кільця.

Результати досліджень дозволяють зробити висновок про те, що розрахунок втрат в пресувальних кільцях з немагнітної сталі необхідно виконувати з урахуванням зворотного впливу вихрових струмів в тих випадках, коли розміри кілець перевищують глибину проникнення електромагнітного поля в метал кілець.

Викладену методику можна застосовувати при розрахунку вихрових струмів і втрат при несинусоїдальному характері зміни поля обмоток шляхом підсумовування втрат, обчислених для окремих гармонік, які входять у відомий спектр частот струму в обмотках.

Зауважимо, що відповідний розрахунок магнітного поля, вихрових струмів, втрат та нагріву може бути виконано за допомогою методів СЕА.

9.9. Синтез сил намагнічування при мінімізації втрат в провідному півпросторі

Для ділянок баків реакторів з конструкційної сталі відомим є метод зниження втрат енергії від вихрових струмів за рахунок перерозподілу щільності струмів намагнічування і співвідношення положення краю осьового розміру обмотки по відношенню до першого повітряного проміжку в стрижні МС [14, 15, 17]. Певний розподіл сил намагнічування в обмотках трансформаторів використовується також для зменшення втрат в баках трансформаторів. У загальному випадку питання полягає в мінімізації втрат від електромагнітного поля, яке збуджується розташованою над провідним півпростором системою паралельних струмів. Наведемо підхід до вирішення цього питання, який представлено в роботах [12, 21].

Питомі поверхневі втрати енергії від вихрових струмів в масивних

провідних тілах визначаються через активний поверхневий опір $\mathrm{Re}\,Z$ тіла і тангенціальну складову напруженості магнітного поля $H\tau$ на його поверхні згідно залежності $w = 0.5\,\mathrm{Re}\,Z\left|H\tau\right|^2$. Сумарні втрати енергії можна отримати інтегруванням втрат w по поверхні тіла. Тому, у разі постійного опору $\mathrm{Re}\,z$, втрати пропорційні інтегрованому значенню квадрата дотичної напруженості магнітного поля по поверхні тіла. Розглядається мінімізація цієї величини шляхом перерозподілу щільності струму.

У загальному випадку в повітряному середовищі, прилеглому до провідного півпростору розташована система тонких смужок, по яких у напрямі осі z протікає змінний струм. Цей струм збуджує електромагнітне поле, дотична напруженість H_τ якого співпадає з напруженістю магнітного поля H_x.

Завдання полягає в перерозподілі щільності струму в поперечному перерізі смужок для забезпечення мінімуму функціонала

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} H_x^2(x,0)\,dx = \min \qquad . \tag{9.8}$$

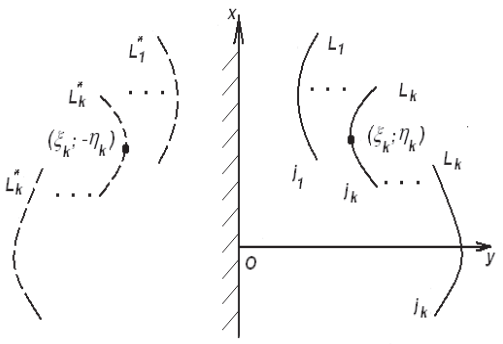


Рис. 9.32

Нехай є k паралельних смужок перерізом L_k з сумарним струмом в кожній з них I_k $(k = 1,...,K)$ – рис. 9.32. Параметричне рівняння кривої L_k визначається сукупністю залежностей $x_k = x_k(l_k)$ і $y_k = y_k(l_k)$, де l_k – довжина дуги вздовж L_k.

Складова напруженості магнітного поля H_x на площині $y = 0$ виражається через розподіл щільності струму смуг $j_k(l_k)$ у вигляді

$$H_x(x,0) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{K}\int_{L_k}\frac{\eta_k(l_k)}{\left(x - \xi_k(l_k)\right)^2 + \eta_k^2(l_k)}\,j_k(l_k)\,dl_k \qquad , \tag{9.9}$$

де dl_k – диференціал дуги на L_k.

Підставляючи у функціонал P (9.8) залежність (9.9), змінюючи порядок інтегрування і додавання, а також враховуючи рівність

$$\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\eta_k(l_k)\eta_r(l_r)}{\left((x-\xi_k(l_k))^2+\eta_k^2(l_k)\right)\left((x-\xi_r(l_r))^2+\eta_r^2(l_r)\right)}dx = \\ =\frac{1}{4\pi}\frac{\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r)}{(\xi_k(l_k)-\xi_r(l_r))^2+(\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r))^2}, \tag{9.10}$$

отримуємо

$$P=\frac{1}{4\pi}\sum_{k,r=1}^{K}\int_{L_k}\int_{L_r}\frac{(\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r))j_k(l_k)j_r(l_r)dl_k dl_r}{(\xi_k(l_k)-\xi_r(l_r))^2+(\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r))^2}. \tag{9.11}$$

Додаткові умови на розподіли потужностей струму системи смужок витікають з того, що сумарний струм I_k кожної з них має бути заданою постійною величиною

$$\int_{L_k} j_k(l_k)dl_k = I_k,\ k=1,...,K \quad , \tag{9.12}$$

Задача знаходження мінімуму функціонала (9.11) за умови (9.12) є ізопараметричною задачею варіаційного числення. Її розв'язок зводиться до розв'язку системи рівнянь з числами λ_k.

$$\frac{\delta}{\delta j_k}(P-\lambda_k I_k)=0,\ k=1,...,K \tag{9.13}$$

З урахуванням виразів для функціоналів (9.11) і (9.12) ця система рівнянь набирає вигляду

$$\frac{1}{2\pi}\sum_{k,r=1}^{K}\int_{L_r}\frac{(\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r))j_r(l_r)dl_r}{(\xi_k(l_k)-\xi_r(l_r))^2+(\eta_k(l_k)+\eta_r(l_r))^2}=\lambda_k,\ (\xi_k,\eta_k)\in L_k. \tag{9.14}$$

Таким чином, розподіл щільності струму j_k по ширині кожної смужки, при якому значення функціонала P буде мінімальним, знаходиться з системи інтегральних рівнянь (9.14). До неї необхідно додати умови (9.13). Невідомими в задачі є функції $j_k(l_k)$ і числа λ_k.

Ліва частина системи (9.14) є значенням дотичної складової напруженості магнітного поля, що збуджується усіма смужками струму, в точці

$(\xi_k, -\eta_k)$, що лежить на лінії L^*_k, яка є дзеркальним відображенням поперечного перерізу L^*_k k –ої смужки відносно осі x.

Задача (9.12), (9.14) має наступне фізичне тлумачення. Система рівнянь (9.14) еквівалентна умові постійності тангенціальної складової напруженості магнітного поля на кожній з дзеркально відбитих L^*_k смужок струму відносно площини провідного феромагнітного півпростору. На рис. 9.32 ці смужки зображені штриховими лініями.

Виходячи з цього, у [21] сформульовано загальний принцип мінімізації втрат енергії: розподіл ампер-витків в обмотках приведе до мінімальних сумарних втрат енергії у провідному феромагнітному півпросторі, якщо на місці дзеркального відбиття обмоток відносно поверхні цього півпростору (без нього) створюється магнітне поле, тангенціальна складова напруженості якого постійна на кожній з дзеркально відбитих обмоток (але різна для різних обмоток).

Розглянемо аналітичний приклад мінімізації втрат енергії, що викликаються в провідному півпросторі паралельними між собою і площиною розділу цього півпростору з повітрям двома нитками, по яких протікають змінні струми I_1 і I_2. Сумарний струм ниток $I_1 + I_2$ вважатимемо постійним і рівним I.

Визначимо тангенціальну складову напруженості магнітного поля, що збуджується цими нитками струму в дзеркально відбитих відносно площини розділу точках A_1^*, і A_2^*.

$$H_x(A_1^*) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{2h_1} I_1 + \frac{h_1 + h_2}{4a^2 + (h_1 + h_2)^2} I_2\right),$$
$$H_x(A_2^*) = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{2h_2} I_2 + \frac{h_1 + h_2}{4a^2 + (h_1 + h_2)^2} I_1\right). \qquad (9.15)$$

З принципу мінімізації втрат отримуємо $H_x(A_1^*) = H_x(A_2^*) = \lambda$, що спільно з умовою $I_1 + I_2 = I$ дає наступні величини струмів

$$I_1 = \frac{h_1(ha^2 + h_1^2 - h_2^2)}{(h_1 + h_2)(4a^2 + (h_2 - h_1)^2)} I,$$
$$I_2 = \frac{h_2(ha^2 + h_2^2 - h_1^2)}{(h_1 + h_2)(4a^2 + (h_2 - h_1)^2)} I. \qquad (9.16)$$

Зокрема, якщо нитки струму розташовані на одній горизонталі $(h_1 = h_2)$, то втрати енергії будуть мінімальними при розподілі сумарного струму I між нитками порівну $(I_1 = I_2 = 0{,}5I)$, а при їх розташуванні на

одній вертикалі $(a_1 - a_2 = 2a = 0)$ мінімум втрат енергії буде при наступних величинах струмів: $I_1 = i/(1 - h_2/h_1)$. Звідси, наприклад, витікає, що при $h_1/h_2 > 1$ мінімум втрат енергії досягається при струмі I_1, що має напрям, зворотний напряму струму I_2.

В якості прикладу чисельного інтегрування системи інтегральних рівнянь визначимо, як потрібно перерозподілити спочатку рівномірну по ширині смужки щільність струму, щоб втрати енергії від вихрових струмів в провідному півпросторі були мінімальними.

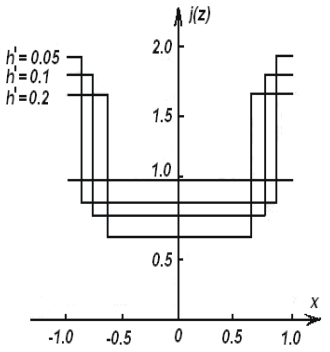


Рис. 9.33

Інтегрування цих рівнянь, проведене на ЕОМ при $h/2 \le 0{,}2$, показує, що мінімальних втрат енергії можна досягти зосередженням частини щільності струму на краях смужки. Кусково–постійне наближення щільності струму по ширині смужки до щільності струму, що призводить до мінімуму втрат енергії в провідному півпросторі при різних значеннях $h' = h/a$ наведено на рис. 9.33.

Розрахунки показали, що втрати енергії від вихрових струмів при перерозподілі щільності струму по ширині смужки в порівнянні з втратами при її рівномірному розподілі зменшуються приблизно на величину (h/a) 100 %.

У роботах [12, 21] детально розглянуто інші приклади аналітичної і чисельної мінімізації втрат енергії в провідному півпросторі, які викликаються трьома нитками струму на одній смузі, шістьма і більше нитками на двох смугах, струмами на системі паралельних тонких смуг, паралельними між собою і до площини розділу цього півпростору з повітрям.

9.10. Моделювання нелінійними схемами заміщення ділянок стиків пластин в магнітній системі трансформатора

Разом з питаннями розрахунку магнітного поля та втрат в ЕК активних частин та в баках важливим є також розрахунок магнітних потоків та

втрат в МС трансформаторів і реакторів. Через відому складність процесів в шихтованій анізотропній нелінійній ЕТС МС і впливи конструктивних і технологічних чинників значне число робіт присвячено експериментальним дослідженням. Так, в [18, 24, 38, 40 – 49] представлено експериментальні дослідження втрат в одно- і багато пакетних МС силових трансформаторів залежно від конструктивного виконання кутів і стиків пластин МС, зачищення кромок пластин, числа пластин в кожному шарі МС, відпалу пластин, наявності отворів для стяжних шпильок в пластинах стрижнів і ярем, збільшення поперечного перерізу ярем по відношенню до перерізу стрижнів МС та інше. В [33] досліджено вплив механічних напруг стиску і вигину пластин на втрати в МС. На емпіричних дослідженнях ґрунтується також галузева методика [3, 18]. При цьому, при експериментальних і теоретичних дослідженнях значна увага приділяється [46] особливостям розподілу магнітного потоку і втрат в стиках і в ділянках перешихтовки пластин ЕТС, як в основних ділянках підвищення втрат в МС. У [28 – 30] застосовано метод конформних відображень для аналізу поля у вузловій ділянці МС трансформатора, запропоновано метод еквівалентування, який зводиться до наближеної заміни анізотропного багатошарового феромагнітного середовища його неперервною моделлю. Комбінована модель, яка об'єднує топологічну гістерезисну модель трифазного тристрижневого трансформатора у складі МС і обмоток (як систем із зосередженими параметрами) і модель стінок бака, що є елементом з розподіленими параметрами, розглянуто в роботі [5]. Значне число робіт розглядає застосування чисельного МСЕ для аналізу розподілу індукції і втрат в Ш–подібному сердечнику трифазного трансформатора [35], в Т–подібних стиках МС [45] та розподілу магнітного поля в спрощених моделях МС трансформаторів [35, 41 – 43]. На відповідну обмеженість числових моделей вказано в розділі 4 – в силу відсутності в них власне адекватних моделей ділянок стику пластин ЕТС.

У роботі [10] для розрахунку магнітного потоку і втрат в МС із стиком на прямолінійній ділянці розглянуто застосування нелінійних магнітних мікро- та макросхем заміщення на двох етапах аналізу. На першому етапі виділяється ділянка стику пластин ЕТС з повітряними проміжками між ними. Для такої ділянки графоаналітичним методом знаходиться розподіл магнітних потоків по елементах мікросхеми заміщення. Потім визначаються втрати, потужність намагнічування в елементах, а також узагальнені параметри досліджуваної ділянки. На другому етапі параметри таких ділянок приймаються як розрахункові характеристики елементів укрупнених макросхем заміщення усієї МС трансформатора, у тому числі з урахуванням потоків розсіяння між ділянками МС.

Залежно від числа пластин в шарі при шихтуванні можна виділити періодично повторювані структури. При шихтуванні в один лист такою структурою є пара пластин, в 2 листи – 4 пластини і так далі. Розглянемо

застосування методики на прикладі МС з шихтуванням в один лист – рис. 9.34.

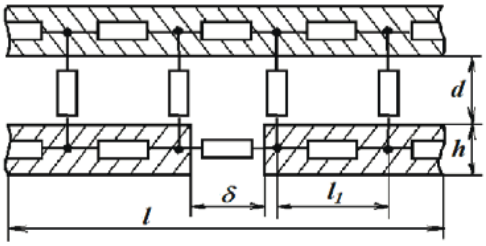


Рис. 9.34

На відміну від використаного в [10] графоаналітичного методу, для чисельних досліджень схем заміщення на прямолінійній ділянці в [8] застосовано програму аналізу нелінійних електричних кіл [31].

В термінах цієї програми під струмом ланцюга мається на увазі магнітний потік в елементах Φ_i, а під напругою U_i – скалярна магнітна напруга, рівна добутку напруженості магнітного поля на довжину елементу.

Елементи пластин ЕТС з нелінійною кривою намагнічування представлено у вигляді керованих магнітною напругою нелінійних джерел магнітного потоку $\Phi_i = SB_i(H_i)$, де $S = hb$ – площа поперечного перерізу пластин завтовшки h і шириною b, $H_i = U_i / l_i$, l_i – довжина елементів, а $B(H)$ – таблична функція, що апроксимує криву намагнічування сталі для i-елемента.

Повітряні проміжки між пластинами характеризуються лінійною провідністю $\Lambda_i = \mu_0 l_i b/(d + 0.5h)$, де d – товщина повітряного проміжку між пластинами. При цьому прийнято припущення, що магнітна провідність анізотропної ЕТС по товщині пластини при одночасному намагнічуванні її уздовж прокатування близька до провідності повітря. Тому при розрахунку Λ_i повітряний проміжок приймається рівним $d + 0.5h$.

Провідність елементу, що відповідає повітряному проміжку стику пластин, визначається величиною проміжку $l_i = \delta$, розмірами пластин і повітряного проміжку між ними $\Lambda_\delta = \mu_0 b(h + d)/\delta$. Магнітний потік в ланцюзі $\Phi = 2SB_H$, де B_H – номінальне значення амплітуди індукції на досліджуваній ділянці.

Експериментальну перевірку методики було проведено [10] на зразку, набраному з ЕТС марки 3404 при наступних геометричних розмірах (мм): h=0.35; d =0.0105; δ=1. Розподіл індукції від осі проміжку вздовж суцільної і розрізаної пластин показано на рис. 9.35 відповідно верхніми і нижніми кривими.

Магнітний потік в зразку збуджувався системою спеціального пермеаметра. Індукція вимірювалася витками з фольги завтовшки 0.005 мм. Ре-

зультати розрахунку (суцільні лінії) при довжині l_i=1 мм і числі N=94 розрахункових елементів схеми заміщення, а також вимірів (пунктирні лінії) приведено для двох значень номінальної індукції в МС B_{mH}=1.4 і 1.6 Тл.

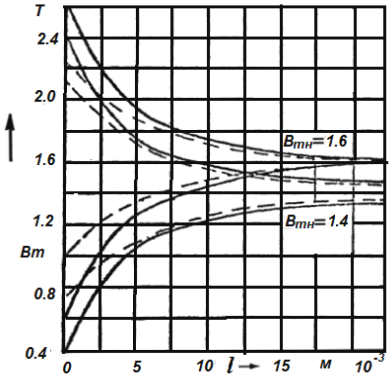


Рис. 9.35

У суцільних пластинах в зоні стику найбільше значення індукції досягає 2.2 Тл. При зменшенні номінальної індукції на ділянці МС зростає зона впливу стику на характер розподілу магнітної індукції. Дослідження показали, що в діапазоні B_{mH}=1.6 – 1.8 Тл похибка розрахунку максимальних значень індукції в пластинах не перевищує 3 %.

Із застосуванням вказаної методики досліджено [8] також схеми шихтування і відповідні їм структури схем заміщення для кутових ділянок прямого (рис. 9.36), комбінованого (рис. 9.37) і косого (рис. 9.38) стиків.

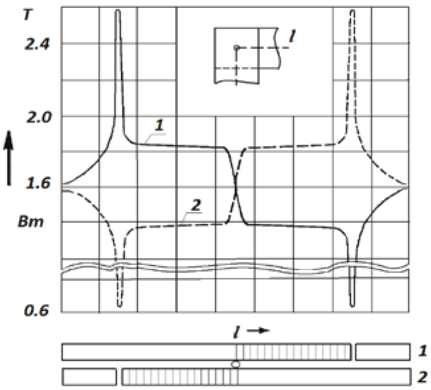


Рис. 9.36

Штрихуванням відмічені елементи схеми заміщення, що характеризуються кривою намагнічування для сталі упоперек прокатування. Розподіл індукції у верхніх пластинах 1 виділених ділянок показано суцільними

лініями, в нижніх 2 – штриховими. Розрахунки виконано при значеннях номінальної індукції на прямолінійній ділянці B_H =1.6 Тл. Відмітимо, що в суцільних пластинах в зоні повітряного проміжку значення магнітної індукції досягає 2.2 – 2.4 Тл. Найбільша зона максимальних значень індукції в пластинах характерна для ділянки прямого стику (рис.9.36), найменша – для косого (рис. 9.38).

Подібно до [10] визначаються еквівалентні параметри кутових ділянок і виконується розрахунок розподілу магнітного потоку та втрат в усіх гілках МС. Відношенням загальних втрат P_K кутової ділянки до втрат P_μ на лінійній ділянці такої ж довжини (по середній магнітній лінії) і такого ж об'єму знаходиться коефіцієнт збільшення втрат $K_p(B_H) = P_K / P_\mu$.

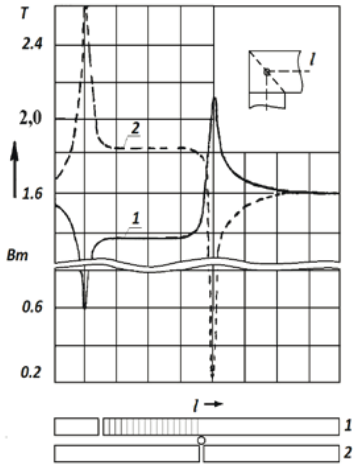


Рис. 9.37

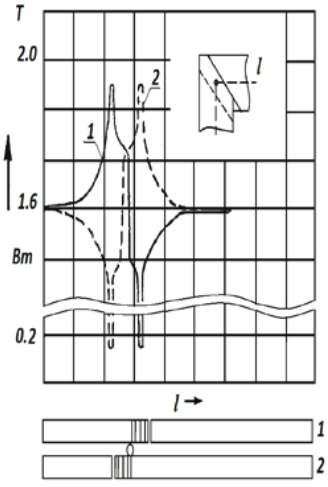


Рис. 9.38

Для прикладу, в таблиці 9.1 приведено розрахункові коефіцієнти збільшення втрат для різних типів кутових ділянок МС із сталі 3404 при трьох значеннях номінальної індукції B_H, Тл.

В усіх ділянках довжина середньої магнітної лінії 155 мм, ширина пластин 155 мм, ширина перекриття пластин в косому стику 15 мм, товщина пластин 0. 35 мм, повітряний проміжок між пластинами 0.01 мм, величина повітряного проміжку стику пластин 1 мм.

Отримані результати задовільно відповідають експериментальним даним [18].

Більш складні моделі на базі макросхем використовуються для дослідження процесів в Т-подібних з'єднаннях МС трансформаторів при трифазному збудженні. При цьому розглядаються так звані «заморожені» схеми, тобто такі, що відповідають розподілу потоків в певні фіксовані моменти часу. Приклад дослідження таких схем представлено в [8].

Таблиця 9.1 – Коефіцієнти збільшення втрат K_p

Тип ділянки	1.4 Тл	1.6 Тл	1.8 Тл
Лінійна ділянка з прямим стиком	1.13	1.10	1.06
Кутова ділянка з прямим стиком	1.98	1.99	1.65
Кутова ділянка з комбінованим стиком	1.48	1.50	1.35
Кутова ділянка з косим стиком	1.21	1.15	1.08

9.11. Сумарні додаткові втрати в елементах конструкції

Оцінки сумарних додаткових втрат, їх орієнтовний розподіл по елементах конструкції, залежність від конструктивних способів їх зниження представлено в [2] на основі обмеженої до 70-тих років вибірки експериментальних даних трансформаторів від 2.5 до 630 МВА, напругою 110-500 кВ.

Шляхом зіставлення експериментальних даних визначено відносні значення втрат в конструкції певних по потужності та класах напруг груп дво- та триобмоткових трансформаторів і автотрансформаторів та коефіцієнти в залежності від основних конструктивних заходів для зниження втрат: шунти на полках нижніх балок, на металевих пресувальних кільцях, на баку, розрізи нижніх балок. Показано, що втрати в елементах конструкції можуть складати від половини до трьох четвертей додаткових втрат.

Орієнтовну оцінку сумарних втрат в конструкції запропоновано визначати множенням потужності трансформатора на вказані відносні значення втрат, та коефіцієнти їх зниження.

Також в [2] та [3, 26, 27] наведено наближені формули для розрахунку сумарних додаткових втрат в конструкції трансформаторів, які враховують розміри обмоток, величину потоку розсіювання, ефективні розміри та поверхневий опір баків. Проте зазначено, що їх застосування вимагає емпіричних поправочних коефіцієнтів.

Широко поширено і використовується в РПС [11] (ПМК **PST**, **PDB**) для експрес-оцінок застосування зазначених формул «по аналогу». В цьому разі втрати розрахункового трансформатора визначаються множенням експериментальних втрат «аналога» на співвідношення параметрів вказаних формул.

В підрозділі 6.5 наведено розрахунок додаткових втрат в елементах конструкції реактора без сталі, в основному в замкнених провідних екранах, результати якого відповідають експериментальним даним.

В якості прикладу в табл. 9.2 представлено результати чисельних (СЕА) розрахунків додаткових втрат в ЕК трансформатора 417 МВА (ТР-417) та шунтувальних реакторів РОМ-80000/800 (ШР-80) і РОМ-120000/800 (ШР-120), для останнього наведено також результати розрахунків в РПС.

Таблиця 9.2 - Розподіл додаткових втрат в ЕК трансформатора та реакторів, кВт

Елемент конструкції	ТР-417	ШР-80	ШР-120	
	СЕА	СЕА	СЕА	РПС
Бак з шунтами	35.7	6.4	20.1	21.4
Ярмові балки	33.0	0.4	8.5	7.7
Пресувальні пластини	2.8	–	–	–
Крайні пакети стрижня	3.2	–	–	–
Крайні пакети ярем	8.0	0.4	1.4	1.4
Стяжна шпилька	-	6.9	25.3	22.6
Сума	82.7	14.5	55.3	53.1
Виміряно	89.3	16.1	55.4	

Порівняння розрахунків та вимірів показує, що розрахунки з похибкою до 10 % відповідають результатам випробувань устаткування.

Література до розділу 9.

1. Басова А.В., Іванков В.Ф. Розрахунок нагріву пресувальної пластини і крайнього пакету стрижня магнетної системи трансформатора. Техн. електродинаміка. 2010. Ч. 1. С. 157-162. Темат. випуск «Проблеми сучасної електротехніки».
2. Береза В.Л., Кохан П.Г. Оценка добавочных потерь в силовых трансформаторах. Электротехника. 1973. № 3. С. 33-35.
3. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
4. Воеводина Е.И., Иванков В.Ф. Расчет вихревых токов и потерь в немагнитных прессующих кольцах трансформаторов. Электротехника. 1983. № 10. С. 38-39.
5. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Моделирование трехфазного трансформатора как системы с сосредоточенно-распределенными параметрами. Технічна електродинаміка. 2014. № 3. С. 28-32.
6. Иванков В.Ф. Математические модели к расчету вихревых токов в элементах конструкции из немагнитной стали трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Електродинаміка. Київ: 2001. С. 9-25.
7. Иванков В.Ф. Расчет электромагнитных и тепловых параметров прессующего кольца трансформатора из немагнитной стали. Технічна електродинаміка. 2001. № 4. С. 56-59.
8. Иванков В.Ф., Вороненко В.И. Применение нелинейных схем замещения для исследования магнитных систем трансформаторов. Праці ІЕД НАН України. Енергоефективність. Київ : 2001.С. 64-68.

9. Иванков В.Ф., Каналюк В.Л. Расчет магнитной индукции, вихревых токов и потерь в немагнитной ярмовой балке силового трансформатора. Техническая электродинамика. 1987. № 6. С. 34-40.
10. Иванков В.Ф., Родионов В.Г., Шугайло А.И. Расчет распределения магнитного потока и потерь в магнитной системе со стыком на прямолинейном участке. Техн. электродинамика. 1984. № 2. С. 22-28.
11. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Київ: 2008. № 18. С. 123-131.
12. Кравченко А.Н. Краевые характеристики в задачах электродинамики. Київ: Наукова думка, 1989. 224 с.
13. Лейтес Л.В. Классификация конструкции реакторов. В кн. Вопросы трансформаторостроения. Труды ВЭИ. М.: Энергия, 1969. Вып. 79. С. 168-175.
14. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
15. Лейтес Л.В., Мастрюков Л.А. Снижение добавочных потерь в баке мощных стержневых реакторов. Электричество. 1966. № 9. С. 8-13.
16. Лурье А.И. Математическое моделирование магнитных полей рассеяния трансформаторов и реакторов на электропроводящей бумаге. Электричество. 1965. № 10. С. 80-86.
17. Мастрюков Л.А. Вопросы проектирования шунтирующих реакторов большой мощности : дис. … канд. техн. наук / 230. М.: ВЭИ, 1968. 208 с.
18. Методика расчета потерь и тока холостого хода трансформаторов / А.Н. Кравченко, В.Г. Родионов, А.И. Шугайло, И.Я.Эйнгорн. Техническая электродинамика. 1979. № 2. С. 45-52.
19. Морозов Д.Н. Нагрев вставок стержневого реактора от потоков выпучивания. В кн. Вопросы трансформаторостроения. Труды ВЭИ. М.: Энергия, 1969. Вып. 79. С. 192-205.
20. Морозов Д.Н. Расчет общих и местных потерь в пластинах, пронизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. Электричество. 1967. № 12. С. 32-38.
21. Нижник Л.П., Кравченко А.Н., Иванков В.Ф. Минимизация потерь энергии от вихревых токов в проводящем полупространстве перераспределением плотности источников возбуждения поля. Техническая электродинамика. 1988. № 6. С. 3-9.
22. Опыт применения ANSYS для электромагнитных исследований силовых трансформаторов и электрических реакторов / А.В. Басова, В.Ф. Иванков, С.С. Кокошин, И.В. Химюк. Сборник трудов Седьмой конференции пользователей программного обес-

печения CAD–FEM GmbH, 23 – 24 мая 2007 г.: М.: Полигон–пресс, 2007. С. 119 – 125.
23. Особенности электромагнитного расчета тягового трансформатора с регулированием напряжения на стороне высшего напряжения / М.Ю. Виногреев, Т.М. Витренко, В.Ф. Иванков, Г.И. Калайда. Техническая электродинамика. 1985. № 2. С. 78-85.
24. Распределение магнитного поля в зоне стыка шихтованного магнитопровода / Э. В. Колесников, А. С. Горбунцов, В. В. Милюков и др. Изв. вузов. Электромеханика. 1978. № 10. С. 1142-1149.
25. Розрахунок магнетного поля, втрат та нагріву у пресувальній пластині і електростатичному екрані на стрижні трансформатора та шунтувального реактора / В.Ф. Іванков, А.В. Басова., І.В. Хімюк, С.С. Кокошин, В.О. Іванков. Технічна електродинаміка. 2009. № 6. С. 46-53.
26. Руководящий документ. РД16 360-87. Трансформаторы силовые. Расчет добавочных потерь в элементах конструкции / О.И. Сисуненко, В.В. Боднар, В.Л. Береза, В.Ф. Иванков. Запорожье: ВИТ, 1987. 63 с.
27. Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов. М.: Энергия, 1968.528 с.
28. Ткачев А.Н. Комбинированные методы моделирования квазистационарного электромагнитного поля в нелинейных анизотропных ферромагнитных средах : автореф. … д-ра техн. наук / 05.09.05. Новочеркасск: НГТУ, 1998. 35 с.
29. Ткачев А.Н. Применение метода конформных отображений для анализа поля в узловой зоне остова трансформатора. Изв. вузов. Электромех. 1982. № 10. С. 1150-1155.
30. Ткачев А.Н. Уравнения магнитного поля в шихтованном пакете анизотропных стальных пластин с нелинейными характеристиками. Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. техн. н. 1997. № 3. С. 15-21.
31. Удалов Н.Н., Розевич В.Д. Программа анализа нелинейных радиоэлектронных схем на ЕС ЭВМ. М.: МЭИ, 1981. 88 с.
32. Числове моделювання магнетного поля, втрат у провідних деталях на стрижнях трансформаторів та реакторів / А.В. Басова, В.Ф. Іванков, С.С. Кокошин, І.В. Хімюк. Техн. електродинаміка. 2010. Ч.2. С. 25-30. Темат. вип. «Проблеми сучасної електротехн.».
33. Basak A., Moses A.I., Al-Bir R. Effect of clamping stress an power loses in power core strip and Si-Fe transformer cores. IEEE Trans. Magn. 1990. 26, № 5. P. 1999-2001.
34. Development of a new flexible shield for application in power transformers / H.J. Kirch, Ch. Krause, E. Schneider, K. Schultz. International symposium on high voltage engineering. Yokohama. Japan (august 23-27, 1993). Paper No. 68.02. 1993. P. 205-208.

35. Dolezel I. Rozlozeni magnetickego pole v magnetickem obvodu transformatoru. Transformatory. 1989. № 74. S. 41-68.
36. Enokizono M., Soda N. Core loss analysis of transformer be improved FEM. J. Magn. and Magn. Mater. 1999. P. 196-197; P. 910-912.
37. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Design and Practice. New York; Basel : Marcel Dekker Inc., 2004. 477 p.
38. Mechler G.F., Girgis R.S. Magnetic flux distributions in transformer core joints. IEEE Trans. Power Deliv. 2000. 15. N 1. P. 198-203.
39. Numerical modeling of eddy currents and heating in nonmagnetic steel structural elements of powerful transformers and electric reactors / S.S. Kokoshyn, I.V. Khimjuk, A.V. Basova, V.F. Ivankov. XIII Symposium on Theoretical Electrical Engineering, ISTET'05. Lviv. 2005. P. 52-54.
40. Representation of hysteresis in three–phase transformer models for electromagnetic transients / J.M. Prousalidis, N.O. Hatziargyriou, B.C. Papadias. IEE Proc. Elec. Power Appl. 1996. 143. N 4. P. 331-338.
41. Rezic A. Magnetski tokovi u preklopu jezgre transformatora. Elektrotehnika. 1982. 25. N 4. C. 239-244.
42. Rezic A. Proracum poljz i transformatorskim jezgrama koristejem metode konachnih elemenata. Электрон. моделир. 1992. 14. № 6. C. 201-208.
43. Rezic A. Utjecaj preklopa na magtetiske karakteristike tranformatorske jezgre. Tehnika (SFR). 1988. 43. N 1. C. 88-91.
44. Simkovic Fr., Plavka Jan. Vplyv konstrucneho riesenia magnetickeho obvodu a technologickeho spracovania tenkech ocelovych pasov pre elektrotechniku na velkost magnetizacneho prikonu transformatora. Transformatory. 1986. № 65. S. 9-15.
45. Soda N., Enokizono M. Improvement of T-joint part constructions in three-phase transformer cores by using direct loss analysis with E and S model. IEEE Trans. Magn. 2000. 36. N 4. P. 1285-1288.
46. Straty i pobor mocy w rdzeniach transformatorow rozdzielczych / A. Kozlowska, K. Majer, J. Ostrowski, Z. Steglinski. Prz. electrotechn. 1991. 67. № 3. P. 57-59.
47. Three-dimensional anisotropic magnetic field calculation in transformer cores / D. Shen, J.C. Sabonadiere, G. Meunier et al. IEEE Trans. Magn. 1988. 24. № 1. P. 483-486.
48. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association : Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p. ISBN 90-5699-703-3.
49. Valkovic Z. Influence of transformer core design on power losses. IEEE Trans. Magn. 1982. 18. № 2. P. 801-804.

РОЗРАХУНКИ НАГРІВУ МАСЛА, ТЕПЛОВІДДАЧІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЇ, НАГРІВУ ОБМОТОК З ФОЛЬГИ ТА СУХИХ ТРАНСФОРМАТОРІВ

Вдосконалені чисельно-аналітичні та підвищеної точності методи СЕА розрахунку втрат, зокрема, в елементах конструкції, забезпечують можливість не тільки гарантування основних енергетичних параметрів устаткування, але й оптимального проектування систем охолодження (СО) та розрахунку нагрівів масла. Це, в свою чергу, необхідно для уточнених розрахунків нагрівів магнітних систем (МС), обмоток, самих елементів конструкції (ЕК) активних частин. Тому розрахунок нагріву масла в загальному завданні теплових розрахунків трансформаторного устаткування є одним із базових.

Процеси руху охолодних середовищ − рідин (трансформаторного масла і т.п.), повітря та процеси теплообміну в системах внутрішнього та зовнішнього охолодження енергетичного устаткування є досить складними. Відповідні теоретичні дослідження представлено в чисельних спеціальних публікаціях та узагальнено в роботах [1, 3, 5, 7, 10, 13, 14, 16, 19, 26, 31].

Значні зусилля прикладаються до розробки інженерних методів розрахунку, необхідна точність яких забезпечується експериментальними дослідженнями роботи СО з врахуванням умов експлуатації, практики виробництва устаткування, вимог замовників щодо установки СО на баках, на колекторах, як виносні системи на окремих фундаментах, щодо комплектації СО радіаторами, вентиляторами, масляними насосами.

Достовірність інженерних методик забезпечено максимальним залученням даних, отриманих, як при випробуваннях теплових моделей на спеціалізованих стендах, так і за результатами вимірів температур обмоток, масла в баку і елементів металоконструкції при промислових випробуваннях устаткування за стандартами [6, 29]. Цими же стандартами визначено вимоги до вимірів в сталому тепловому режимі температури верхнього, нижнього і, по їх значеннях, - середнього масла в баку. Регламентовано виміри за допомогою термоелектричних термометрів (термоперетворювачів), які встановлюються на верхніх і нижніх приєднувальних патрубках до СО, а також в спеціальних місткостях під верхньою частиною кришки бака трансформатора.

Однак, такі виміри не визначають температуру масла безпосередньо в обмотках устаткування, що рекомендує здійснювати стандарт з навантажувальної здатності [30], наприклад, оптоволоконними датчиками. Тому стандарт допускає при розрахунку нагрівів обмоток використання нижньої і верхньої температури масла в баку. Відносно цих температур в [1] рекомендовано розраховувати нагріви і елементів конструкції активних частин, визначаючи температуру прилеглого масла в місцях їх розташування із припущення про його лінійний розподіл по висоті бака.

В той же час, в роботі [4] і в галузевому документі [24] при розрахунках нагрівів стрижня (ярем) МС температура охолодного масла в каналах між внутрішніми пакетами та в зовнішніх каналах стрижня використовується уточнений підхід до визначення температур масла: не

по значенням температур масла в баку, а безпосередньо в прилеглих вертикальних каналах. Для цього розглянуто теплогідравлічну модель нагріву та руху масла в вертикальному каналі прямокутного перерізу під дією втрат в пакетах стрижня. В даному розділі представлено основні положення методики. В подальшому вона використовується також для задачі нагріву провідних смуг електростатичних екранів.

Основним підходом до розробки практичних методик теплових розрахунків, як обмоток, так і ЕК є постановка та розв'язок частинного випадку повної системи рівнянь Нав'є-Стокса, а саме − задач теплопровідності (1.64), (1.65) при відомих температурах прилеглого масла (чи перевищень над температурою охолодного середовища) і локальних чи усереднених коефіцієнтів тепловіддачі (КТВ).

При цьому основна проблема переноситься на визначення КТВ, на які впливають багато чинників [1, 3, 16]: вид охолодного середовища (газ або рідина), властивості середовища (теплоємність, щільність, в'язкість і т.п.), вид руху середовища (ламінарний або турбулентний), параметри охолоджуваної поверхні (ступінь чорноти, шорсткість, геометричні розміри, розташування) і т. д. Відомі аналітико-експериментальні КТВ мають досить розрізнений характер. Залежності КТВ від різних значень перепаду температури між поверхнею тіла та охолодним середовищем (маслом) поза зоною конвективного руху рідини при тепловіддачі конвекцією в маслі та конвекцією і випромінюванням в спокійному повітрі для вертикальної поверхні наведено в [3, 5]. В цьому розділі приведено систематизацію відомих підходів до визначення КТВ на поверхнях ЕК, у тому числі із застосуванням CFD-моделювання.

Також з припущенням, що необхідні КТВ відомі, в цьому розділі представлено аналітичний метод розрахунку нагріву анізотропних обмоток із стрічки і фольги, та аналітико-емпіричний метод розрахунку нагріву трансформаторів з повітряно-бар'єрною ізоляцією.

10.1. Інженерний розрахунок комбінованої масляної системи охолодження трансформаторів

Найбільш поширеною нині для силових трансформаторів і електричних реакторів являється комбінована масляна СО так званих видів М/Д/ДЦ/МЦ із застосуванням плоскоштампованих радіаторів. Поєднання умов природного охолодження радіаторів (М), примусового обдування повітрям панелей радіаторів вентиляторами (Д), примусового руху масла масляними насосами (Ц) визначає складність теплових і гідравлічних процесів, як в СО, так і усередині бака.

Для радіаторної СО в роботах [1, 16] детально представлено теоретичні основи, приклади конкретних розрахунків для умов теплообміну з природним та примусовим рухом масла та повітря.

Розроблено теоретичні методи розрахунку теплових процесів в масляних каналах секцій радіаторів і в повітряних каналах між секціями та з зовнішніх поверхонь секцій, аналогічно, – і для поверхонь баку. Методи ґрунтуються на рівняннях теплового балансу, критеріальних визначеннях умов ламінарного чи турбулентного руху масла, повітря, на визначеннях залежних від температур втрат тиску, на дослідженнях розподілів швидкостей, температур та ізотерм в каналах і т.п. Підвищена складність розрахунків обумовлена також значними нелінійними залежностями основних властивостей середовищ від температури, особливо кінематичної в'язкості масла (рис. 1.8).

В цьому розділі представлено аналітико-емпіричну інженерну методику розрахунку комбінованої СО видів М/Д/ДЦ/МЦ. Під розрахунком масла і СО розуміється розрахунок перевищень температури середнього, верхнього масла в баку над температурою охолодного середовища (ТОС), перевищень над маслом і над ТОС середньої температури найбільш нагрітої обмотки (ННО) і її найбільш нагрітої точки (ННТ), вибір кількості і параметрів радіаторів за умов забезпечення норм нагріву і оптимальної вартості СО.

Основні положення методики розрахунку. Детально конструкція радіаторів представляється в каталогах виробників, наприклад, відомої фірми MENK. Аналогічні радіатори інших фірм – ENERGETICA, BAYSAN, TIANTONG, MARANGONI, TTP, CTR є практично взаємозамінними, хоча і мають незначні відмінності, зокрема, в значеннях поверхні тепловіддачі.

Також однотипною є інформація постачальників про теплові характеристики радіаторів. В якості базової характеристики повідомляється тепловіддача радіаторів, проте, тільки для виду охолодження М. Для інших видів СО метод розрахунку встановлюється виробником трансформаторного устаткування [17].

По виду установки СО розрізняють: навісну без колектора, навісну на колекторі, виносну на фундаменті; за способом обдування СО – виду Д, ДЦ: з горизонтальним (поперечним) і з вертикальним обдуванням вентиляторами панелей радіаторів.

В наведеній нижче методиці використовуються наступні скорочення та позначення: T – температура, $T_{ОХ}$ – тип СО (М, Д, ДЦ, МЦ), МО – відстань між осями патрубків радіатора, $n_{П}$ – кількість панелей в радіаторі, $S_{Р}$ – площа поверхні тепловіддачі радіатора, $R_{Р}$ – розрахункова відстань між парубками сусідніх радіаторів, $H_{О}$ – висота ННО по металу, $Y_{О}$ – координата низу ННО від дна бака, A – підвищення радіатора над баком (рис. 10.1), $H_{Б}$ – висота бака, P – сумарні втрати; перевищення, К: $\Delta t_{ОБ_МС}$ – середньої Т ННО над середньою Т масла в баку, $\Delta t_{ННТ_МВ}$ – Т ННТ ННО над Т верхнього масла, $\Delta t_{МС_ОС}$ – середньої Т масла в баку над

ТОС; нормовані перевищення над ТОС, К: [$\Delta t_{\text{МВ_ОС}}$] – Т масла в верхніх шарах бака, [$\Delta t_{\text{ОБ_ОС}}$] – середньої Т ННО, [$\Delta t_{\text{ННТ_ОС}}$] – Т ННТ ННО.

Відстань між центрами розташування ННО і радіатора визначається розмірами по рис. 10.1

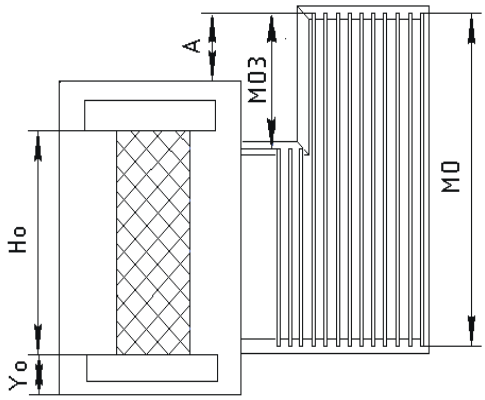


Рис. 10.1

$$H_{\text{Ц}} = H_{\text{Б}} - \text{Y}_{\text{О}} + A - \left(H_{\text{О}} + \text{МО}\right)/2\,. \qquad (10.1)$$

В якості температурних параметрів вхідними даними є нагріви ННО, ННТ і нормовані перевищення температур над ТОС. За даними постачальників визначається площа тепловіддачі поверхні радіаторів залежно від міжосьової відстані і числа панелей в радіаторі. Приміром, радіатори фірми MENK характеризуються площею поверхні тепловіддачі

$$S_{\text{Р}}=(0.001128\ \text{МО} - 0.017)n_{\text{П}}. \qquad (10.2)$$

У радіаторах типу «goose neck», в яких перші три панелі від баку мають менший розмір, ніж всі зовнішні (рис. 10.1), площа визначається формулою

$$S_{\text{Р}}=S_{\text{Р}}(\text{МО},n_{\text{П}}-3)+ S_{\text{Р}}(\text{МО-МО3},3). \qquad (10.3)$$

Також постачальниками повідомляється залежність питомої потужності тепловіддачі «базового» радіатора в умовах охолодження М від перевищень середньої температури масла в баку над ТОС

$$\hat{q}_P = \hat{f}\left(\Delta t_{MC_OC}\right). \qquad (10.4)$$

По відношенню до теплової характеристики «базового» радіатора також повідомляються залежності, що враховують:

− взаємне розташування радіаторів $k_{\text{Р}}\left(R_{\text{Р}}\right)$ − рис. 10.2,

− відстань між осями патрубків радіатора $k_{\text{МО}}(\text{МО})$ − рис. 10.3,

– кількість панелей радіатора $k_{П}(n_{П})$ – рис. 10.4,

– розташування центрів обмотки і радіатора $k_{Ц}(H_{Ц})$ – рис. 10.5.

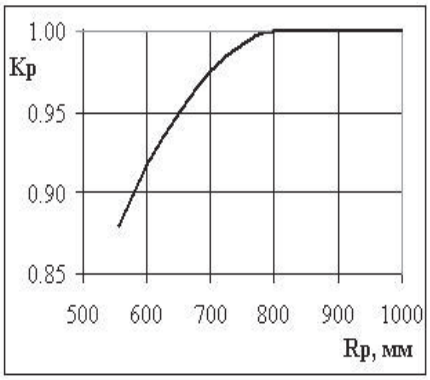


Рис. 10.2

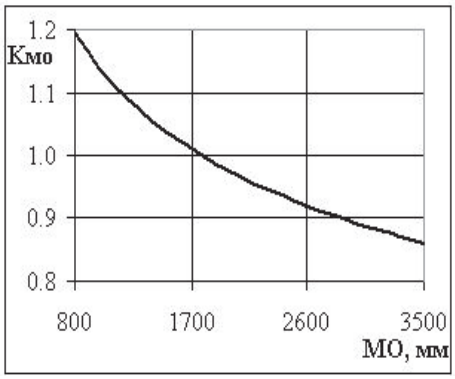


Рис. 10.3

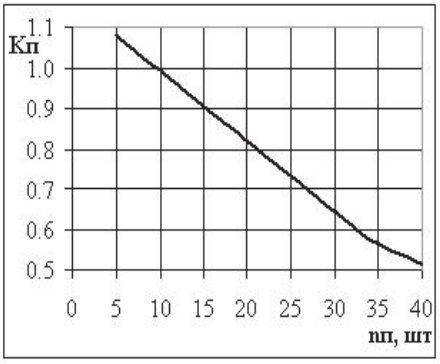


Рис. 10.4

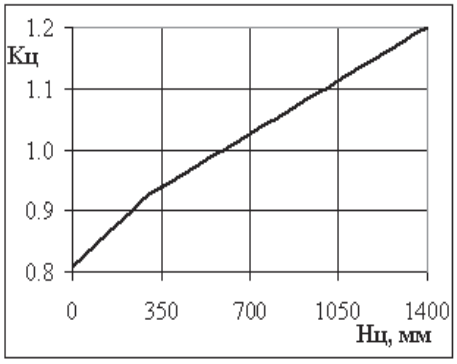


Рис. 10.5

Вказаним «базовим» радіатором визначається радіатор в умовах роботи СО типу М зі значеннями міжосьового розміру МО і числа панелей $n_{\text{П}}$, при яких поправочні коефіцієнти $k_{MO}(MO)$ і $k_{П}(n_{\text{П}})$ дорівнюють 1.0.

Порівнянням результатів розрахунків і систематизованих даних випробувань значного числа силових трансформаторів і електричних реакторів встановлено поправочні коефіцієнти. Вони враховують:

– вид охолодження СО (М, Д, ДЦ) k_{OX},

– вид обдування СО (вертикальний, поперечний) $k_{\text{ВО}}$,

– кількість вентиляторів в групі СО, з урахуванням вертикального або поперечного обдування k_{B},

– тип конструкції установки СО (навісна, колекторна, виносна) k_{K},

− висоту радіатора при вертикальному обдуванні k_{MO_B}.

Загальний коригувальний коефіцієнт визначається сукупністю коефіцієнтів

$$k_{корр} = f(k_P, k_{MO}, k_П, k_Ц, k_{OX}, k_{BO}, k_B, k_K, k_{MO_B}). \quad (10.5)$$

Таким чином, потужність тепловіддачі радіатора встановлюється залежно від перевищення середньої температури масла в баку над ТОС через базову потужність (10.4) і загальний коригувальний коефіцієнт (10.5)

$$q_P = \hat{q}_{\text{Р}}\ (\Delta t_{MC_OC}) k_{корр}. \quad (10.6)$$

При розрахунках по заданих сумарних втратах в трансформаторі частину втрат відносять [1, 16] на тепловіддачу поверхнею бака. Використовуються емпіричні залежності тепловіддачі бака традиційних конструкцій від перевищення середньої температури масла в баку над ТОС

$$q_Б = A\Delta t^B_{MC_OC}. \quad (10.7)$$

Постійні *A, B* залежать від виду охолодження, узагальнюють характерне для трансформаторів з вертикальним розташуванням активної частини співвідношення вертикальної і горизонтальної поверхонь тепловіддачі бака, закриття поверхні баків елементами жорсткості, розташування розширників масла, традиційні види фарбування (ступінь чорноти), тобто чинники, які, можуть визначати КТВ трансформаторних баків конвекцією і випромінюванням.

Множенням питомої тепловіддачі бака на його розрахункову поверхню визначається теплова потужність, що розсіюється баком

$$Q_Б = q_Б S_Б. \quad (10.8)$$

Спеціальними дослідженнями, у тому числі на стендах з натурними радіаторами, визначено [21,23] коефіцієнти $kt_{B/C}(k_{PO})$, що встановлюють, залежно від відносного розташування центру радіатора і висоти обмотки $k_{PO} = H_Ц / H_O$, перевищення температури масла у верхніх шарах в баку над ТОС через середню температуру масла в баку для різних СО

$$\Delta t_{MB_OC} = kt_{B/C}(k_{PO}, T_{OX}) \cdot \Delta t_{MC_OC}. \quad (10.9)$$

Завдання інженерних розрахунків. З використанням наведених вище параметрів вирішуються два інженерних завдання. Перше - по температурних обмеженнях визначити необхідне число радіаторів. Друге - при відомому числі радіаторів визначити температурні параметри.

Для першого завдання визначається наближена кількість радіаторів за формулою

$$N_P = \left(P - Q_Б\right) / \left(q_P \, S_P\right) \tag{10.10}$$

На цій основі приймається початкова для розрахунків кількість радіаторів $N_{ПР} \approx N_P$. Розв'язком трансцендентного рівняння

$$N_{ПР} = \left(P - Q_Б(x)\right) / \left(q_P(x) \, S_P\right) \tag{10.11}$$

находиться його корінь $x = \Delta t_{MC_OC}$ – перевищення середньої температури масла в баку над ТОС. Обчислюються перевищення середньої температури обмотки і її ННТ над ТОС

$$\Delta t_{ОБ_OC} = \Delta t_{MC_OC} + \Delta t_{ОБ_MC} \tag{10.12}$$

$$\Delta t_{ННТ_OC} = \Delta t_{MB_OC} + \Delta t_{ННТ_MB} \tag{10.13}$$

Залежно від середньої температури масла в баку Δt_{MC_OC} і k_{PO} по формулі (10.9) визначається перевищення температури масла у верхніх шарах в баку над ТОС і перевіряються умови відповідності розрахункових значень нормованим

$$\Delta t_{MB_OC} < [\,\Delta t_{MB_OC}\,],\ \Delta t_{ОБ_OC} < [\,\Delta t_{ОБ_OC}\,],\ \Delta t_{ННТ_OC} < [\,\Delta t_{ННТ_OC}\,]. \tag{10.14}$$

Якщо яка-небудь з умов (10.14) не виконується, то уточняється розрахункова кількість радіаторів $N_{ПР}$ і розрахунок повторюється по алгоритмах (10.11), (10.12).

Зауважимо, що на стадії розрахунку (10.11) необхідно припустити деяке значення середньої температури масла в баку для того, щоб по залежностях (10.7), (10.8) визначити потужність, що розсіюється поверхнею бака. Вказане уточнюється рядом послідовних наближень.

Згідно технічних вимог на устаткування можливий режим Д, при якому для частини радіаторів n^M відключаються вентилятори і вони працюють в умовах М, а решта радіаторів $n^Д$ – працює в режимі Д. Умовно такий режим позначають Д1.

У разі вертикального обдування за конструктивними параметрами обчислюються коригувальні коефіцієнти $k^M_{корр}$ и $k^Д_{корр}$ для режимів М і Д. Коригувальний коефіцієнт для режиму Д1 визначається усередненням

$$k^{Д1}_{корр} = \left(k^M_{корр} * n^M + k^Д_{корр} * n^Д\right) / \left(n^M + n^Д\right). \tag{10.15}$$

При поперечному обдуванні режим Д1 характеризується відключенням одного з двох вентиляторів на групі радіаторів, що визначає значення коефіцієнта $k_{корр}^{Д1}$ за рахунок відповідного значення коефіцієнта k_B.

Для вказаних режимів Д1 згідно з процедурами (10.12), (10.13) проводиться розрахунок нагріву ННО і ННТ. При цьому перевищення температури верхнього масла приймається по (10.9) для виду охолодження Д.

Якщо розраховується режим МЦ, то перевищення температури верхнього масла приймається по залежності (10.9) для виду охолодження ДЦ, інші параметри - по виду М.

Зрештою, в першому завданні для заданого числа режимів роботи трансформатора з відповідними рівнями втрат і видів охолодження встановлюється мінімальне число радіаторів, яке забезпечує норми нагріву (10.14).

Для другого завдання, при заданому числі радіаторів, по (10.12) − (10.13) виконується перевірний розрахунок СО і отримані температури зіставляються з контрольними (10.14).

Програмно-методичне забезпечення. Для промислового проектування трансформаторного устаткування розроблено ПМК [15], що забезпечують розрахунок:

RCO - комбінованої системи М/Д/ДЦ/МЦ з плоско штампованими радіаторами за методикою даного розділу,

RMD - систем М і Д з прямотрубними радіаторами [21],

ODC - системи ДЦ з оребреними трубчастими радіаторами [22],

OWF - системи Ц з масляно-водяним охолодженням [23].

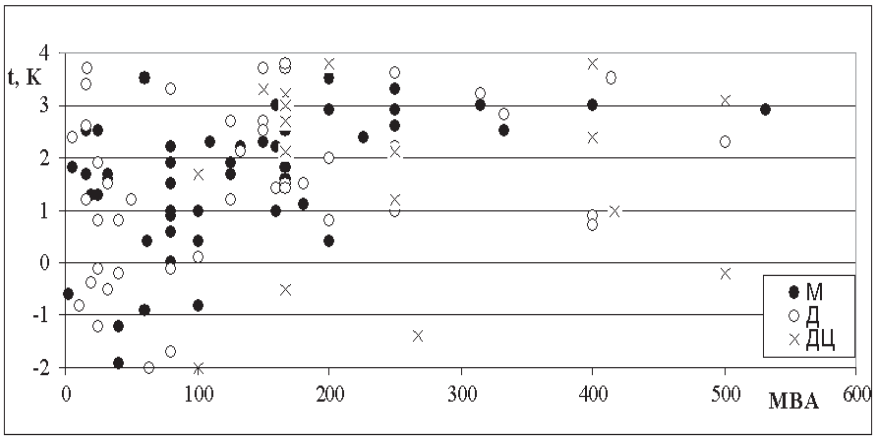


Рис. 10.6

Зіставлення з даними вимірів. В якості прикладу, на рис. 10.6 показано вибірки різниці Δt розрахункових і виміряних перевищень температур середнього масла в баку над ТОС виготовлених в останні роки різного типу трансформаторів потужністю від 2.5 до 532 МВА, класів напруги від 15 до 765 кВ. Експериментальні дані в режимі М наведено для 53 типів трансформаторів, в режимі Д – для 45, в режимі ДЦ – для 19 типів.

Представлені відхилення результатів розрахунку і вимірів носять випадковий характер, не залежний від потужності трансформаторів. Розрахункові значення відрізняються від виміряних, в основному, в межах 2-3 К, в більшості випадків розрахунок перевищує виміри - в запас. При цьому, для цих вибірок трансформаторів мають місце відмінності в конструктивному виконанні, що відбивається в значному діапазоні величин коригувальних коефіцієнтів (10.5). Так для представлених вибірок конструкцій трансформаторів і їх СО ці коефіцієнти набувають значень для режиму М від 0.38 до 0.96, для режиму Д - від 0.60 до 2.52, для режиму ДЦ - від 2.08 до 4.80.

Розрахункова оптимізація радіаторів. Зазвичай вимогами замовника визначається структура СО − вид і розміщення СО на трансформаторі. Тому представляє інтерес параметрична оптимізація радіаторів, наприклад, за значенням МО і числу панелей в радіаторі.

Приймаються заданими структурні дані трансформатора і СО: розподіл сумарних втрат по режимах охолодження, розміри бака, розміри і температури ННО, ННТ, відносне розташування радіаторів і ННО, нормовані допустимі перевищення температур і т. д.

Незалежно один від одного варіюються, в допустимих діапазонах, значення міжосьового розміру (дискретні дані) і число панелей в радіаторі. Для кожного з поєднань вказаних варійованих параметрів визначається необхідне число радіаторів, яке забезпечує виконання норм (10.14).

Як було відмічено раніше, значною мірою представлений метод розрахунку ґрунтується на традиційній комплектації СО.

Так для СО Д/ДЦ при вертикальному обдуванні на один радіатор може встановлюватися один або два вентилятори. При поперечному обдуванні застосовується два вентилятори на групу з двох, трьох або чотирьох радіаторів. Також певному числу радіаторів відповідає число масляних насосів для СО ДЦ, МЦ.

Вказані принципи комплектації дозволяють для усіх варіантів розрахункового числа {КР} радіаторів визначити число вентиляторів $K_В$ і масляних насосів $K_М$, а за відомою їх вартістю − сумарну вартість СО $\{C\text{со}\}=\{C_Р\ K_Р + C_В\ K_В + C_М\ K_М\}$. З отриманого масиву вартостей визначається варіант з мінімальною вартістю Ссо_min=min{Ссо}.

Значення міжосьового розміру і число панелей цього варіанту і визначають найбільш раціональну конструкцію радіаторів.

10.2. Визначення коефіцієнтів тепловіддачі з поверхонь елементів конструкції

При теплообміні в маслі КТВ визначається [7] через критерій Нуссельта Nu, коефіцієнт теплопровідності λ і характерний лінійний розмір охолоджуваної поверхні h

$$\alpha = Nu\,\lambda\,h^{-1}, \quad Nu = C(GrPr)^n, \qquad Gr = g\beta\Delta\theta\,h^3\nu^{-2}, \quad Pr = \rho\nu c\lambda^{-1} \tag{10.17}$$

де Gr, Pr – критерії Грасгофа і Прандтля; ρ, c та β – щільність, теплоємність і об'ємний коефіцієнт розширення, ν – кінематична в'язкість охолодного середовища, $\Delta\theta$ – перепад температур між поверхнею, що нагрівається і охолодним середовищем, g – прискорення вільного падіння, C, n – емпіричні коефіцієнти, залежні від величини $GrPr$. Значення коефіцієнтів C, n для вертикальної пластини у великому об'ємі з вільним рухом охолодного середовища, за різними джерелами представлено в табл. 10.1.

Таблиця 10.1 - Значення коефіцієнтів C, n у критерії Нуссельта

Тип руху середовища	Джерело	Діапазон $GrPr$	Охолодне середовище	C	n
Плівковий	[10]	$1\cdot10^{-3}$	рідина	0.5	0
Перехідний до ламінарного	[10]	$1.1\cdot10^{-3} - 5\cdot10^{2}$	рідина	1.18	0.125
Ламінарний	[10]	$5\cdot10^{2} - 2\cdot10^{7}$	рідина	0.54	0.25
	[7]		повітря	0.525	0.25
	[16]	$5\cdot10^{2} - 2\cdot10^{7}$	масло	0.54	0.25
	[14]		рідина	0.63	0.25
Турбулентний	[10]	$2\cdot10^{7} - 1\cdot10^{13}$	рідина	0.135	0.333
	[7]		масло	0.129	0.333
	[34]	$10^{9} - 10^{13}$	повітря, масло	0.021	0.4

Розрахункові формули для КТВ на поверхнях елементів конструкції в масло наведено в табл. 10.2. В перших трьох пунктах табл. 10.2 отримано вирази для КТВ по параметрах C, n з джерел [7, 14], параметрах масла [16]

в діапазоні температур (30 – 100 ^{0}C) і характерному геометричному параметрі $h = 2\,м$ з використанням визначень (10.17).

У пунктах 4-6 таблиці вказано вирази, що використовуються в галузевих методиках [15]. Для порівняння формули за різними джерелами представлені залежно від перевищення температур при $q = \alpha \cdot \Delta\theta$.

Аналіз табл. 10.2 підтверджує висновок [16] про те, що в номінальних умовах охолодження трансформаторного устаткування практичними КТВ являються ті, які визначаються середніми між ламінарними і турбулентними умовами руху масла.

Для окремих випадків може бути проведено чисельні дослідження КТВ CFD-моделюванням із застосуванням ПЗ ANSYS FLUENT.

Таблиця 10.2 – Розрахункові формули КТВ в масло, Вт/(м^2 К)

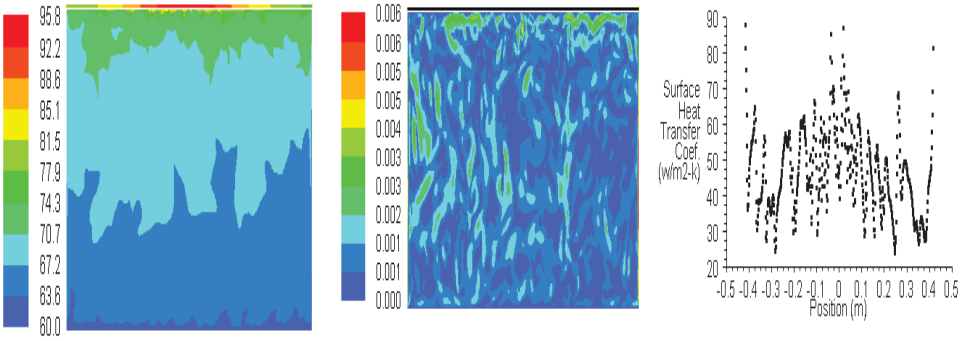
Елемент	Залежності $\alpha(\Delta\theta)$
1 Тіло з постійними втратами в середовищі з постійною температурою [7]	$\alpha = 50\Delta\theta^{0.25}$
2 Поверхня вертикальної стінки [14]	$\alpha = 21.7\Delta\theta^{0.25}$
3 Вертикальна стінка бака [34]	$\alpha = 70$
4 Бак, пресувальні кільця, неактивні деталі [15]	$\alpha = 44.7\Delta\theta^{0.25}$
5 Остов МС [15]	$\alpha = 55.9\Delta\theta^{0.25}$
6 Відведення [15] для систем охолодження М і Д – вертикальні – горизонтальні для систем охолодження ДЦ – вертикальні – горизонтальні	 $\alpha = 11.4\Delta\theta^{0.667}$ $\alpha = 6.3\Delta\theta^{0.667}$ $\alpha = 19.3\Delta\theta^{0.493}$ $\alpha = 11.3\Delta\theta^{0.493}$
7 CFD-моделювання (рис. 10.8), вертикальна пластина – турбулентна модель, – ламінарна модель	 $\alpha = 41.9\Delta\theta^{0.345}$ $\alpha = 24.2\Delta\theta^{0.315}$

В якості прикладу виконано експериментальні і розрахункові дослідження спеціальної фізичної моделі у вигляді виготовленої з конструкційної феромагнітної сталі протяжної ванни, заповненої трансформаторним маслом. Вертикальний переріз ванни показано на рис. 10.7. Усередині ванни паралельно її кришці розташовано відведення із струмом промислової частоти. Величина струму і відстань між відведенням і кришкою підібрані з умови, при якій нагрів кришки (червона полоса температур) відповідає значенням, що спостерігаються зазвичай на баку трансформатора при його роботі в номінальних режимах.

На рис. 10.7а показано розрахунковий розподіл температур, який на поверхні кришки досить близький до величин, що отримані дистанційним

вимірником температур (тепловізором). Найбільший нагрів близько 96 ^{0}C зосереджений в центрі кришки − відповідно до характеру виділення втрат від магнітного поля відведення.

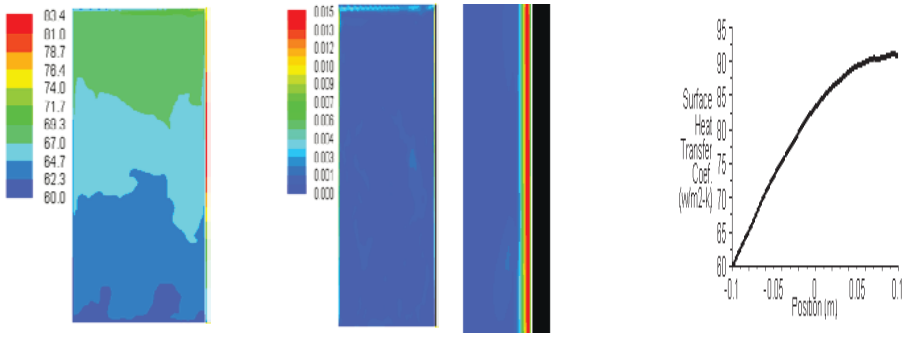
Поле швидкостей масла (в м/с), показано на рис. 10.7б, має неоднорідний характер з більшими значеннями біля поверхні кришки. При цьому, розрахунковий розподіл КТВ на верхній площині по рис. 10.7в має значні коливання, що пояснюється нестійким рухом масла поблизу горизонтальної поверхні. У зоні найбільших нагрівів КТВ складає величину близько 70 Вт/(м^2 К).



а) б) в)

Рис. 10.7

На рис. 10.8 представлено результати CFD-дослідження подібної розрахункової моделі, але з проходженням відведення паралельно її вертикальної стінки. Інтенсивність і характер виділення на стінці втрат від магнітного поля відведення відповідає моделі по рис. 10.7.



а) б) в)

Рис. 10.8

На рис. 10.8а показано розподіл температур, на рис. 10.8б - поле швидкостей: в лівій частині – в моделі, в правій показано збільшений фрагмент з найбільшою швидкістю поблизу поверхні стінки. На рис. 10.8в

наведено розподіл КТВ по висоті стінки. Зростання КТВ до певного сталого значення є досить плавним, що пояснюється стійким рухом масла з характерним полем швидкостей [16] у вузькій смузі поблизу охолоджуваної вертикальної поверхні. На ділянці стінки в межах ±0.1 м від точки з найбільшим нагрівом КТВ змінюється від 60 до 90 Вт/(м^2 К). Отримано зниження максимального нагріву до 84 ^{0}С, що кореспондується із збільшенням КТВ в центральній точці приблизно до 85 Вт/(м^2 К).

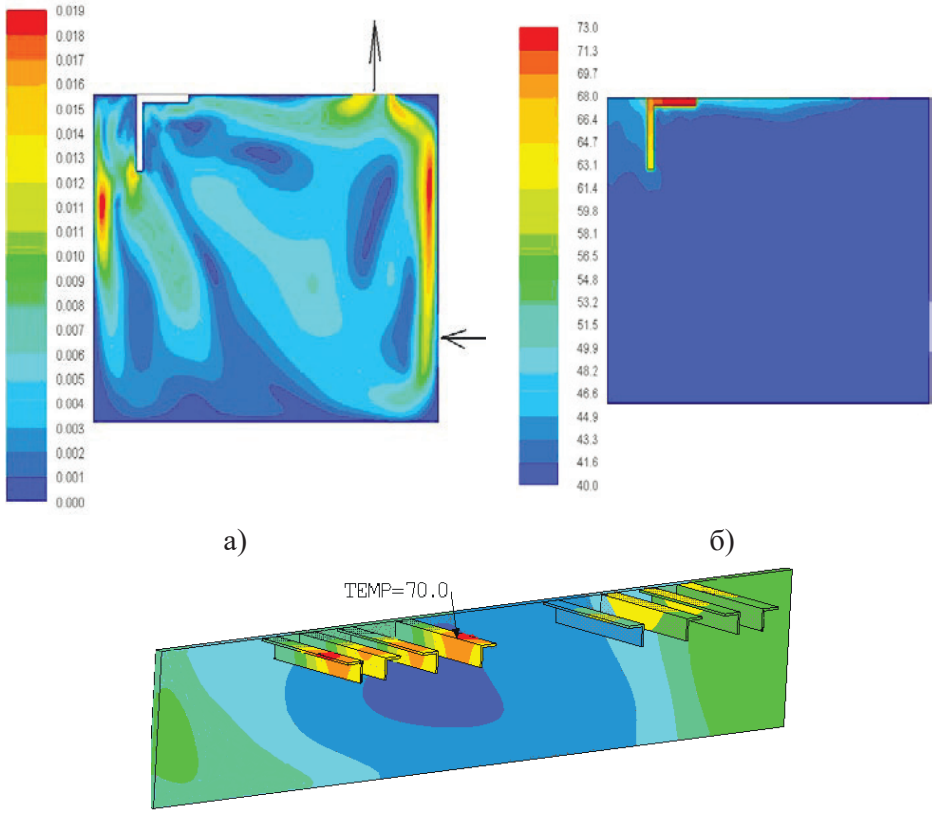


Рис. 10.9

Визначення КТВ CFD-моделюванням апробовано для перетворювального трансформатора 45 МВА при розрахунку нагріву горизонтальних опорних ребер, які кріпляться на стінці нижньої ярмової балки під обмотками (рис. 10.9). Розташування опорного ребра в активній частині трансформатора разом з вертикальними поверхнями ярмової балки (ліва стінка моделі) та баку (права стінка моделі) і нижньою площиною дна бака дозволяють розглянути розрахункову плоскопаралельну CFD-модель – рис. 10.9а.

На верхній площині моделі відсутня теплопередача в силу розташування масивної ярмової ізоляції з електрокартону безпосередньо на горизонтальних поверхнях ребер. Розподіл поля швидкостей масла і поля температур показано на рис. 10.9а і 10.9б. Напрями входу і виходу масла в моделі показано стрілками, швидкість на вході 0.001 м/с.

Дослідження з використанням вказаної CFD-моделі забезпечили визначення усереднених значень КТВ на ребрах і стінці балки, які було використано при розрахунку комплексної електромагнітної та теплової моделі спільного нагріву вертикальної стінки нижньої ярмової балки трансформатора і системи опорних ребер під обмотками. Виміряні термопарами температури горизонтальних полиць ребер над маслом складають близько 40 ^{0}C і відповідають результатам розрахунку по рис. 10.9в, найбільша температура стінки балки досягає 70 ^{0}C.

При повітряному охолодженні нагрітих тіл КТВ в повітря визначається сумою складових на випромінювання і конвективного теплообміну $\alpha = \alpha_n + \alpha_к$. Для обчислення променистої складової КТВ в повітря в [1, 7, 16] використовується наступний вираз

$$\alpha_n = 5.77\varepsilon\left(T_c - T_{oc}\right)^{-1}\left[\left(T_c/100\right)^4 - \left(T_{oc}/100\right)^4\right] \quad , \qquad (10.18)$$

де $\varepsilon = 0.95$ – коефіцієнт поглинання для забарвлених поверхонь, наприклад, сірого, чорного, зеленого кольорів. T_c і T_{oc} – абсолютні температури поверхні та довкілля.

Конвективна складова КТВ в повітрі залежить від умов охолодження. Так, для поверхонь без обдування використовуються, зокрема, наступні визначення [16]

$$\alpha_к = 10^4\sqrt{\Theta^{-1}T_{oc}h}\,, \qquad \alpha_K = 1.3\Theta^{0.33} \qquad , \qquad (10.19)$$

де Θ – перевищення температури стінки над T_{oc}, h – висота вертикальної нагрітої стінки.

Для умов з обдуванням конвективний КТВ в повітря при малих швидкостях $\upsilon \le 5\,м/с$, температурі охолодного середовища $T_{oc} = 20\,^0C$ і середній температурі поверхні тіла $T_C = 50\,^0C$, оцінюється по спрощених формулах [7]: $\alpha_K \approx 5.7 + 4\upsilon$ – для гладких поверхонь, $\alpha_K \approx 6.2 + 4.2\upsilon$ – для шорстких поверхонь.

Конвективний КТВ від стінок бака до навколишнього повітря може бути також визначено при температурі повітря, що оточує бак T_B та температурі поверхні баку $T_П$ по емпіричній залежності [2]

$$\alpha_K = A\cdot\sqrt[3]{\left|T_B - T_П\right| + 60\upsilon_B^2/h}\,. \qquad (10.20)$$

Коефіцієнт A залежить від розташування, температури і теплопровідності поверхні, що віддає тепло. При температурі поверхні близько 20 ^{0}С коефіцієнт A має такі значення: для вертикальної поверхні конструкційної сталі A = 1.66; для горизонтальної поверхні, оберненої вниз A = 1.16; для горизонтальної поверхні, оберненої вгору A = 2.26.

У таблиці 10.3 приведено значення КТВ, які отримано по виразах (10.18) − (10.20) при температурі охолодного середовища 20 ^{0}С, середній температурі поверхні 50 ^{0}С, швидкості повітря 2 м/с і висоті $h = 2\,м$.

Таблиця 10.3 - Значення КТВ в повітря, Вт/(м^2 К)

Джерело, умови	$\alpha_п$	$\alpha_к$	α
Природне охолодження:			
[34]	–	–	13.0
[1, 7]	6.4	4.8	11.2
[1, 16]	6.4	4.0	10.4
Примусове охолодження:			
[7] – гладка поверхня			13.7
– шорстка поверхня			14.6
[19] – вертикальна стінка		8.8	14.4
– горизонтальна вниз	5.6	6.2	11.8
– горизонтальна вгору		12.0	17.5

Таблиця 10.3 підтверджує відоме положення про те, що при природному охолодженні визначальною є тепловіддача на випромінювання, при примусовому – на конвекцію.

10.3. Теплова модель нагріву масла в вертикальному каналі

З метою уточненого розрахунку нагрівів внутрішніх пакетів стрижнів (ярем) МС трансформаторів, – не по спрощеним значенням нижнього та верхнього масла в баку, а по температурам масла, прилеглого безпосередньо до пакетів, в [4, 24] застосовано теплову модель нагріву та підняття масла в вертикальному каналі прямокутного перерізу $a \times b$, видовженого по прилеглій до пакетів стороні розміром a – рис. 10.10. Використовується рівняння теплового балансу та визначення перепаду тиску по довжині каналу під дією зміни температури.

Для внутрішніх поверхонь пакетів стрижня такі канали мають двосторонній підігрів від пакетів з поверхневою щільністю теплового потоку q. Зазначимо в цьому випадку кількість сторін з тепловим потоком $k_q=2$. Для каналу, прилеглого до зовнішньої поверхні стрижня, тепловий потік q направлений лише з поверхні стрижня, тому $k_q=1$.

Приймається, що у вертикальних каналах стрижнів має місце природна конвекція масла, а рух самостабілізований, оскільки висота каналу багато більша гідравлічного діаметру.

Таким чином, розглядається рух, нагрів масла в вертикальному каналі прямокутного перерізу з розмірами $a \times b$ і висотою H (рис. 10.10) при умові, що відомі абсолютна температура масла t_b на вході в канал (внизу) та її перевищення $\theta_b = t_b - t_a$ над температурою t_a зовнішнього охолодного середовища. По поверхні каналу з розміром a тепловий потік з поверхневою щільністю q передається маслу, що протікає в каналі.

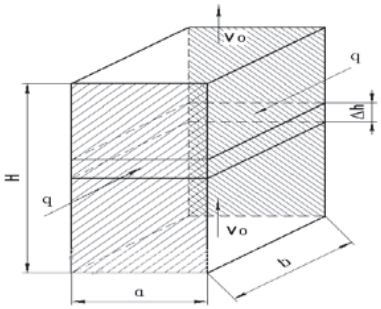


Рис. 10.10

Кількість теплоти ΔQ, що передається за час H / u_0 елементарному об'єму масла заввишки Δh через k_q стінок шириною a при середній швидкості масла u_0, визначається формулою

$$\Delta Q = k_q \, q \, a \, \Delta h \, H / u_0 . \qquad (10.21)$$

Ця кількість тепла визначається також об'ємом масла $a b \Delta h$, його щільністю ρ, теплоємністю c та перевищенням температури θ_H на висоті H

$$\Delta Q = a b \Delta h \, \rho c \, \theta_H . \qquad (10.22)$$

Прирівнюючи праві частини (10.21) і (10.22), отримуємо залежність θ_H від u_0

$$\theta_H = \frac{k_q q H}{b \rho c u_0} . \qquad (10.23)$$

Втрати тиску за рахунок опору тертя по довгому прямокутному каналу постійного поперечного перерізу обчислюються за формулою А. Дарси-Ю. Вейсбаха [13,16]

$$\Delta P_{fr} = \chi \frac{h}{d_r} \frac{\rho u_0^2}{2g} \quad , \qquad (10.24)$$

де гідравлічний діаметр каналу $d_r = 2ab/(a+b)$, g – прискорення вільного падіння.

Коефіцієнт опору тертя одиниці відносної довжини каналу для кругової труби через критерій Рейнольдса при ламінарному руху рідини визначено в [13] формулою $\chi = 64/Re$, де $Re = u_0 d_r/\nu$. Додатково для каналу прямокутного перерізу вводиться поправочний множник k_r, який залежить від співвідношення $\zeta = b/a$. Графічну залежність з довідника [13] та її апроксимацію поліномом показано на рис. 10.11.

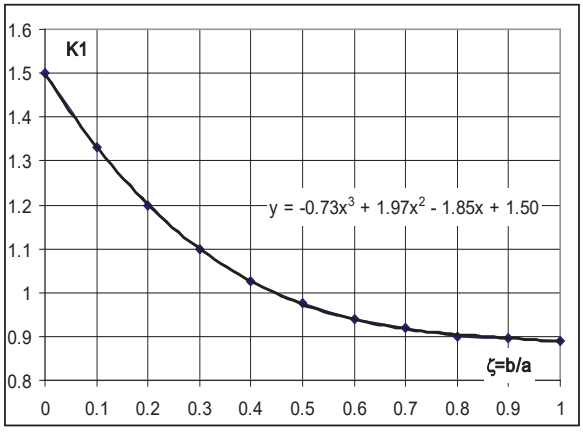


Рис. 10.11

Підставивши відповідні величини в (10.24), отримуємо

$$\Delta P_{fr} = 64 k_r \frac{h \rho u_0}{d_r^2 2g} \overline{\nu} \quad , \qquad (10.25)$$

де $\overline{\nu}$ - середнє значення в'язкості ν по довжині каналу.

З іншого боку, визначимо перепад тиску, який створюється зменшенням щільності масла в каналі від нагріву. Залежність щільності масла від температури виражається через щільність ρ_0 при температурі на вході в канал, температурний коефіцієнт β та перевищення $\overline{\theta}$ температури масла в каналі на висоті h над температурою масла на вході в канал $\rho = \rho_0(1 - \beta\overline{\theta})$. У разі необмеженого об'єму масла поза каналом з температурою рівній температурі на вході в канал на висоті h створюється перепад тиску в каналі

$$\Delta P = \rho_0 \beta \int_0^h \overline{\theta}(z) dz \, . \qquad (10.26)$$

З достатньою точністю можна прийняти, що $\overline{\theta}(z) = \theta_H z/H$. Додатково приймається, що при обмеженому зовнішньому об'ємі масла його середня

температура в каналі вища за температуру на вході на певний коефіцієнт, який залежить від виду СО і інших чинників. Емпірично для трансформаторів визначено [4, 24] значення коефіцієнту k_{co} для систем охолодження М, Д, Ц, відповідно: 0.5, 0.64, 0.9. Тому отримуємо

$$\Delta P = 0.5\rho_0 \beta \theta_H h^2 k_{co} / H . \qquad (10.27)$$

При сталій швидкості повинна виконуватися умова рівності перепаду тисків $\Delta P_{fr} = \Delta P$, з якої знаходимо перевищення температури масла на висоті h каналу над температурою масла на вході в канал [4]

$$\theta(h) = \sqrt{64 k_r k_q}\, \frac{h}{d_r} \sqrt{\frac{q\,\overline{\nu}}{bH\beta\rho_0\, c\, g k_{co}}} . \qquad (10.28)$$

Зауважимо, що в формулі (10.28) залежними від температури є всі параметри фізичних властивостей масла: лінійного розширення, питомої густини, теплоємності (рис. 1.9), а, особливо, – в'язкості (рис. 1.8).

Приймається [4, 24], що крім в'язкості, решта із вказаних параметрів можуть бути визначені постійними значеннями за прогнозованою середньою температурою в каналі і уточнені, при необхідності. Середнє значення в'язкості для каналу висотою h визначається інтегруванням [4, 16, 24]

$$\overline{\nu} = \int_0^h \nu\left(t_b + \theta(h)\right) dh . \qquad (10.29)$$

Взаємні залежності (10.28), (10.29) уточняються послідовними наближеннями [24], або визначаються розв'язком відповідного трансцендентного рівняння.

Зауважимо, що для поперечних каналів стрижня вказаний в формулі (10.25) коефіцієнт опору χ уточняється [24] додатково, так як по висоті каналу наявні ділянки двох типів. Одна ділянка залишається вільною (подібно до подовжнього каналу), наступна ділянка містить лист з горизонтальними прокладками, розташованими в почережному порядку. Це створює умови для виникнення різної довжини лінії потоку масла та швидкості його руху. По висоті стрижня такі канали мають різні ширини та гідравлічні діаметри.

Відповідні особливості враховуються [24] і для каналів на зовнішній поверхні стрижня, так як вони утворюються ступеневою поверхнею пакетів та горизонтальними бандажами і прилеглим ізоляційним циліндром.

Для прикладу, наведемо результати розрахунку перевищень температури над ТОС в каналах центрального пакету на висоті стрижня $h = H$, які представлено в [4, 24]: в подовжніх каналах перевищення дорівнюють (К) – 24.2, 24.2, в поперечному каналі – 23.4, в каналі на поверхні стрижня – 11.4. Останнє значення зменшене за рахунок одностороннього нагріву потоку в каналі лише з поверхні стрижня. За результатами теплового розрахунку масла в баку це перевищення складає 26.2 К.

Вказану нерівномірність температур масла в прилеглих каналах необхідно враховувати при розрахунку нагріву анізотропного пакету стрижня МС, а також при розрахунку нагріву провідних полос електростатичних екранів (див. розділ 11).

10.4. Розрахунок нагріву обмоток з фольги та стрічки методом розділення змінних

Фольгові обмотки (ФО) нижчої напруги (НН) розподільних трансформаторів намотуються з алюмінієвої стрічки, ширина якої дорівнює висоті обмотки. Витки стрічки ізолюються шарами паперу (рис. 10.12). Через прокладки і ізоляційний циліндр ФО спираються на стрижні МС трансформатора.

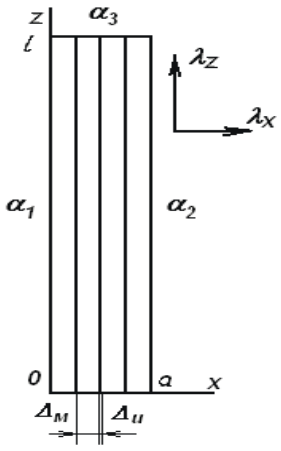


Рис. 10.12

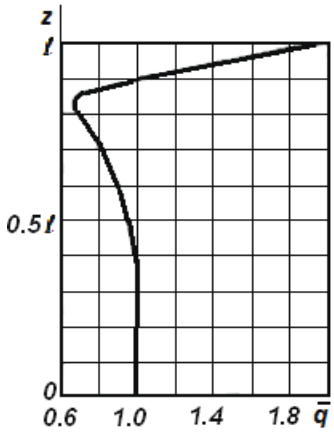


Рис. 10.13

Верхня і нижня торцеві поверхні обмотки ізолюються шайбами з електрокартону. Для охолодження використовується природна циркуляція масла. Особливостями ФО є значна анізотропія теплопровідності в осьовому і радіальному напрямах, нерівномірний розподіл втрат по висоті перерізу із-за вихрових струмів, різні умови тепловіддачі на поверхнях.

У роботі [33] для теплового розрахунку ФО застосовано чисельний метод скінченних різниць. Дослідження, які проведено на розподільних трансформаторах потужністю 400, 1000 КВА [28] показали, що прийнято адекватні допущення, які дозволяють отримати аналітичний розв'язок задачі про перевищення температури у ФО. При розрахунку нагріву обмоток з фольги або стрічки визначальними є анізотропія теплопровідності по перерізу ФО та нерівномірність виділення втрат (рис. 10.13).

Розподіл втрат $P(z)$ і, отже, об'ємного теплового навантаження $q = P/V$ можна вважати симетричними по висоті обмоток $q(z) = q(-z)$. За даними вимірів [28] перевищення температури (ПТ) θ над охолодним маслом практично рівномірне по висоті обмотки завдяки високій теплопровідності металу.

Це дозволяє для теплової розрахункової моделі по рис. 10.12 вважати постійними коефіцієнти тепловіддачі на бічних і торцевій поверхнях обмоток, тобто $\alpha(0,z) = \alpha_1$, $\alpha(a,z) = \alpha_2$, $\alpha(x,l) = \alpha_3$.

При вказаних допущеннях крайова задача відносно θ усередині, наприклад, верхньої половини обмотки формулюється в наступному виді [20]

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -q(z),$$

$$\lambda_x \frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=0} = \alpha_1 \theta\Big|_{x=0}; \quad \lambda_x \frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=a} = -\alpha_2 \theta\Big|_{x=a}, \qquad (10.30)$$

$$\lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0; \quad \lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z}\Big|_{z=l} = -\alpha_3 \theta\Big|_{z=l},$$

де λ_x, λ_z – коефіцієнти теплопровідності, уздовж шарів $\lambda_z = \lambda_м$, упоперек – як для шаруватого середовища

$$\lambda_x = (\Delta_м + \Delta_i)\lambda_м \lambda_i (\Delta_м \lambda_i + \Delta_i \lambda_м)^{-1},$$

$\Delta_м, \Delta_i, \lambda_м, \lambda_i$ – радіальні розміри і коефіцієнти теплопровідності шару металу та ізоляції.

Для розв'язку задачі (10.30) застосовано скінченне косинус-перетворення Фур'є. Розв'язок і праву частину рівняння представлено у вигляді розвинення

$$\theta(x,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\theta_n(x)\cos p_n z\,;\quad q(z)=\sum_{n=1}^{\infty}q_n\cos p_n z\,,\qquad (10.31)$$

$$q_n=\frac{2p_n}{p_n l+0{,}5\sin 2p_n l}\int_0^l q(z)\cos p_n z\,dz\,.$$

Власні значення p_n є коренями трансцендентного рівняння

$$ctgp_n l=\frac{p_n\lambda_z}{\alpha_3}\,. \qquad (10.32)$$

Коефіцієнти $\theta_n(x)$ знайдено з граничних умов з використанням функції Гріна

$$\theta_n(x)=q_n\frac{1}{2p_n^2\lambda_z}\left\{2-e^{\nu_n(x-a)}-e^{-\nu_n x}+\frac{1-e^{-\nu_n a}}{1-\varphi_n\psi_n e^{-2\nu_n a}}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\varphi_n e^{-\nu_n x}\left(1+\psi_n e^{-\nu_n a}\right)+\psi_n e^{\nu_n(x-a)}\left(1+\varphi_n e^{-\nu_n a}\right)\right]\right\},\quad (10.33)$$

$$\varphi_n=\frac{\lambda_x\nu_n-\alpha_1}{\lambda_x\nu_n+\alpha_1};\quad \psi_n=\frac{\lambda_x\nu_n-\alpha_2}{\lambda_x\nu_n+\alpha_2};\quad \nu_n^2=p_n^2\frac{\lambda_z}{\lambda_x}\,.$$

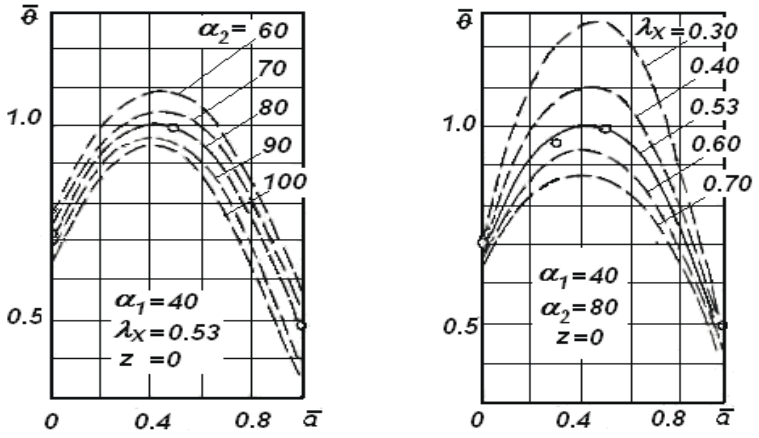
Вирази (10.31) − (10.33) визначають розв'язок задачі (10.30). Для розрахунків розроблено програму, що виконує інтегрування табличної функції $q(z)$ при обчисленні коефіцієнтів p_n, розв'язок трансцендентного рівняння методом Ньютона та розрахунок розподілу $\theta(x,z)$ по перерізу обмотки.

Експериментальні дослідження проведено [28] для трансформатора потужністю 1000 кВА, у якого обмотку НН з внутрішнім 120 мм і зовнішнім 146 мм радіусами виконано з алюмінієвої стрічки 2х380 мм і завтовшки $\Delta_м=1$ мм, теплопровідність $\lambda_м=210$ Вт/(м К). Ізоляція виконана папером завтовшки $\Delta_{із}$=0.39 мм, $\lambda_{із}$=0.148 Вт/(м К).

Перевищення температури усередині ФО відносно охолодного масла визначено в досліді короткого замикання трансформатора, як різницю показів термопар, встановлених в тіло стрічки і в маслі зблизька ФО на відповідних висотах.

При чисельних дослідженнях розподіл об'ємного теплового навантаження розраховано за методикою [28] (див. також підрозділ 6.3).

Графік зміни по висоті обмотки функції $q^* = q/q(0)$, де $q(0)$ = 60 кВт/м^3 показано на рис. 10.13. За результатами низки розрахунків визначено, що прийнятними КТВ на внутрішній поверхні ФО є значення α_1=40, на зовнішній поверхні – α_2=80, на торцевій – α_3=40 (Вт/м^2°С). Для цих розрахункових умов визначалися ПТ у відносних одиницях $\theta^* = \theta/\theta(a/2,0)$, де $\theta(a/2,0)$=23 К. Графіки зміни ПТ усередині обмотки показано на рис. 10.14, 10.15. Точками позначено покази термопар. Пунктирними лініями на рис. 10.14а показано залежності ПТ усередині ФО від КТВ на зовнішній поверхні обмотки α_2, а на рис.10.14б – в залежності від коефіцієнта теплопровідності в радіальному напрямку λ_x.



а) б)

Рис.10.14

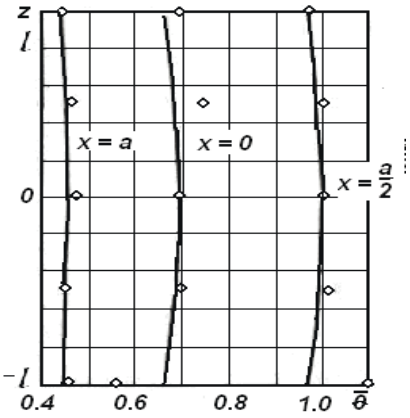


Рис. 10.15

Результати розрахунків ПТ в радіальному напрямі в середині висоти обмотки і по її висоті досить близькі до даних вимірів. Максимальні відхилення не перевищують 10 %.

10.5. Розрахунок зв'язаного нагріву магнітної системи та обмоток трансформатора з повітряно-бар'єрною ізоляцією

Трансформатори з повітряним охолодженням (сухі) є одним з основних видів пожежобезпечного трансформаторного устаткування. Різне конструктивне виконання сухих трансформаторів багато в чому визначає особливості їх теплового розрахунку, який, на відміну від масляного, вимагає врахування взаємного впливу основних джерел тепла − стрижня МС і обмоток.

Основні види теплообміну в сухих шахтних трансформаторах принципово розглянуто в [27]. На основі рівняння Стефана-Больцмана описано випромінювання з поверхонь стрижня і обмоток. Особливості конвективного теплообміну визначено з урахуванням тиску і характерних параметрів охолодного газу усередині вибухозахищеної оболонки. Взаємний вплив стрижня МС і обмоток враховано методом взаємних поправок. Проте, пряме застосування методики [27] для силових сухих трансформаторів неможливо, оскільки конструкція і теплові процеси в них відрізняються. Замість закритого бака в [27] застосовують захисний кожух з отворами, достатніми для вентиляції повітря. Відрізняються геометричні співвідношення основних конструктивних частин та вид ізоляції обмоток.

Комплексну теплову модель силового сухого трансформаторах з шаровими обмотками розглянуто в [9, 32] на основі аналізу еквівалентних теплових кіл. Взаємний вплив частин конструкції враховано ітераційним методом. Емпіричні КТВ отримано при випробуваннях на фізичних моделях трансформаторів. Співвідношення між середнім і максимальним перегріваннями обмоток визначено експериментально.

Конструкція, основні припущення. Для забезпечення експлуатаційних вимог силові сухі трансформатори повинні мати в конструкції як шарові (циліндричні), так і котушкові обмотки. Також актуальним є застосування для ізоляції провідників обмоток паперу з матеріалу типу «номекс», який виготовляється на основі синтетичних поліарамідних волокон, відноситься по теплових параметрах до класів ізоляції F, H та забезпечує практично повну пожарну безпеку таких трансформаторів.

В основному, конструкція силових сухих трансформаторів (рис. 10.16) подібна масляним. Котушкові і циліндричні обмотки намотуються з ізоляцією проводів «номексом». Між стрижнем і обмотками можуть бути розміщені ізоляційні циліндри. Активна частина

розташовується в захисному кожусі, отвори якого забезпечує необхідну природну циркуляцію охолодного повітря.

Для розробки методики теплового розрахунку визначено на фізичних моделях емпіричні коефіцієнти конвективної тепловіддачі в каналах обмоток, теплопровідність ізоляції типу «номекс», КТВ з відкритої поверхні, співвідношення між середньою температурою обмоток і температурою її ННТ, коефіцієнти впливу кожуха. В результаті проведених теоретичних і експериментальних досліджень розроблено інженерну методику [25] та ПМК теплового розрахунку силових сухих трансформаторів з повітряно-бар'єрною ізоляцією **TST**[15].

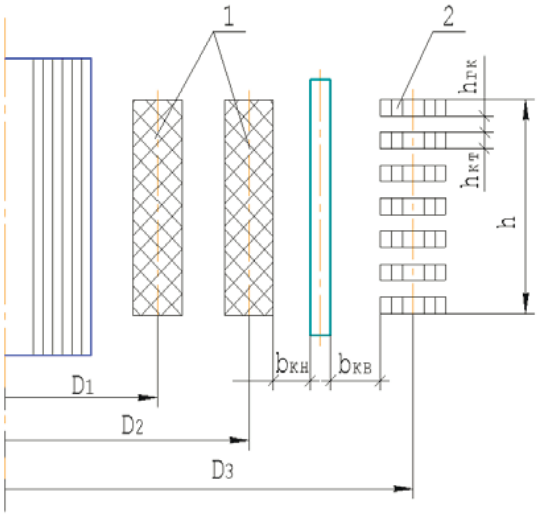


Рис. 10.16

Методика призначена для розрахунку трансформаторів при їх роботі на висоті до 1000 м над рівнем моря в тривалому режимі при температурі довкілля поза трансформатором меншої або рівної 40 ^{0}C. Через обмеженість проведених експериментальних досліджень методика розглядає трансформатори, що мають висоту обмоток в межах 300-1700 мм, радіальний розмір обмоток в межах 7-60 мм, ширину вертикальних каналів в межах 10-30 мм, висоту горизонтальних каналів в обмотках в межах 2-24 мм.

У розробленій методиці теплові процеси в безперервних, гвинтових і котушкових обмотках об'єднані в одну групу – котушкові. За властивостями взаємного впливу і внутрішніх теплових процесів такі обмотки з ізольованого обмотувального дроту визначено як котушкові (К), а з неізольованого – як шинні (Ш). Циліндричні обмотки виділено в окрему групу – умовне позначення (Ц).

Розглядається система співвісних циліндрів, які представляють стрижень МС і концентри обмоток трансформатора. Під концентром

розуміється обмотка або її частина, яка відокремлена від інших обмоток або їх частин вертикальними охолодними каналами з ізоляційними циліндрами або без них. Канали усередині стрижня і між концентрами замінюються каналами з розрахунковими параметрами висоти і ширини.

Поверхні стрижня і концентрів характеризуються внутрішніми, зовнішніми і торцевими поверхнями. Тепловіддача з поверхні стрижня визначається з поправкою при висоті стрижня в межах від 300 мм до 800 мм. Теплопередача з торцевої частини стрижня в горизонтальні ярма МС не враховується із–за малої різниці температур в цих частинах. Теплопередача в циліндричних обмотках можлива в радіальному напрямі, в котушкових – в осьовому і радіальному. Коефіцієнти теплопровідності матеріалів обмоток постійні для діапазону робочих температур трансформатора класу ізоляції F і H.

Втрати в обмотках і в МС розраховуються по програмах [15] і вважаються відомими для деякого розрахункового (початкового) значення температур. Прийнято, що в об'ємах розрахункових тіл втрати розподілені рівномірно. Основні (омічні) втрати в обмотках і додаткові на вихрові струми від поля розсіяння уточняються за результатами розрахунку середніх температур кожної з обмоток. При цьому, якщо омічні втрати при збільшені температури збільшуються, то втрати на вихрові струми – зменшуються [1].

Коефіцієнт кутового випромінювання поверхонь прийнято рівним одиниці. Міра чорноти поверхні елементів трансформатора – стрижня та обмоток прийнята за довідковими даними і для обмоток залежить від їх типу. Прийнято також, що умови охолодження усіх стрижнів трансформатора однакові. Останнє припущення слід враховувати при порівнянні результатів розрахунків і вимірів, оскільки для середньої і крайніх фаз трансформатора мають місце все ж різні умови теплообміну.

Визначальними параметрами трансформатора (лінійні розміри в мм, площі – в мм^2) є наступні.

Параметри кожуха : висота, довжина, ширина кожуха H_K, L_K, B_K. Площа отворів верхніх S_{KB}, нижніх S_{KH}. Температура довкілля t_{OC}, °C. Розрахункова температура обмоток t_{HOM}, що відповідає заданим номінальним втратам.

Параметри стрижня : втрати в стрижні P_C, Вт. Число внутрішніх охолодних каналів - N_C. Середня ширина, найменша довжина каналів в стрижні - b_{CK}, l_{CK}. Площа активного перерізу стрижня S_{CA}. Поверхня стрижня закрита клинами S_{C3}. Висота, товщина, ширина центрального пакету стрижня - h_C, d_C, b_C. Відстань від обмоток до верхнього ярма $h_{OЯ}$.

Параметри концентрів: тип концентра ($Ц, К, Ш$). Число концентрів KI. Матеріал дроту – мідь, алюміній (M, A). Втрати основні, додаткові при температурі $t_{НОМ}$ – $P_{осн}$, $P_{дод}$, Вт. Висота, ширина, середній діаметр h, b, D. Відстань від нижнього краю перерізу обмотки до верхньої площини нижнього ярма - y_H. Товщина ізоляції міжшарової і корпусної - d_M, d_K, мм. Циліндр усередині концентра – висота, товщина, середній діаметр - $h_Ц$, $d_Ц$, $D_Ц$. Ширина прокладень $b_{ПР}$. Рейки внутрішні – число $N_{РВ}$, ширина $b_{РВ}$, рейки зовні – число $N_{РЗ}$, ширина $b_{РЗ}$.

Параметри котушок : число котушок в концентрі $N_{КТ}$, висота котушок $h_{КТ}$. Число проводів по ширині котушки $N_П$. Горизонтальний охолоджувальний канал - $h_{ГК}$. Висота, ширина проводу без ізоляції - $h_П$, $b_П$. Осьовий, радіальний розмір ізоляції котушки на дві сторони $h_{І3}$, $b_{І3}$.

Теплопровідність ізоляції: виткової, міжшарової, корпусної $\lambda_В$, λ_M, λ_K. За результатами вимірів на спеціальних моделях, визначено [25], що для застосованої ізоляції типу «номекс» $\lambda_В = 0.11$ Вт/м/°С.

Розрахунок здійснюється за наступною послідовністю.

1. Обчислюються площі внутрішніх поверхонь тепловіддачі

– стрижня $S_{Bj} = F\,2N_C l_{CK} h_C,\ j = 1,$

– концентрів циліндричних обмоток $T_i = Ц$

$$S_{Bj} = F\pi(D_i - b_i)h_i - S_{СЗ},\ i = 1 \quad S_{Bj} = F\left(\pi(D_i - b_i) - N_{PBi} b_{PBi}\right)h_i,\ i > 1,$$

– і котушкових обмоток $T_i = К, Ш$

$$S_{Bj} = F\left(\pi(D_i - b_i)N_{PBi} b_{PBi}\right)N_{KTi} h_{KTi},\ i \geq 1.$$

Тут і надалі індекс $i = 1,\ldots, KI$ відповідає порядковому номеру концентра від стрижня $j = 1,\ldots, KJ$, $KJ = KI + 1$ – індекс розрахункового елементу, $j = 1$ відповідає стрижню трансформатора. Множник $F = 10^{-6}$ прийнято для узгодження розмірності величин.

2. Обчислюються площі зовнішніх поверхонь тепловіддачі

– стрижня з поправкою на його висоту h_C

$$S_{Hj} = \left(F\,2h_C(b_C + d_C - N_C b_{CK}) - S_{СЗ}\right)K_C,\ j = 1,$$

$K_C = 1.415 - 0.00027 h_C$ *при* $300 \le h_C \le 800$, $K_C = 1.0$ *при* $h_C > 800$

– концентрів циліндричних обмоток

$$S_{H\,j} = F\left(\pi(D_i + b_i) - N_{РЗi} b_{РЗi}\right) h_i,\ i < KI,$$

– котушкових обмоток $T_i = К, Ш$

$$S_{H\,j} = F\left(\pi(D_i + b_i) - N_{РЗi} b_{РЗi}\right) N_{КТi} h_{КТi},\ i \le KI\ ,$$

$$S_{H\,j} = F\pi(D_i + b_i) h_i,\ i = KI\ .$$

3. Визначаються розрахункові площі торцевих поверхонь

– стрижня (теплопередача в ярма не враховується)

$$S_{T\,j} = 0,\ j = 1,$$

– циліндричних обмоток (теплопередача з торців нехтується)

$$S_{T\,j} = 0,\ j \ge 2,$$

– котушкових обмоток $T_i = К, Ш$

$$S_{T\,j} = F\,2(\pi D_i - N_{РВi} b_{ПРi}) b_i N_{КТi},\ i \le KI.$$

4. Обчислюються розрахункові радіальні розміри внутрішніх вертикальних каналів

– стрижня

$$b_{КВ\,j} = b_{СК},\ j = 1,$$

– концентрів за відсутності в каналі між ними циліндра $D_{Ц\,i} = 0$

$$b_{КВ\,j} = \frac{0.785(D_i - b_i)^2 - S_{СА}/F - b_{СК} l_{СК} N_C]}{0.5\left(\pi(D_i - b_i) + 2(b_C + d_C\right)},\ i = 1,$$

$$b_{КВ\,j} = 0.5(D_i - b_i - D_{i-1} - b_{i-1}),\ i > 1,$$

– за наявності в каналі між ними циліндра $D_{Ц\,i} \ne 0$

$$b_{КВ\,j} = 0.5(D_i - b_i - D_{Ц\,i} - b_{Ц\,i}),\ i \ge 1.$$

5. Обчислюються розрахункові радіальні розміри зовнішніх вертикальних каналів

– стрижня

$$b_{КЗ\,j} = b_{КЗ\,j+1} \ при \ D_{Ц\,i=1} = 0, j = 1,$$

$$b_{КЗ\,j} = \frac{0.785(D_{Ц\,i} - d_{Ц\,i})^2 - S_{CA}/F - b_{CK} l_{CK} N_C}{0.5\left(\pi(D_{Ц\,i} - d_{Ц\,i}) + 2(b_C + d_C)\right)} \ при \ D_{Ц\,i=1} \neq 0, j = 1,$$

– концентрів за відсутності в каналі між ними циліндра

$$D_{Ц\,i+1} = 0 \qquad b_{КН\,j} = 0.5(D_{i+1} - d_{i+1} - D_i - b_i), \ i < KI,$$

– за наявності в каналі між ними циліндра $D_{Ц\,i} \neq 0$

$$b_{КЗ\,j} = 0.5(D_{Ц\,i+1} - d_{Ц\,i+1} - D_i - b_i), \ i < KI.$$

6. Обчислюються розрахункові осьові розміри внутрішніх каналів

– стрижня

$$h_{КВ\,j} = 0 \ \ при \ \ b_{CK} = 0$$

$$h_{КВ\,j} = h_C + 2b_C \ при \ \ b_{CK} \neq 0; \ \ j = 1,$$

– концентрів при $D_{Ц\,i} = 0$

$$h_{КВ\,j} = 0.5(h_C + h_i), \ \ i = 1 \ \ та \ \ h_{КВ\,j} = 0.5(h_i + h_{i-1}), \ i \geq 1,$$

$$h_{КВ\,j} = 0.5(h_{Ц\,i} + h_i), \ i \geq 1 \ \ при \ \ D_{Ц\,i} \neq 0 .$$

7. Обчислюються осьові розміри зовнішніх вертикальних каналів

– стрижня

$$h_{КЗ\,j} = 0.5(h_C + h_i), \quad при \ D_{Ц\,i=1} = 0,$$

$$h_{КЗ\,j} = 0.5(h_C + h_{Ц\,i}), \ \ при \ D_{Ц\,i=1} \neq 0, \ \ j = 1,$$

– концентрів

$$h_{КЗ\,j} = 0.5(h_i + h_{i+1}), i < KI, \qquad при \quad D_{Ц\,i+1} = 0,$$

$$h_{КЗ\,j} = 0.5(h_i + h_{Ц\,i+1}),\ i < KI \ \text{ при } \ D_{Ц\,i+1} \neq 0\,.$$

8. Обчислюється коефіцієнт ефективності віддачі тепла випромінюванням і конвекцією в горизонтальних каналах

–стрижня і концентрів циліндричних обмоток

$$K_{Г\,j} = 0,\ j \geq 1,$$

–концентрів котушкових обмоток

$$K_{Г\,j} = 3.95\eta_i,\ i < KI \quad ,$$

$$K_{Г\,j} = 6.21\eta_i,\ i = KI, \quad \eta_i = 1 + h_{ГКi} / b_i - \sqrt{1 + (h_{ГКi} / b_i)^2}.$$

9. Визначається коефіцієнт для променистого теплообміну, що враховує наявність ізоляційного циліндра усередині вертикального каналу між концентрами

–стрижня $K_{Л\,j} = 0.5$ *при* $D_{Ц\,i} \neq 0$ і $K_{Л\,j} = 1.0$ *при* $D_{Ц\,i} = 0,\ j = 1,$

– концентрів $K_{Л\,j} = 0.5$ *при* $D_{Ц\,i} \neq 0$ і $K_{Л\,j} = 1.0$ *при* $D_{Ц\,i} = 0,\ i \geq 1.$

10. Втрати в розрахункових елементах

$$P_j = P_C,\ j = 1;\quad P_j = P_i,\ i \geq 1, \qquad P_i = P_{осн} + P_{дод}\,.$$

11. Обчислюються попередні перевищення температур

$$\overline{\Delta t}_j = (P_j / Z_j)^{0.8},\ j \geq 1 \quad ,$$

де

$$Z_j = f_1\left(arctg(f_2 b_{КВ\,j} / h_{КВ\,j})S_{Bj} + arctg(f_2 b_{КЗ\,j} / h_{КЗ\,j})S_{H\,j}\right) + K_{Г\,j}S_{T\,j},\ j < KJ,$$

$$Z_j = f_1\left(arctg(f_2 b_{КВ\,j} / h_{КВ\,j})S_{B\,j} + 3.59 / f_1\, S_{H\,j}\right) + K_{Г\,j}S_{T\,j}, \quad j = KJ,$$

$$f_1 = 1.53,\ f_2 = 96 \ \textit{при}\ D_{Цi} = 0 \ \textit{и}\ f_1 = 1.88,\ f_2 = 135 \ \textit{при}\ D_{Ц\,i} \neq 0.$$

12. Обчислюються теплові потоки за рахунок випромінювання

$$\Delta P_j = \begin{cases} K_{Л\,j+1} S_{B\,j+1} R_j\, b_{КВ\,j+1}^{0.4} / h_{КВ\,j+1}^{0.25},\ j = 1, \\ K_{Л\,j}\ S_{H\,j}\ R_j\, b_{КЗ\,j}^{0.4}\ / h_{КЗ\,j}^{0.25}, \quad при\ \ S_{H\,j} < S_{B\,j+1}, \quad 2 \leq j < KJ, \\ K_{Л\,j}\ S_{B\,j+1} R_j\, b_{КВ\,j+1}^{0.4} / h_{КВ\,j+1}^{0.25},\ при\ \ S_{H\,j} > S_{B\,j+1} R_j,\ 2 \leq j < KJ. \end{cases}$$

$$\Delta P_{KJ} = \Delta P_{KJ-1}.$$

$$R_j = k_\varepsilon \left| \left(2.73 + 0.01(\overline{\Delta}t_j + t_{OC})\right)^4 - \left(2.73 + 0.01(\overline{\Delta}t_{j+1} + t_{OC})\right)^4 \right| ,$$

де k_ε експериментально встановлений коефіцієнт [25], що визначається мірою чорноти для обмоток з неізольованого (тип *Ш*) і ізольованого дроту (тип *К*).

13. Обчислюється еквівалентна теплопровідність котушкового і циліндричного концентра ($T_i = К, Ц$) у напрямі

– перпендикулярному його осі

$$\lambda_{\Rightarrow i} = a / b\ ,\ a = N_{\Pi i}(b_{\Pi i} + b_{I3i}) + (N_{\Pi i} - 1)d_{Mi} + d_{Ki},$$

$$b = \frac{N_{\Pi i} b_{I3i}(h_{\Pi i} + h_{I3i})(b_{\Pi i} + b_{I3i})}{\left(b_{I3i}^2 + h_{\Pi i}(b_{\Pi i} + b_{I3i})\right)\lambda_{Bi}} + \frac{(N_{\Pi i} - 1)d_{Mi}}{\lambda_{Mi}} + \frac{d_{Ki}}{\lambda_{Ki}},$$

– паралельному осі концентра

$$\lambda_{\Uparrow i} = c / d\ ,\ d = N_{\Pi i}(h_{\Pi i} + h_{I3i}) + (N_{\Pi i} - 1)d_{Mi},$$

$$c = \frac{\lambda_{Bi}}{b_{\Pi i} + b_{I3i}} \left(\frac{b_{\Pi i}(h_{\Pi i} + h_{I3i})}{h_{I3i}} + b_{I3i} \right) N_{\Pi i}(h_{\Pi i} + h_{I3i}) + \lambda_{Mi}(N_{\Pi i} - 1)d_{Mi}.$$

14. Коригуються втрати в розрахункових елементах на теплові потоки за рахунок теплопередачі від більше нагрітих елементів до менш нагрітих

$$\overline{P}_j = P_j + \left\{ \begin{array}{c} 0 \quad при\ \overline{\Delta}t_j = \overline{\Delta}t_{j+1},\ \ 1 \le j < KJ, \\ \Delta P_j \quad при\ \overline{\Delta}t_j > \overline{\Delta}t_{j+1},\ \ 1 \le j < KJ, \\ \Delta P_{j+1} \quad при\ \overline{\Delta}t_j < \overline{\Delta}t_{j+1},\ \ 1 \le j < KJ, \end{array} \right\} +$$

$$\left\{ \begin{array}{c} 0 \quad при\ \overline{\Delta}t_j = \overline{\Delta}t_{j\ 1},\ \ j > 1, \\ \Delta P_j \quad при\ \overline{\Delta}t_j > \overline{\Delta}t_{j\ 1},\ \ j > 1, \\ \Delta P_{j\ 1} \quad при\ \overline{\Delta}t_j < \overline{\Delta}t_{j\ 1},\ \ j > 1. \end{array} \right\}$$

15. Обчислюються теплові опори потоку, спрямованому

– від нейтральної лінії з найбільшою температурою концентра за його радіальним розміром з відносною координатою n_j $(n=1\equiv b)$ до внутрішньої поверхні концентра

$$R^B_{1j}=\frac{n_j b_j\,10^3}{2\lambda_{\Rightarrow i}\,\pi\left(D_i-(1-n_j)b_i\right)h_i}\ \textit{при}\ \ T_i=Ц,$$

$$R^B_{1j}=\frac{n_j b_j\,10^3}{2\lambda_{\Rightarrow i}\,\pi\left(D_i-(1-n_j)b_i\right)h_{KTi}N_{KTi}}\ \textit{при}\ \ T_i=К,$$

– від нейтральної лінії до зовнішньої поверхні концентра

$$R^H_{1j}=\frac{(1-n_j)b_j\,10^3}{2\lambda_{\Rightarrow i}\,\pi(D_i+n_j b_i)h_i}\ \ \textit{при}\ \ T_i=Ц,$$

$$R^H_{1j}=\frac{n_j b_j\,10^3}{2\lambda_{\Rightarrow i}\,\pi(D_i+n_j b_i)h_{KTi}N_{KTi}}\ \ \textit{при}\ \ T_i=К,$$

– від внутрішньої поверхні в довкілля

$$R^B_{2j}=\left(f_1 arctg(f_2 b_{KBj}/h_{KBj})S_{Bj}(\overline{\Delta}t_j)^{0.25}\right)^{-1},\ T_i=К,Ц,$$

– від зовнішньої поверхні в довкілля

$$R^H_{2j}=\left(f_1 arctg(f_2 b_{KЗj}/h_{KЗj})S_{Hj}(\overline{\Delta}t_j)^{0.25}\right)^{-1},\ T_i=К,Ц,\quad j<KJ,$$

$$R^H_{2j}=\left[3.59\,S_{Hj}(\overline{\Delta}t_j)^{0.25}\right]^{-1},\qquad T_i=К,Ц,\quad j=KJ,$$

де $f_1=1.53,\ f_2=96$ *при* $D_{Цi}=0,\qquad f_1=1.88,\ f_2=135$ *при* $D_{Цi}\neq 0,$

– до торцевої поверхні концентра

$$R_{3j}=0.25h_{KTi}\,10^3/(\lambda_{\Uparrow i}\pi D_i b_i),\ T_i=К\ ,$$

– від торцевої поверхні в довкілля

$$R_{4j}=2\left(K_{\Gamma_j}S_{Tj}(\overline{\Delta}t_j)^{0.25}\right)^{-1},\ T_i=К.$$

16. Визначається (у програмі **TST** використовується метод половинного ділення) відносна координата n_j нульової лінії в межах радіального розміру концентра, задовольняючи умові

$$\left|(1-n_j)(R_{2j}^H+R_{2j}^H)-n_j(R_{1j}^B+R_{2j}^B)\right|\le\varepsilon,\ j\ge 2\ ,\ \varepsilon=0.001\ .$$

17. При виконанні цієї умови фіксують значення n_j та

$$Rn_j=n_j(R_{1j}^B+R_{2j}^B)\ .$$

18. Для котушкового концентра визначається коефіцієнт m_j, що характеризує частину теплового потоку, що відводиться в горизонтальний канал торцевими поверхнями

$$m_j=Rn_j\left(Rn_j+0.5(R_{3j}+R_{4j})\right)^{-1}\ \ при\ \ T_i=K$$
$$\text{та}\quad m_j=0\ при\ \ T_i=Ц,\ \ j\ge 2.$$

19. Обчислюються остаточні перевищення середньої температури
– поверхні стрижня

$$\Delta t_j=K_{hoj}\left(\overline{P}_j/Z_j\right)^{0.8},\ \ j=1,$$

– внутрішньої поверхні концентра

$$\Delta t_j^B=(1-m_j)\overline{P}_j\,n_j\,R_{2j}^B,\ j\ge 2,$$

– концентра між нейтральною лінією і його внутрішньою поверхнею

$$\Delta t_j^{Bn}=(1-m_j)\overline{P}_j\,Rn_j-\Delta t_j^B,\ \ j\ge 2,$$

– зовнішньої поверхні концентра

$$\Delta t_j^H=(1-m_j)\overline{P}_j(1-n_j)R_{2j}^H,\ \ j\ge 2\ ,$$

–концентра між нейтральною лінією і зовнішньою поверхнею

$$\Delta t^{Hn}{}_j=(1-m_j)\overline{P}_j\,Rn_j-\Delta t_j^H,\ \ j\ge 2,$$

– концентра з поправкою на відстань до верхнього ярма $h_{ОЯ}$

$$\Delta t_j = \overline{\Delta} t_j K_{ОЯ},$$

$$\overline{\Delta} t_j = (\Delta t_j^B + 0.67\Delta t_j^{Bn}) n_j + (\Delta t_j^H + 0.67\Delta t_j^{Hn})(1 - n_j), \quad j \geq 2,$$

$$K_{ОЯ} = 1.15 - 0.002 h_{ОЯ}, \ при \ h_{ОЯ} \leq 25 мм, \ j < KJ,$$

$$K_{ОЯ} = 1.08, \qquad при \ h_{ОЯ} \leq 25 мм, \ j = KJ,$$

$$K_{ОЯ} = 1.0, \qquad при \ h_{ОЯ} > 25 мм, \ j \leq KJ.$$

20. Визначаються абсолютні температури концентрів як суми заданої температури довкілля і розрахункових перевищень їх середніх температур. З урахуванням матеріалу дроту, заданої розрахункової температури $t_{НОМ}$ і отриманої температури уточняються основні і додаткові втрати в концентрах, і розрахунок повторюється

Ітераційний процес завершується при відмінності нових значень температур від попередніх не більше, ніж на задану величину. При цьому основні втрати перераховуються пропорційно зміні температур заданих і отриманих на n –ому наближенні, а додаткові – обернено пропорційно.

21. Обчислюються перевищення середньої температури обмотки для випадку, коли вона складається з декількох концентрів

$$\Delta t_{(j,\ j+1,\ldots)} = \left(\Delta t_j D_i b_i + \Delta t_{j+1} D_{j+1} b_{j+1} + \ldots\right)\left(D_j b_j + D_{j+1} b_{j+1} + \ldots\right)^{-1}.$$

22. Обчислюються перевищення температури ННТ магнітної системи і концентрів над температурою навколишнього повітря за відсутності кожуха $\Delta t_{ННТ\,j} = K_j \Delta t_j, \ j \leq KJ$ з використанням емпіричних коефіцієнтів

– для стрижня

$$K_j = 1.1, \quad j = 1,$$

– для концентрів $T_i = Ц$

$$K_j = 1.15 + 0.00030 h_i, \ при \ 300 \leq h_i \leq 1000;$$

$$K_j = 1.45 \ при \quad h_i > 1000, \ j \leq KI;$$

$$K_j = 1.03 + 0.00027 h_i, \ при \ 300 \leq h_i \leq 1000;$$

$$K_j = 1.30 \ при \quad h_i > 1000, \ j = KJ,$$

– при $T_i = Ш$

$$K_j = 1.09 + 0.00015h_i,\ при\ \ 300 \le h_i \le 1000;$$
$$K_j = 1.24\ при\ \ \ h_i > 1000,\ \ j \le KJ,$$

– при $T_i = K$

$$K_j = 1.70\ при\ \ h_{ГКi} \le 11,\ K_j = 1.78 - 0.011h_{ГКi}\ \ при\ h_{ГКi} > 11,\ \ j \le KI,$$

$$K_j = 1.32\ при\ \ h_{ГКi} \le 11,\ K_j = 1.41 - 0.011h_{ГКi}\ \ при\ h_{ГКi} > 11,\ \ j = KJ.$$

23. Обчислюються площа поверхні кожуха і відповідна до неї величина

$$S_K = F\left[2H_K(B_K + L_K) + B_K L_K\right],\ \ \bar{s}_{KH} = S_{KH} / S_K.$$

24. Обчислюються перевищення середньої температури за наявності кожуха, за умов

$$S_{KH} \le (1-1.7)S_{KB},\ \ \ \bar{s}_{KH} \le 0.11$$

– поверхні стрижня $\Delta t_{K\,j} = \Delta t_j + 19.6 - 110\bar{s}_{KH},\ \ j = 1,$

– концентрів $\Delta t_{K\,j} = \Delta t_j + 15.1 - 110\bar{s}_{KH},\ \ 2 \le j < KJ,$

$$\Delta t_{K\,j} = \Delta t_j + 12.7 - 110\bar{s}_{KH},\ \ j = KJ.$$

25. При $\bar{s}_{KH} > 0.11$ перевищення температур з кожухом приймаються рівними перевищенням температур без кожуха. По розрахункових температурах концентрів з кожухом уточняються основні втрати в концентрах. Перевищення температури ННТ магнітної системи і концентрів за наявності кожуха обчислюються шляхом множення середніх значень по п.24 на коефіцієнт K_j по формулах п.22.

Результати розрахунків. У таблиці. 10.5 представлено результати вимірів (Вим.) і розрахунків (Роз.) перевищень температур магнітної системи Δt_{MC}, обмоток нижчої Δt_{HH} і вищої Δt_{BH} напруги над температурою довкілля t_{OC} для трьох типів трансформаторів різного конструктивного виконання із захисними кожухами при випробуваннях по методу взаємного навантаження [6].

Таблиця 10.5 – Результати випробування та розрахунку сухих трансформаторів, К

Тип трансформатора	t_{OC}, ^oC	Δt_{MC}		Δt_{HH}		Δt_{BH}	
		Вим.	Роз.	Вим.	Роз.	Вим	Роз.
ТСЗП-1600/10.5/0.67	20.0	67.8	72.9	66.7	74.5	61.9	67.9
ТСЗ-1600/6/0.4	20.0	100.2	91.4	99.2	102.3	99.8	95.8
ТСЗ-1000/6/0.4	14.0	94.3	95.1	89.8	92.0	85.2	86.9

Результати розрахунків з достатньою для інженерної практики точністю відповідають вимірам. Достовірність методики підтверджено практикою промислового проектування і випробувань силових сухих трансформаторів потужністю від 250 до 4000 кВА.

Література до розділу 10

1. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
2. Богословский В.Н. Тепловой режим здания. М.: Стройиздат, 1979. 248 с.
3. Боднар В.В. Нагрузочная способность силовых масляных трансформаторов. М.: Энергоатомиздат,1983.176с.
4. Вайсман Н.Г., Горбунцов А.Ф. Метод расчета температурного поля магнитной системы масляного трансформатора. Электротехн. пром–сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1982. Вып. 2 (124). С. 8-11.
5. Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
6. Государственный стандарт ГОСТ 3484.2–88 (СТ СЭВ 5019–85). Трансформаторы силовые. Испытания на нагрев / В.В. Боднар, В.Ф. Иванков, Е.А. Юрченко. М.: Изд. Стандартов, 1989. 72 с.
7. Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин / пер. с нем. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 480с.
8. Григоров И.Б., Степенко О.Н. Электромагнитные исследования распределительных трансформаторов с обмотками НН из алюминиевой ленты. Электротехн. пром–сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1982. Вып. 9 (131). С. 1-4.
9. Дулькин И.Н., Ермоленко В.М., Левин А.А, Тепловой расчет сухих трансформаторов со слоевыми обмотками. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1981. Вып. 8 (121). С. 10-12.

10. Дульнев Г.Н. Теплообмен в радиоэлектронных устройствах. М.-Л: Госэнергоиздат, 1963. 288 с.
11. Иванков В.Ф. Расчет нагрева трансформаторов с воздушно барьерной изоляцией. Техническая электродинамика. 2006. № 6. С. 58-63.
12. Иванков В.Ф. Расчет электромагнитных и тепловых параметров прессующего кольца трансформатора из немагнитной стали. Технічна електродинаміка. 2001. № 4. С. 56-59.
13. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / под ред. М.О. Штейнберга. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
14. Исаченко В.П. Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1981. 416 с.
15. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. К.: Ін-т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
16. Киш Л. Нагрев и охлаждение трансформаторов / пер. с венгерского М.А. Бики. Под ред. Г.Е. Тарле. М.: Энергия, 1980. 208 с. (Трансформаторы. Вып. 36).
17. Комаров В.В. Особенности теплового расчета многоступенчатых систем охлаждения. В кн. XII международная научно-техническая конференция «Трансформаторостроение-2009», 7-11.09. 2009. Запорожье: ВИТ, 2009. 1 CD.
18. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.
19. Морозов Д.Н. Нагрев вставок стержневого реактора от потоков выпучивания. Вопросы трансформаторостроения. Труды ВЭИ. М.: Энергия, 1969. Вып. 79. С. 192-205.
20. Расчет превышения температуры в фольговых обмотках низшего напряжения распределительных трансформаторов / Е.И. Воеводина, И.Б. Григоров, В.Ф. Иванков, О.Н. Степенко. Техническая электродинамика. 1984. № 1. С. 32-34.
21. Руководящий документ РД16 476–88. Трансформаторы силовые масляные. Тепловой расчет систем охлаждения М и Д / О.И. Сисуненко, Ю.С. Гитин, В.В. Боднар, Ю.А. Михайловский, З.Ф. Иванова. Запорожье: ВИТ, 1988. 53 с.
22. Руководящий документ РД16 432–88. Трансформаторы силовые масляные с системой охлаждения ДЦ. Тепловой расчет системы охлаждения / И.Д. Воеводин, О.И. Сисуненко, Л.В. Васильев, Ю.С. Гитин, Ю.А. Васильченко, Е.В. Еньков, С.Н. Суворова. Запорожье: ВИТ, 1988. 66 с.

23. Руководящий документ РД16 219–84. Трансформаторы силовые масляные. Тепловой и гидравлический расчет систем охлаждения Ц и НЦ / О.И. Сисуненко, Ю.С. Гитин, Ю.А. Михайловский, Ю.А. Васильченко, С.С. Полуботко, В.Г. Горовых. Запорожье: ВИТ, 1984. 86 с.
24. Руководящий документ РД16 415-88. Трансформаторы силовые масляные. Остовы. Методика теплового расчета / Н.Г. Вайсман. М.: Стандартэлектро. 47 с.
25. Руководящий документ РД16 472–88. Трансформаторы силовые сухие общего назначения. Тепловой расчет / О.И. Сисуненко, Ю.С. Гитин, В.В. Боднар, В.Ф. Иванков, М.С. Барбарицкая. Запорожье: ВИТ, 1988. 44 с.
26. Силовые трансформаторы. Справочная книга / Под ред. С.Д. Лизунова, А.К. Лоханина. – М.: Энергоиздат, 2005. – 614 с.
27. Фридман Г.Б. Тепловой расчет шахтных трансформаторов. Вестник электропромышленности. 1963. 34. № 3. С. 12-14.
28. Электромагнитный расчет трансформаторов и реакторов из фольги / М.Ю. Виногреев, И.Б. Григоров, В.Ф. Иванков, О.Н. Степенко. Техническая электродинамика. 1983. № 6. С. 21-26.
29. IEC 60076-2. Power transformers - Part 2: Temperature rise for liguid-immersed transformers, 2011. 98 p.
30. IEC 60076-7. Power transformers - Part 7: Loading guide for oil-immersed transformers, 2005. 114 p.
31. Ionescu B. Multiphysics-based simulation reduces transformer size, cost and noise. ANSYS Advantage. Vol. V. Issue 3. 2011. P. 30-33.
32. Lein P. Beitrag zur Erwarmungsberechnung von Trockentransformatoren mit axialen Kuhlkanalen. Elektrie. 1967. №5. S. 189-192.
33. Preiningerova V. Pole otepleni a ztrat ve foliovem vinuti. Transformatory. 1981. 17. No 2. S. 1-6.
34. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.

ТЕПЛОВІ РОЗРАХУНКИ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЇ

11

Задача уточнених взаємозв'язаних розрахунків втрат і нагріву елементів конструкції є актуальною для силових трансформаторів і електричних реакторів з підвищеними питомими електромагнітними навантаженнями.

Її розв'язок утруднюється через нелінійну залежність від температури електричної провідності, а отже і втрат, в провідниках обмоток, в конструкційних сталях. Проте, практика інженерних розрахунків показує, що для стаціонарних умов роботи устаткування розв'язок вказаної задачі допустимо розділити на послідовні процедури розрахунку з ітераційним уточненням провідності, втрат і нагрівів.

Досить складними є процеси гідродинаміки та теплообміну в устаткуванні з рідинним охолодженням (в більшості – трансформаторним маслом), а також в умовах газового (повітряного) охолодження, як природного, так і вимушеного характеру.

Тому, як при аналітичних, так і чисельних розрахунках, широко використовується підхід, який полягає в тому, що використовуючи припущення про стаціонарні умови теплообміну, нагрів елементів конструкції (ЕК) може бути визначено з розв'язку часткової задачі у вигляді рівнянь теплопровідності з відомими на межах тіл коефіцієнтами тепловіддачі (КТВ) і температурами прилеглого охолодного середовища (1.65), (1.66).

Традиційно при проектуванні трансформаторного устаткування максимально застосовуються аналітико-емпіричні методи розрахунку втрат і нагріву ЕК, які представлено, зокрема, в книгах [3, 6, 9, 20, 23] і в керівних галузевих документах. Більшість з цих методів ґрунтується на ряді спрощень, тому достовірність практичних розрахунків забезпечується можливим використанням емпіричних даних. Такі методи входять, зокрема, до складу програмно-методичних комплексів розрахункової підсистеми [8].

З використанням відповідних значень КТВ в цьому розділі розглянуто вдосконалені чисельно-аналітичні методи розв'язку крайових задач для визначення нагріву автономних пресувальних (підйомних) пластин і крайніх пакетів МС трансформаторів, одновимірної і тривимірної моделі спільного нагріву пластин і крайніх пакетів, розділених картонною ізоляцією. Приведено уточнені розв'язки задачі нагріву анізотропних моделей внутрішніх пакетів МС трансформаторів. З використання теплової моделі вертикального масляного каналу зроблено уточнені оцінки нагріву провідних смуг електростатичних екранів на поверхнях стрижнів МС реакторів. Для вказаних ЕК, а також для ярмових балок та баків трансформаторів представлено порівняльні розрахунки з використанням чисельних моделей методами СЕА, а також співставлення досліджень з даними тепловізійних вимірювань.

11.1. Аналітичні моделі нагріву пресувальних пластин і крайніх пакетів магнітних систем

Пресувальна (підйомна) пластина, що розташовується з двох сторін стрижня магнітної системи (МС), забезпечує одночасно як пресування електротехнічної сталі (ЕТС) стрижня, так і спільну роботу деталей механічної системи активної частини трансформатора. Пластина знаходиться в інтенсивних магнітних полях обмоток, що може викликати неприпустимі місцеві нагріви.

Пластина може виконуватися з феромагнітної або немагнітної конструкційної сталі. Феромагнітна сталь характеризується нелінійним поверхневим ефектом. Тому більшою мірою поширено виконання пластин з немагнітної сталі. Така пластина лінійна за електромагнітними параметрами, має порівняно низьку електричну провідність, проте, вона практично прозора для проникнення потоків розсіяння через всю її товщину в розташовані за нею листи ЕТС – крайнього пакету стрижня.

Для шаруватого середовища листів ЕТС крайніх пакетів стрижня МС відносно потоків розсіяння обмоток допустимим є його представлення також як провідної пластини, товщина якої визначається проникненням магнітного поля. Експериментальними дослідженнями встановлена залежність еквівалентної товщини пакету від максимальної індукції до його поверхні [12, 13]. Таким чином, електромагнітні та теплові процеси в пластині та пакеті розглядаються подібно, з різницею у виділенні втрат по їх товщині.

По висоті пластин (пакетів) втрати виділяються відповідно до падаючого на їх поверхню поля розсіяння обмоток. Максимальні значення епюр нормальної до поверхні стрижня МС магнітної індукції мають місце в областях країв обмоток.

В поперечних перерізах пластин (пакетів) максимальні значення втрат досягаються на їх вертикальних краях. Величина втрат майже квадратично залежить від поперечного розміру пластини. Така сильна залежність втрат від ширини пластини визначає основне конструктивне рішення по обмеженню втрат і нагріву. У пластинах з немагнітної сталі практично по всій висоті обмоток виконують вертикальні розрізи. Розділеними на вузькі частини виконуються при необхідності й листи пакетів. В той же час, пластини з феромагнітної сталі слабо «реагують» на виконання в них розрізів [23]. Пластина і пакет між собою ізолюються листом з електрокартону. Нагрів поверхні пластини та пакету обмежується допустимим нагрівом трансформаторного масла, а картону – вимогами термічної стійкості целюлозної ізоляції. Спрощені оцінки нагріву феромагнітної та немагнітної пресувальної пластини на стрижні трансформатора представлено в [23] з використанням одновимірної моделі.

Детальні дослідження тривимірного нагріву крайніх пакетів ЕТС на стрижнях МС представлено в роботах [12, 13]. Для спрощення розв'язку розглядається тільки один сплеск втрат по довжині пластини при параболічній формі розподілу по її ширині. При даному припущенні отримано розв'язок тривимірної задачі про сталий нагрів шихтованого прямокутного пакету. Розв'язок було доведено до зручних для інженерних оцінок номограм і широко використовувався при розрахунку, як пакетів, так і пластин трансформаторів.

Задача сумісного нагріву пластини і пакету у відомих роботах не розглянута.

Точніші розрахункові моделі пластин і пакетів з урахуванням повної геометрії вимагають застосування чисельних методів аналізу, як для електромагнітних, так і для теплових задач. При цьому інформація про тривимірний розподіл втрат в об'ємі пластин і пакетів може бути отримана моделюванням магнітного поля, вихрових струмів та втрат в пластині методом СЕА із застосуванням системи ANSYS.

Розрахунок нагріву автономної пластини. Задача нагріву для пластини (пакету) розглядається як теплова задача (1.65), (1.66) із спеціальною функцією тривимірного розподілу втрат [2]. На рис. 11.1 показано схему довільної по висоті пластини форми виділення втрат і геометричні параметри задачі.

У припущенні про теплову ізотропію пластини (пакету) уздовж ширини і довжини $\lambda_x = \lambda_y$, з визначенням $k_\lambda = \lambda_z / \lambda_x$, $h = \alpha_1 / \lambda_z$, $k_\alpha = \alpha_2 / \alpha_1$ задача теплопровідності записується в наступному вигляді

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + k_\lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -\frac{P(x,y,z)}{\lambda_x}; \qquad (11.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = h\theta \quad \text{при} \quad z = 0; \qquad \frac{\partial \theta}{\partial z} = -k_\alpha h\theta \quad \text{при} \quad z = d; \qquad (11.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = \mp k_\lambda h\theta \ \text{при} \ y = \pm b; \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0; 2a; \qquad (11.3)$$

Функція навантаження представляється у вигляді добутку максимальних місцевих втрат на три нормовані складові по напрямах $P(x,y,z) = p_M f(x)\varphi(y)\xi(z)$ [12].

По довжині пластини (пакету), по осі *x,* навантаження може мати довільну форму, збільшуючись до краю пластини і зменшуючись до нуля на торцях при $x = 0; 2a$, що описано граничною умовою (10.3). По осі *y* на-

вантаження може бути описано функцією, симетричною по ширині пластини $\varphi(y)=(y/b)^2$.

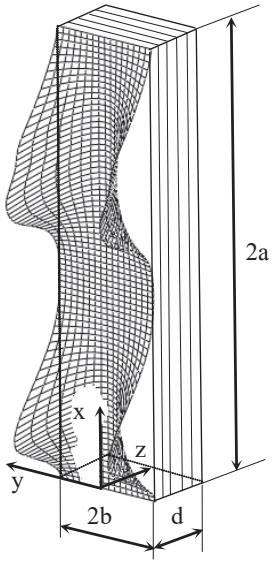


Рис. 11.1

В пакеті по осі z функція навантаження відображає зменшення поля в шихтованих листах ЕТС по експоненті $\xi(z)=\exp(-\gamma z)$ [12]. Коефіцієнт γ визначається як обернена величина ($\gamma=1/\delta$) до глибини проникнення поля δ. Глибина проникнення залежить від інтенсивності поля, розмірів пакету, визначається за емпіричними даними [12] і складає величину 1 - 3 мм. Для немагнітної сталі глибина проникнення значно перевищує товщину пластини, тому $\gamma=0$.

Для розв'язання задачі (11.1) - (11.3) використовується метод розвинення шуканої функції в ряд по власних функціях (МРВФ) [10, 12].

$$\theta(x,y,z)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}Z_{mn}(z)\cos\frac{\mu_m y}{b}\cos\frac{n\pi x}{2a}. \qquad (11.4)$$

Функція $\cos n\pi x/(2a)$ вибрана так, щоб автоматично була задоволена перша з умов (11.3). Функція $\cos\mu_m y/b$ задовольняє другу з умов (11.3), якщо μ_m – корені рівняння

$$ctg\mu_m=\frac{\mu_m}{k_\lambda hb}. \qquad (11.5)$$

Підстановка (11.4) в рівняння (11.1) і визначення невідомих коефіцієнтів ряду Фур'є дає диференційне рівняння відносно змінної z

$$Z''_{mn} - \nu_{mn}^2 Z_{mn} = -\omega\eta_n\psi_m\zeta(z); \qquad (11.6)$$

$$\frac{\partial Z_{mn}}{\partial z} = hZ_{mn} \text{ при } z=0; \ \frac{\partial Z_{mn}}{\partial z} = -k_\alpha hZ_{mn} \text{ при } z=d \quad , \qquad (11.7)$$

де $\omega = p_M/\lambda_x$, ν_{mn} – власні числа рівняння, значення яких наведено далі; η_n – коефіцієнти розвинення в ряд Фур'є функції $f(x)$ по $\cos n\pi x/(2a)$ на відрізку $[0;2a]$; ψ_m – коефіцієнти розвинення в ряд Фур'є функції $\varphi(y)$ по $\cos\mu_m y/b$ на відрізку $[-b;b]$.

Загальний розв'язок рівняння (11.6) з урахуванням вигляду правої частини $\zeta(z)$ має вигляд

$$Z_{mn}(z) = C_{1mn}ch\nu_{mn}z - C_{2mn}sh\nu_{mn}z + A_{mn}\exp(-\gamma z) \quad , \qquad (11.8)$$

де $$A_{mn} = \frac{\omega\eta_n\psi_m}{k_\lambda(\gamma^2 - \nu_{mn}^2)}. \qquad (11.9)$$

Невідомі C_{1mn}, C_{2mn} визначаються при задоволенні граничних умов (11.7) за допомогою системи рівнянь

$$\begin{cases} hC_{1mn} - \nu_{mn}C_{2mn} = -A_{mn}(\gamma + h) \\ (\nu_{mn}th\,\nu_{mn}d + k_\alpha h)C_{1mn} + (\nu_{mn} + k_\alpha hth\,\nu_{mn}d)C_{2mn} = \\ \qquad = -A_{mn}(\gamma + k_\alpha h)\exp(-\gamma d)/ch\,\nu_{mn}d \end{cases} \qquad (11.10)$$

Остаточний розв'язок отримуємо у вигляді:

$$\theta(x,y,z) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} A_{mn}F_{mn}(z)\cos\frac{\mu_m y}{b}\cos\frac{n\pi x}{2a} \quad , \qquad (11.11)$$

де μ_m – корені рівняння $ctg\mu_m = \dfrac{\mu_m}{k_\lambda hb}$;

$$A_{mn} = \frac{\omega\eta_n\psi_m}{k_\lambda(\gamma^2 - \nu_{mn}^2)}; \quad \omega = p_M/\lambda_x; \qquad (11.12)$$

η_n – коефіцієнти розвинення в ряд Фур'є по косинусах функції $f(x)$ на відрізку $[0;2a]$;

$$\psi_m = \frac{2\sin\mu_m\left(\mu_m^2 + 2\mu_m ctg\mu_m - 2\right)}{\mu_m^2\left(\mu_m + \sin\mu_m\cos\mu_m\right)}; \qquad (11.13)$$

$$\eta_n = \begin{cases} \dfrac{1}{2a}\displaystyle\int_0^{2a} f(x)dx, & n = 0 \\ \dfrac{1}{a}\displaystyle\int_0^{2a} f(x)\cos\frac{n\pi x}{2a}dx, & n \neq 0 \end{cases}; \qquad (11.14)$$

$$\nu_{mn}^2 = \frac{1}{k_\lambda}\left(\left(\frac{n\pi}{2a}\right)^2 + \left(\frac{\mu_m}{b}\right)^2\right); \qquad (11.15)$$

$$F_{mn}(z) = \frac{D_{mn}}{\Delta_{mn}}\left(\nu_{mn}\, ch\,\nu_{mn}z + h\, sh\,\nu_{mn}z\right) - \left(\frac{\gamma}{\nu_{mn}} sh\,\nu_{mn}z - ch\,\nu_{mn}z + \exp(-\gamma z)\right); \qquad (11.16)$$

$$D_{mn} = \frac{1}{\nu_{mn}}\left(\frac{\gamma}{h} - k_\alpha\right)\left(1 - \frac{\exp(-\gamma d)}{ch\,\nu_{mn}d}\right) + th\,\nu_{mn}d\left(\frac{k_\alpha\gamma}{\nu_{mn}^2} - \frac{1}{h}\right); \qquad (11.17)$$

$$\Delta_{mn} = 1 + k_\alpha + th\,\nu_{mn}d\left(\frac{k_\alpha h}{\nu_{mn}} + \frac{\nu_{mn}}{h}\right). \qquad (11.18)$$

Отриманий розв'язок аналогічний [12], за винятком використання несиметричного інтервалу по змінній *x*, що дозволяє отримати розв'язок для загальної несиметричної функції $f(x)$.

Нагрів крайнього пакету від основного потоку в сталі визначається за умови постійної за об'ємом функції навантаження $P(x, y, z) = p_O$.

Розв'язок задачі в цьому випадку надається у вигляді ряду

$$\theta(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m F_m(z)\cos\frac{\mu_m y}{b}, \qquad (11.20)$$

де μ_m – корені рівняння $ctg\mu_m = \dfrac{\mu_m}{k_\lambda hb}$;

$$A_m = -\frac{\omega\psi_m}{k_\lambda\nu_{mn}^2}; \quad \omega = p_O/\lambda_x; \qquad (11.21)$$

$$\psi_m = \frac{2\sin\mu_m}{\mu_m + \sin\mu_m \cos\mu_m};\ \nu_m^2 = \frac{1}{k_\lambda}\left(\frac{\mu_m}{b}\right)^2; \qquad (11.22)$$

$$F_m(z) = \frac{D_m}{\Delta_m}\left(\nu_m\, ch\,\nu_m z + h\, sh\,\nu_m z\right) + ch\,\nu_m z - 1; \qquad (11.23)$$

$$D_m = \frac{k_\alpha}{\nu_m}\left(\frac{1}{ch\,\nu_m d} - 1\right) - \frac{th\,\nu_m d}{h};\quad \Delta_m = 1 + k_\alpha + th\,\nu_m d\left(\frac{k_\alpha h}{\nu_m} + \frac{\nu_m}{h}\right). \qquad (11.24)$$

Внаслідок лінійності задач, величини перевищень температур від поля розсіяння (11.11) і основного потоку (11.20) додаються.

Розрахунок сумісного нагріву системи пластина-картон-пакет в одновимірній постановці. Отримані вище розв'язки задач розглядають нагрів кожного тіла окремо. Для якісної оцінки спільного нагріву системи пластина-картон-пакет розглянемо [2] одновимірну задачу теплопровідності стінки з шарів різної теплопровідності − рис. 11.2.

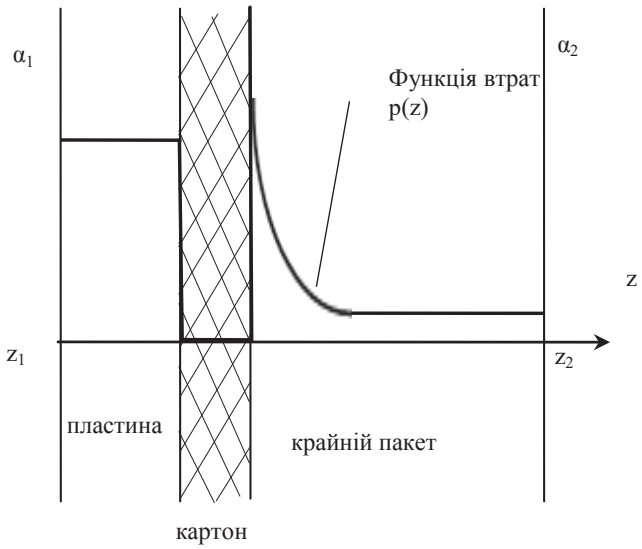


Рис. 11.2

Розрахункову модель в цьому випадку показано на рис. 11.2 для трьох шарів – пресувальної пластини, картону і пакету на краю МС. По осі z функції розподілу втрат пластини і пакету різні.

Розглянемо одновимірну задачу теплопровідності в загальному випадку для довільного числа ділянок

$$\lambda_z^i \frac{d^2\theta}{dz^2} = -p^i(z), \tag{11.25}$$

$$\lambda_z^1 \frac{d\theta}{dz} = \alpha_1\theta \text{ при } z = z_1; \ \lambda_z^N \frac{d\theta}{dz} = -\alpha_2\theta \text{ при } z = z_2; \tag{11.26}$$

де N – кількість ділянок, λz^i – коефіцієнти теплопровідності кожної ділянки в поперечному напрямку,

$$p^i(z) = p_0^i + p_1^i \exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right) \tag{11.27}$$

– узагальнений вид функції втрат, z^i – координати переходів між ділянками, починаючи від *z1* до *z2*.

Інтегрування рівняння (11.25) дає розв'язок на кожній ділянці

$$\theta^i(z) = -\frac{1}{\lambda z^i}\left(C_0^i + C_1^i z + T_0^i(z)\right) \quad , \tag{11.28}$$

де $$T_0^i(z) = p_0^i \frac{(z)^2}{2} + p_1^i \frac{\exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right)}{\left(\gamma^i\right)^2}. \tag{11.29}$$

Похідна функції

$$\frac{d\theta^i}{dz}(z) = -\frac{1}{\lambda z^i}\left(C_1^i + T_1^i(z)\right) \quad , \tag{11.30}$$

де $$T_1^i(z) = p_0^i z - p_1^i \frac{\exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right)}{\gamma^i}. \tag{11.31}$$

Відмітимо, що похідна перевищень температур (11.30) дозволяє визначити КТВ на межах контакту тіл.

Для визначення C_0^i, C_1^i (2N невідомих) на функцію перевищень температур та її похідну накладаються умови (11.32) на межах контакту тіл (2N-2 рівняння) і два рівняння на зовнішній межі (11.26)

$$\theta^k\left(z^k\right) = \theta^{k+1}\left(z^k\right), \quad \frac{d\theta^k}{dz}\left(z^k\right) = \frac{d\theta^{k+1}}{dz}\left(z^k\right) \quad , \tag{11.32}$$

де $k = 1,..., N-1$.

В результаті маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} C_0^k \lambda_z^{k+1} - C_0^{k+1} \lambda_z^k + z^k \left(C_1^k \lambda_z^{k+1} - C_1^{k+1} \lambda_z^k \right) = \\ \qquad = \lambda_z^k T_0^{k+1}\left(z^k\right) - \lambda_z^{k+1} T_0^k \left(z^k\right) \\ C_1^k - C_1^{k+1} = T_1^{k+1}\left(z^k\right) - T_1^k \left(z^k\right) \\ C_0^1 \alpha_1 + C_1^1 \left(\alpha_1 z^0 - \lambda_z^1 \right) = \lambda_z^1 T_1^1 \left(z^0\right) - \alpha_1 T_0^1 \left(z^0\right) \\ C_0^N \alpha_2 + C_1^N \left(\alpha_2 z^N + \lambda_z^N \right) = -\left(\lambda_z^N T_1^N \left(z^N\right) + \alpha_2 T_0^N \left(z^N\right) \right) \end{cases} . \qquad (11.33)$$

Отриманий розв'язок використано для аналізу сумісного нагріву трьох тіл пластина-картон-пакет. На рис. 11.3 показано у відносних одиницях (в.о.) прийнятий при аналізі розподіл питомих втрат і отриманий в результаті розрахунку розподіл перевищення температур та КТВ.

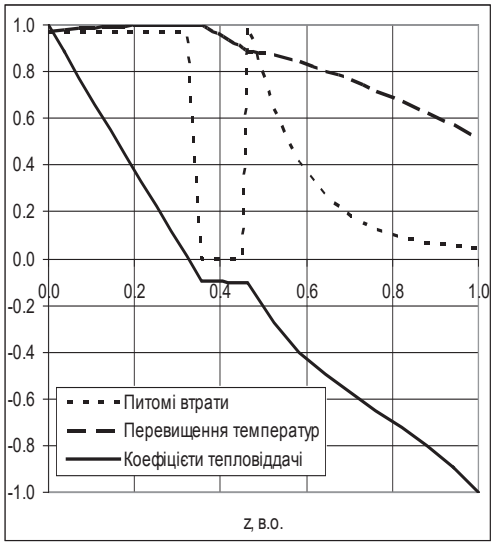


Рис. 11.3

Звернемо увагу на один з важливих практичних результатів даного аналізу. Як зазначено вище, величина похідної (11.30) на межах тіл визначає КТВ при їх сумісному нагріві. Якщо ці значення застосувати окремо до кожного елементу системи, то їх нагрів може бути визначений як для автономних тіл.

Наприклад, з рис. 11.3 для пластини визначаємо, що її нагрів може бути розрахований як автономного тіла з умови, коли на поверхні контакту з картоном $z = d$ КТВ прийняти рівним -0.1 (в.о.) по відношенню до КТВ на поверхні, що охолоджується маслом $z = 0$.

Так само можна розглянути нагрів пакету – із значеннями КТВ на межі контакту з картоном -0.1 та -1.0 (в.о.) на зовнішній межі охолодного масла.

Розрахунок сумісного нагріву пакету та пластини у тривимірній постановці. Наведений вище розв'язок для одновимірної задачі дає лише якісну картину перевищень температур, оскільки в одновимірній постановці не враховується нерівномірний розподіл втрат по площині пластини і пакету.

Перехід до тривимірної постановки сумісної задачі нагріву можливий за умови рівності гармонік в розв'язку (11.4), що виконується при рівних розмірах пластини і пакету по осі *y* і рівності коефіцієнтів теплопровідності в їх площині. Ця умова відповідає випадку виконання пресувальної пластини шириною, що дорівнює ширині крайнього пакету. При цьому отримуємо постановку задачі (11.1) – (11.3) для тривимірної шаруватої області, аналогічну (11.25), (11.26)

$$Z''_{mn} - \left(\nu^i_{mn}\right)^2 Z_{mn} = -p^i_{mn}(z); \qquad (11.34)$$

$$\lambda^1_z \frac{dZ_{mn}}{dz} = \alpha_1 Z_{mn} \quad \text{при } z = z_1; \quad \lambda^N_z \frac{dZ_{mn}}{dz} = -\alpha_2 Z_{mn} \quad \text{при } z = z_2; \qquad (11.35)$$

$$p^i_{mn}(z) = \frac{p^i_0 \bar{\eta}_n \bar{\psi}_m + p^i_1 \eta_n \psi_m + p^i_2 \eta_n \psi_m \exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right)}{\lambda^i_z \lambda_x}, \qquad (11.36)$$

де p^i_0 – постійна в об'ємі пакету складова втрат від основного магнітного потоку в МС, p^i_1 – втрати від вихрових струмів в пластині, p^i_2 – втрати від вихрових струмів в пакеті.

Загальним розв'язком рівняння (11.34) є функція перевищень температур на кожній ділянці

$$Z^i_{mn}(z) = C^i_1 ch\,\nu^i_{mn} z + C^i_2 sh\,\nu^i_{mn} z + T^i_{0mn}(z), \qquad (11.37)$$

де $$T^i_{0mn}(z) = \frac{p^i_0 \bar{\eta}_n \bar{\psi}_m + p^i_1 \eta_n \psi_m}{\left(\nu^i_{mn}\right)^2 \lambda^i_z} + \frac{p^i_2 \eta_n \psi_m \exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right)}{\left(\left(\nu^i_{mn}\right)^2 - \left(\gamma^i\right)^2\right)\lambda^i_z}. \qquad (11.38)$$

Похідна перевищення температур по z:

$$\frac{dZ^i_{mn}}{dz}(z) = \nu^i_{mn}\left(C^i_1 sh\,\nu^i_{mn} z + C^i_2 sh\,\nu^i_{mn} z\right) + T^i_{1mn}(z), \qquad (11.39)$$

де $$T^i_{1mn}(z) = -\frac{p^i_2 \eta_n \psi_m \gamma^i \exp\left(-\gamma^i\left(z - z^{i-1}\right)\right)}{\left(\left(\nu^i_{mn}\right)^2 - \left(\gamma^i\right)^2\right)\lambda^i_z}. \qquad (11.40)$$

Для визначення, C_1^i, C_2^i накладаються умови аналогічні (11.32) і граничні умови (11.35). Отримана система лінійних алгебраїчних рівнянь для $k = 1,..., N-1$ має наступний вигляд:

$$\begin{cases} C_1^k ch\nu_{mn}^k z^k + C_2^k sh\nu_{mn}^k z^k - C_1^{k+1} ch\nu_{mn}^{k+1} z^k - \\ \qquad - C_2^{k+1} sh\nu_{mn}^{k+1} z^k = T_{0mn}^{k+1}\left(z^k\right) - T_{0mn}^{k}\left(z^k\right) \\ \nu_{mn}^k \lambda_z^k \left(C_1^k sh\nu_{mn}^k z^k + C_2^k ch\nu_{mn}^k z^k\right) - \nu_{mn}^{k+1}\lambda_z^{k+1}\left(C_1^{k+1} sh\nu_{mn}^{k+1} z^k - \right. \\ \qquad \left. - C_2^{k+1} ch\nu_{mn}^{k+1} z^k\right) = \lambda_z^{k+1} T_{1mn}^{k+1}\left(z^k\right) - \lambda_z^k T_{1mn}^k\left(z^k\right) \\ C_1^1\left(\nu_{mn}^1 \lambda_z^1 sh\nu_{mn}^1 z^0 - \alpha_1 ch\nu_{mn}^1 z^0\right) + \left(\nu_{mn}^1 \lambda_z^1 ch\nu_{mn}^1 z^0 - \right. \\ \qquad \left. - \alpha_1 sh\nu_{mn}^1 z^0\right) C_2^1 = \alpha_1 T_{0mn}^1\left(z^0\right) - \lambda_z^1 T_{1mn}^1\left(z^0\right) \\ C_1^N\left(\nu_{mn}^N \lambda_z^N sh\nu_{mn}^N z^N + \alpha_2 ch\nu_{mn}^N z^N\right) + C_2^N\left(\nu_{mn}^N \lambda_z^N ch\nu_{mn}^N z^N + \right. \\ \qquad \left. + \alpha_2 sh\nu_{mn}^N z^N\right) = -\left(\alpha_2 T_{0mn}^N\left(z^N\right) + \lambda_z^N T_{1mn}^N\left(z^N\right)\right) \end{cases}, \qquad (11.41)$$

11.2. Аналітичні методи розрахунку нагріву внутрішніх пакетів магнітних систем

Припущення, постановка задачі. Значні нагріви в МС силових трансформаторів і електричних реакторів недопустимі, оскільки теплове руйнування ізоляції призводить до замикань пластин ЕТС і до розвитку так званих внутрішніх пожеж. Тому в середині стрижнів застосовують подовжні (уздовж планарної шихтовки пластин) і поперечні охолоджувальні канали. Фактичні перерізи груп пакетів мають східчасту форму.

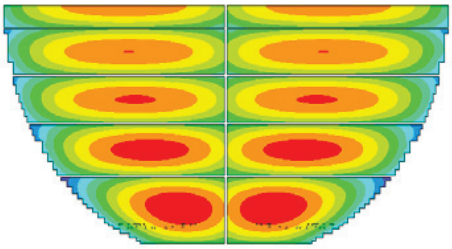


Рис. 11.4

На рис. 11.4 наведено результат моделювання МСЕ для реальної східчастої геометрії групи пакетів на половину перерізу стрижня з подовжніми та поперечним каналами.

У загальному випадку проблема вимагає розгляду задачі теплообміну в тривимірній області МС трансформаторів і реакторів з анізотропною теплопровідністю, з неоднорідними і нелінійними умовами теплообміну на

межах підобластей і з нерівномірним розподілом внутрішніх джерел нагріву.

При аналітичних розв'язках [4, 6, 11, 15, 17, 18, 22 – 24] задача про розподіл температури в МС трансформатора зводиться до розгляду нагріву в перерізах стрижня. Відокремлені охолоджувальними каналами групи пакетів із східчастим контуром зовнішньої поверхні стрижня замінюються прямокутником з еквівалентною площею та розмірами $\widetilde{X}$ і $\widetilde{Y}$ (рис. 11.5).

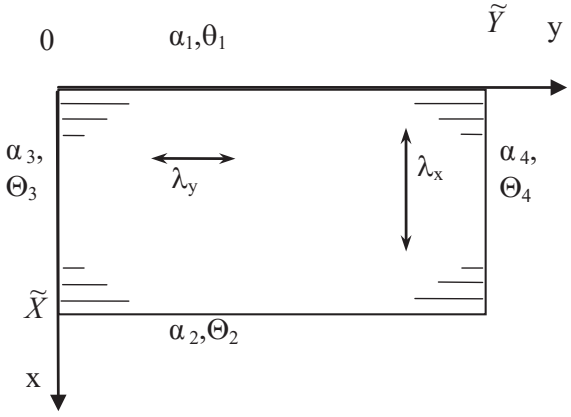


Рис. 11.5

На сторонах $i = 1-4$ прямокутника вважаються відомими коефіцієнти тепловіддачі α_i та перевищення температур Θ_i масла над температурою зовнішнього середовища. Теплопровідність прямокутника анізотропна ($\lambda_x \neq \lambda_y$) і визначається параметрами шихтованої ЕТС. Об'ємна щільність q_v втрат від основного магнітного потоку в МС розподілена в перерізі пакету рівномірно. Крайні пакети МС не розглядаються через іншу природу втрат − від полів розсіяння обмоток.

У роботі [17] розв'язок задачі для прямокутника отримано у вигляді ряду по тригонометричних і гіперболічних косинусах при спрощених граничних умовах: $\alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_3 = \alpha_4$ і $\Theta_i = const$. Таке спрощення приймається і в інших роботах [6, 18, 22, 24]. Аналіз нагріву стрижня в [18] також зведено до розв'язку задачі про розподіл температури в анізотропному прямокутнику з граничними умовами, які не залежать від температури зовнішнього охолодного масла. Окремий випадок кругового перерізу стрижня трансформатора без каналів з ортотропними тепловими властивостями розглянуто в [24]. Спрощений розв'язок представлено у вигляді суми розв'язків двох одновимірних задач у ортогональних напрямках. У роботі [22] для двовимірної задачі рівняння Пуассона усередині стрижня перетворено до рівняння Лапласа. Показано можливість дослідження темпера-

тури в стрижні з використанням методу аналогій між електричними і тепловими задачами.

У монографії [6] нагрів стрижня розглянуто декількома методами. Спрощено – з використанням розв'язку одновимірної задачі уздовж листів сталі, нехтуючи теплопередачею упоперек листів пакету. Також, при припущені про розділення теплового потоку по ортогональних напрямках, представлено покращення наближеного методу [24]. Найбільш детально розподіл температури у перерізі стрижня аналізується із застосуванням розв'язку в [17]. Вказані підходи представлено також у книзі [3].

За спрощених граничних умов $\alpha_i = const$ і $\Theta_i = const$ розподіл температури в прямокутнику у роботі [23] описано у вигляді багаточлена другої степені. Наближений метод розрахунку двовимірного стаціонарного температурного поля шихтованого пакету прямокутного перерізу при несиметричних умовах охолодження $\alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_3 = \alpha_4$, але при спрощеній граничній умові $\Theta_i = 0$, приведено в [11]. Розв'язок задачі отримано методом скінченних інтегральних перетворень (МСІП). В роботі все ж відмічено, що отриманий розв'язок «має недостатню збіжність ряду».

МСІП застосовано і в найбільш повно розвинутій галузевій методиці [4, 15]. На відміну від [11], галузева методика враховує неоднорідні температури масла $\Theta_i = \text{var}$. В залежності від щільності поверхневих втрат на сторонах прямокутника визначаються КТВ α_i. Значення Θ_i в досліджуваних перерізах по висоті стрижня МС визначаються з урахуванням розподілу температури масла в прилеглих вертикальних масляних каналах за методикою, яку представлено в підрозділі 10.2. Детально з вказаною методикою можна ознайомитись в роботах [4, 15]. Проте, зазначимо, що як і в [11], програмна реалізація алгоритму МСІП також показала порівняно слабку збіжність обчислень.

Тому в даному розділі, як і в [1], основну увагу приділено альтернативним розв'язкам задачі з метою отримання більш ефективних процедур обчислень. В подальшому отримані розв'язки верифіковано чисельними розрахунками.

Задачу про розподіл перевищення температури над температурою навколишнього середовища для прямокутної області запишемо у вигляді крайової задачі для рівняння Пуассона з об'ємною щільністю q_v тепловиділення та із змішаними граничними умовами

$$\lambda_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + q_v = 0; \qquad (11.42)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = h_1(\theta - \Theta_1) \text{ при } x = 0; \ \frac{\partial \theta}{\partial x} = -h_2(\theta - \Theta_2) \text{ при } x = \widetilde{X}; \qquad (11.43)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial y}=h_3\left(\theta-\Theta_3\right)\ \text{при}\ y=0\,;\ \ \frac{\partial\theta}{\partial y}=-h_4\left(\theta-\Theta_4\right)\ \text{при}\ y=\tilde{Y},\qquad(11.44)$$

де $h_1=\dfrac{\alpha_1}{\lambda_x},\ h_2=\dfrac{\alpha_2}{\lambda_x},\ h_3=\dfrac{\alpha_3}{\lambda_y},\ h_4=\dfrac{\alpha_4}{\lambda_y}.$

Розв'язок задачі методом скінченних інтегральних перетворень. Для виключення диференціювання по змінній x із задачі (11.42) – (11.44) введемо скінченне інтегральне перетворення функції згідно [10]

$$\overline{\theta}\left(k,y\right)=\int_0^{\tilde{X}}\theta\left(x,y\right)\overline{K}\left(x,k\right)dx\qquad,\qquad(11.45)$$

де ядро перетворення $\overline{K}\left(x,k\right)$ є неперервна з першою та другою похідною функція.

На ядро перетворення накладаються умови, що витікають з (11.43) і (11.44):

$$\frac{\partial^2\overline{K}}{\partial x^2}+\mu^2\overline{K}=0\,,\qquad(11.46)$$

$$\frac{\partial\overline{K}}{\partial x}=h_1\overline{K}\ \text{при}\ x=0\,,\ \ \frac{\partial\overline{K}}{\partial x}=-h_2\overline{K}\ \text{при}\,x=\tilde{X}\,.\qquad(11.47)$$

Розв'язком задачі (11.46), (11.47) є повна система функцій, що побудована на послідовності додатних власних чисел μ_k. Тому приймаючи $\overline{K}\left(x,k\right)=\overline{K}_k\left(x\right)$, отримуємо:

$$\overline{K}_k\left(x\right)=\cos\mu_k x+\frac{h_1}{\mu_k}\sin\mu_k x\qquad,\qquad(11.48)$$

де μ_k – корені трансцендентного рівняння, яке отримуємо при підстановці виразу (11.48) в крайові умови (11.47)

$$ctg\mu_k\tilde{X}=\frac{\mu_k^2-h_1h_2}{\left(h_1+h_2\right)\mu_k}\,.\qquad(11.49)$$

Враховуючи отриману систему функцій (11.48), перетворення (11.45) записується у вигляді:

$$\overline{\theta}_k(y)=\int_0^{\widetilde{X}}\theta(x,y)\overline{K}_k(x)dx. \qquad (11.50)$$

Застосовуючи перетворення (11.50) для задачі (11.42) – (11.44) та виконуючи інтегрування рівняння (11.42) по частинах і враховуючи властивість (11.46), отримуємо задачу для функції $\overline{\theta}_k(y)$ у вигляді рівнянь

$$\frac{\partial^2\overline{\theta}_k}{\partial y^2}-\varepsilon_k^2\overline{\theta}_k+D_k=0\,,\quad\left(\varepsilon_k^2=\mu_k^2\frac{\lambda_x}{\lambda_y}\right) \qquad (11.51)$$

та граничних умов

$$\frac{\partial\overline{\theta}_k}{\partial y}=h_3\left(\overline{\theta}_k-\overline{\Theta}_3\right)\text{ при }y=0\,,\ \frac{\partial\overline{\theta}_k}{\partial y}=-h_4\left(\overline{\theta}_k-\overline{\Theta}_4\right)\text{ при }y=\widetilde{Y}\,. \qquad (11.52)$$

Для визначення постійного члена D_k в рівнянні (11.51) використовуємо умови (11.47) для ядра перетворення:

$$\begin{aligned}D_k&=\frac{\lambda_x}{\lambda_y}\left(\overline{K}(x,k)\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial x}-\theta(x,y)\frac{\partial\overline{K}(x,k)}{\partial x}\right)\Bigg|_0^{\widetilde{X}}+\\&+\frac{\overline{q}_v}{\lambda_y}=\frac{\lambda_x}{\lambda_y}\left(\overline{K}_k\left(\widetilde{X}\right)\Theta_2h_2+\Theta_1h_1\right)+\frac{q_vI_k}{\lambda_y}.\end{aligned} \qquad (11.53)$$

Величини перетворених функцій-констант визначаються за формулами

$$\overline{q}_v=\int_0^{\widetilde{X}}q_v\overline{K}(x,k)dx=q_vI_k\,,\quad\overline{\Theta}_3=\Theta_3I_k\,,\overline{\Theta}_4=\Theta_4I_k \qquad (11.54)$$

де

$$I_k=\int_0^{\widetilde{X}}\overline{K}(x,k)dx=\frac{1}{\mu_k}\sin\mu_k\widetilde{X}+\frac{h_1}{\mu_k^2}\left(1-\cos\mu_k\widetilde{X}\right).\quad, \qquad (11.55)$$

Розв'язком (11.51) є сімейство функцій:

$$\overline{\theta}_k=C_{1k}ch\varepsilon_ky+C_{2k}sh\varepsilon_ky+D_k\big/\varepsilon_k^2\,. \qquad (11.56)$$

Невідомі C_{1k}, C_{2k} визначаються з системи лінійних алгебраїчних рівнянь, які отримуємо підстановкою (11.55) в граничні умови (11.52)

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = -h_3\left(\frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \overline{\Theta}_3\right) \\ \left(\varepsilon_k sh\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 ch\varepsilon_k \widetilde{Y}\right) C_{1k} + \left(\varepsilon_k ch\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 sh\varepsilon_k \widetilde{Y}\right) C_{2k} = -h_4\left(\frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \overline{\Theta}_4\right) \end{cases} \quad (11.57)$$

Розв'язок основного рівняння (11.42) має вигляд ряду

$$\theta(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \overline{\theta}_k K_k(x) \quad , \quad (11.58)$$

де $K_k(x)$ – ядро зворотного перетворення, що відрізняється від ядра прямого перетворення нормувальним множником

$$K_k(x) = \frac{\overline{K}_k(x)}{N_x}, \quad N_k = \int_0^{\widetilde{X}} \overline{K}_k^2(x) dx . \quad (11.59)$$

Остаточний розв'язок задачі (11.42) – (11.44) згідно МСІП отримуємо у вигляді

$$\theta(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} \overline{\theta}_k(y) \overline{K}_k(x) / N_k \quad , \quad (11.60)$$

де

$$\overline{\theta}_k(y) = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta_{0k}} sh\varepsilon_k y + \frac{\Delta_{2k}}{\Delta_{0k}} ch\varepsilon_k y + \frac{D_k}{\varepsilon_k^2}; \quad \Delta_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad (11.61)$$

$$N_k = \frac{X}{2}\left(1 + \frac{h_1^2}{\mu_k^2}\right) + \left(1 - \frac{h_1^2}{\mu_k^2}\right)\frac{\sin 2\mu_k \widetilde{X}}{4\mu_k} + \frac{h_1}{\mu_k^2}\sin^2 \mu_k \widetilde{X}; \quad (11.62)$$

$$\Delta_{1k} = B_{1k} A_{2k} + \varepsilon_k B_{2k}; \qquad \Delta_{2k} = h_3 B_{2k} - A_{1k} B_{1k}; \quad (11.63)$$

$$A_{1k} = \varepsilon_k sh\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 ch\varepsilon_k \widetilde{Y}; \quad A_{2k} = \varepsilon_k ch\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 sh\varepsilon_k \widetilde{Y}; \quad (11.64)$$

$$B_{1k} = -h_3\left(\frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \Theta_3 I_k\right); \quad B_{2k} = -h_4\left(\frac{D_k}{\varepsilon_k^2} - \Theta_4 I_k\right). \quad (11.65)$$

Розв'язок задачі методом розділення змінних (МРЗ). Шукана функція представляється [10] у вигляді суми декількох функцій, що є розв'язком задач виду (11.42) – (11.44) з приведенням частини умов до однорідних

$$\theta(x,y) = \theta_x(x,y) + \theta_y(x,y) + \theta_o(x,y). \quad (11.66)$$

Так функція $\theta_x(x,y)$ є розв'язком задачі (11.42) – (11.44) при $\theta_1=\theta_2=0$ і нульовій величині $q_v=0$:

$$\lambda_x\frac{\partial^2\theta_x}{\partial x^2}+\lambda_y\frac{\partial^2\theta_x}{\partial y^2}=0, \tag{11.67}$$

$$\frac{\partial\theta_x}{\partial x}=h_1\theta_x \text{ при } x=0, \quad \frac{\partial\theta_x}{\partial x}=-h_2\theta_x \text{ при } x=\tilde{X}, \tag{11.68}$$

$$\frac{\partial\theta_x}{\partial y}=h_3(\theta_x-\Theta_3) \text{ при } y=0, \quad \frac{\partial\theta_x}{\partial y}=-h_4(\theta_x-\Theta_4) \text{ при } y=\tilde{Y}. \tag{11.69}$$

Функція $\theta_y(x,y)$ є розв'язком задачі (11.42) – (11.44) при $\theta_3=\theta_4=0$ і також при $q_v=0$:

$$\lambda_x\frac{\partial^2\theta_y}{\partial x^2}+\lambda_y\frac{\partial^2\theta_y}{\partial y^2}=0, \tag{11.70}$$

$$\frac{\partial\theta_y}{\partial x}=h_1(\theta_y-\Theta_1) \text{ при } x=0, \quad \frac{\partial\theta_y}{\partial x}=-h_2(\theta_y-\Theta_2) \text{ при } x=\tilde{X}, \tag{11.71}$$

$$\frac{\partial\theta_y}{\partial y}=h_3\theta_y \text{ при } y=0, \quad \frac{\partial\theta_y}{\partial y}=-h_4\theta_y \text{ при } y=\tilde{Y}. \tag{11.72}$$

Функція $\theta_o(x,y)$ є розв'язком задачі (11.42) – (11.44) при однорідних умовах $\theta_1=\theta_2=\theta_3=\theta_4=0$, але при $q_v\neq 0$:

$$\lambda_x\frac{\partial^2\theta_o}{\partial x^2}+\lambda_y\frac{\partial^2\theta_o}{\partial y^2}+q_v=0, \tag{11.73}$$

$$\frac{\partial\theta_o}{\partial x}=h_1\theta_o \text{ при } x=0, \quad \frac{\partial\theta_o}{\partial x}=-h_2\theta_o \text{ при } x=\tilde{X}, \tag{11.74}$$

$$\frac{\partial\theta_o}{\partial y}=h_3\theta_o \text{ при } y=0, \quad \frac{\partial\theta_o}{\partial y}=-h_4\theta_o \text{ при } y=\tilde{Y}. \tag{11.75}$$

МРЗ полягає в представленні шуканої функції у вигляді добутку функцій по кожній змінній

$$\theta(x,y)=X(x)Y(y). \tag{11.76}$$

Так, підстановка (11.76) в рівняння (11.67) дає

$$\lambda_x X''Y + \lambda_y XY'' = 0\,, \tag{11.77}$$

$$\frac{X''}{X} = -\frac{\lambda_y}{\lambda_x}\frac{Y''}{Y} = -\mu^2 \quad , \tag{11.78}$$

де μ – число, що не залежить від змінних *x, y*.

З рівняння (11.77) отримуємо два рівняння (11.79) і (11.81).

$$X'' + \mu^2 X = 0\,, \tag{11.79}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = h_1 X \quad \text{при}\, x = 0, \quad \frac{\partial X}{\partial x} = -h_2 X \quad \text{при}\ x = \tilde{X}\,, \tag{11.80}$$

$$Y_k'' - \varepsilon_k^2 Y_k = 0\,, \quad \left(\varepsilon_k^2 = \mu_k^2 \frac{\lambda_x}{\lambda_y}\right). \tag{11.81}$$

Розв'язком задачі (11.79), (11.80) є сімейство функцій

$$X_k(x) = \cos\mu_k x + \frac{h_1}{\mu_k}\sin\mu_k x \quad , \tag{11.82}$$

де μ_k – корені рівняння (11.49).

Розв'язком рівняння (11.81) є сімейство функцій

$$Y_k(y) = C_{1k} ch\varepsilon_k y + C_{2k} sh\varepsilon_k y\,. \tag{11.83}$$

Тому загальний розв'язок рівняння (11.67) має вигляд:

$$\theta_x(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) Y_k(y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(C_{1k} ch\varepsilon_k y + C_{2k} sh\varepsilon_k y\right). \tag{11.84}$$

Підстановка в граничні умови (11.69) розвинення функції (11.84) дає систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k}\right) = h_3\Theta_3, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k}\right) = h_4\Theta_4, \end{cases} \tag{11.85}$$

де

$$A_{1k} = \varepsilon_k sh\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 ch\varepsilon_k \widetilde{Y}\,, \quad A_{2k} = \varepsilon_k ch\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 sh\varepsilon_k \widetilde{Y}\,. \qquad (11.86)$$

У лівій частині рівнянь системи (11.85) представлено ряди Фур'є по повній системі ортогональних функцій $X_k(x)$ на відрізку. Отже, вирази в дужках є коефіцієнтами розвинення в ряд Фур'є. Таким чином, для визначення невідомих C_{1k}, C_{2k} отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = h_3 \Theta_3 \dfrac{I_k}{N_k} \\ A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} = h_4 \Theta_4 \dfrac{I_k}{N_k} \end{cases}, \qquad (11.87)$$

де коефіцієнти нормування

$$I_k = \int_0^{\widetilde{X}} X_k(x)dx\,, \quad N_k = \int_0^{\widetilde{X}} X_k^2(x)dx\,. \qquad (11.88)$$

Розв'язок задачі (11.70) – (11.72) для $\theta_y(x,y)$ здійснюється подібним чином з побудовою системи функцій по змінній y.

Розв'язок задачі (11.73) – (11.75) для $\theta_o(x,y)$ використовує розвинення в ряд за системою функцій, які задовольняють умовам (11.74)

$$\theta_o(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) V_k(y). \qquad (11.89)$$

Підставляючи даний вираз в (11.73) і визначаючи коефіцієнти ряду Фур'є, отримуємо рівняння для $V_k(y)$:

$$V_k''(y) - \varepsilon_k^2 V_k(y) = -\frac{q_v}{\lambda_y}\frac{I_k}{N_k}. \qquad (11.90)$$

Розв'язком (11.90) є сімейство функцій

$$V_k(y) = C_{1k} ch(\varepsilon_k y) + C_{2k} sh(\varepsilon_k y) + \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2}\frac{I_k}{N_k}. \qquad (11.91)$$

Повний розв'язок рівняння (11.73) має вигляд

$$\theta_o(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(C_{1k} ch\varepsilon_k y + C_{2k} sh\varepsilon_k y + \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2}\frac{I_k}{N_k} \right). \qquad (11.92)$$

Підстановка розвинення функції (11.92) в граничні умови (11.75) дає, з використанням коефіцієнтів (11.88), систему рівнянь

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} + h_3 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \right) = 0 \\ \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} - h_4 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \right) = 0 \end{cases} \tag{11.93}$$

На її основі отримуємо наступну систему для визначення коефіцієнтів C_{1k}, C_{2k}

$$\begin{cases} h_3 C_{1k} - \varepsilon_k C_{2k} = h_3 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \\ A_{1k} C_{1k} + A_{2k} C_{2k} = -h_4 \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k} \end{cases} \tag{11.94}$$

Остаточний розв'язок задачі (11.42) – (11.44) методом розділення змінних має вигляд

$$\theta(x,y) = \theta_x(x,y) + \theta_y(x,y) + \theta_o(x,y); \tag{11.95}$$

$$\theta_x(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(\frac{\Lambda_{1k}}{\Lambda_{0k}} sh\varepsilon_k y + \frac{\Lambda_{2k}}{\Lambda_{0k}} ch\varepsilon_k y \right) \frac{I_k}{N_k}; \tag{11.96}$$

$$\theta_y(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X'_k(y)\left(\frac{\Lambda'_{1k}}{\Lambda'_{0k}} sh\varepsilon'_k x + \frac{\Lambda'_{2k}}{\Lambda'_{0k}} ch\varepsilon'_k x \right) \frac{I'_k}{N'_k}; \tag{11.97}$$

$$\theta_o(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x)\left(\frac{\Omega_{1k}}{\Omega_{0k}} sh\varepsilon_k y + \frac{\Omega_{2k}}{\Omega_{0k}} ch\varepsilon_k y + 1 \right) \frac{q_v}{\lambda_y \varepsilon_k^2} \frac{I_k}{N_k}, \tag{11.98}$$

де

$$\Omega_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad \Omega_{1k} = h_3(A_{1k} - h_4); \quad \Omega_{2k} = -(\varepsilon_k h_4 + h_3 A_{2k}); \tag{11.99}$$

$$\Lambda_{0k} = h_3 A_{2k} + \varepsilon_k A_{1k}; \quad \Lambda_{1k} = h_3 \Theta_3 A_{2k} + h_4 \Theta_4 \varepsilon_k;$$

$$\Lambda_{2k} = h_3 h_4 \Theta_4 - h_3 \Theta_3 A_{1k}; \tag{11.100}$$

$$A_{1k} = \varepsilon_k sh\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 ch\varepsilon_k \widetilde{Y}; \quad A_{2k} = \varepsilon_k ch\varepsilon_k \widetilde{Y} + h_4 sh\varepsilon_k \widetilde{Y}; \tag{11.101}$$

$$N_k = \frac{\widetilde{X}}{2}\left(1+\frac{h_1^2}{\mu_k^2}\right)+\left(1-\frac{h_1^2}{\mu_k^2}\right)\frac{\sin 2\mu_k\widetilde{X}}{4\mu_k}+\frac{h_1}{\mu_k^2}\sin^2\mu_k\widetilde{X}\,; \qquad (11.102)$$

$$I_k = \frac{\sin\mu_k\widetilde{X}}{\mu_k}+\frac{h_1}{\mu_k^2}\left(1-\cos\mu_k\widetilde{X}\right). \qquad (11.103)$$

Величини із штрихом в формулі (11.97) визначаються виразами (11.49), (11.50), (11.82), (11.99) – (11.103) взаємною заміною x та y, $\widetilde{X}$ та $\widetilde{Y}$, λ_x та λ_y, h_3 та h_1, h_4 та h_2, Θ_3 і Θ_1, Θ_4 і Θ_2:

$$X'_k(y) = \cos\mu'_k y+\frac{h_3}{\mu'_k}\sin\mu'_k y\,; \qquad (11.104)$$

$$\Lambda'_{0k} = h_1A'_{2k}+\varepsilon'_kA'_{1k}\,; \quad \Lambda'_{1k} = h_1\Theta_1A'_{2k}+h_2\Theta_2\varepsilon'_k\,;$$
$$\Lambda'_{2k} = h_1h_2\Theta_2-h_1\Theta_1A'_{1k}\,; \qquad (11.105)$$

$$A'_{1k} = \varepsilon'_k sh\varepsilon'_k\widetilde{X}+h_2ch\varepsilon'_k\widetilde{X}\,; \quad A'_{2k} = \varepsilon'_k ch\varepsilon'_k\widetilde{X}+h_2sh\varepsilon'_k\widetilde{X}\,; \qquad (11.106)$$

$$N'_k = \frac{\widetilde{Y}}{2}\left(1+\frac{h_3^2}{(\mu'_k)^2}\right)+\left(1-\frac{h_3^2}{(\mu'_k)^2}\right)\frac{\sin 2\mu'_k\widetilde{Y}}{4\mu'_k}+\frac{h_3}{(\mu'_k)^2}\sin^2\mu'_k\widetilde{Y}\,; \qquad (11.107)$$

$$I'_k = \frac{\sin\mu'_k\widetilde{Y}}{\mu'_k}+\frac{h_3}{(\mu'_k)^2}\left(1-\cos\mu'_k\widetilde{Y}\right); \qquad (11.108)$$

$$ctg\mu'_k\widetilde{Y} = \frac{(\mu'_k)^2-h_3h_4}{(h_3+h_4)\mu'_k}\,; \quad (\varepsilon'_k)^2 = (\mu'_k)^2\frac{\lambda_y}{\lambda_x}\,. \qquad (11.109)$$

Обидва отримані розв'язки МСІП та МРЗ є повними розв'язками задачі (11.42) – (11.44). Перший розв'язок МСІП є простішим, вимагаючи визначення коренів тільки одного трансцендентного рівняння і підсумовування по одному ряду. Проте, як показали відповідні обчислення, розв'язок МСІП має гіршу збіжність обчислень, що відповідає висновку роботи [11]. Для наведеного нижче прикладу для досягнення збіжності в третій значущій цифрі МСІП вимагає 25 членів розкладу, а МРЗ – 5.

11.3. Оцінка нагріву електростатичних екранів

Електростатичні екрани у вигляді системи вертикальних провідних смуг застосовують в головній ізоляції трансформаторів між обмотками

нижчої та вищої напруги, як показано на рис.11.6 (з роботи [19]), між обмоткою та стрижнем МС.

В підрозділі 9.7 показано, що на вертикальних смугах екрану на стрижні МС реактора за рахунок випинання магнітного потоку з немагнітних проміжків виникають концентровані зони вихрових струмів і, відповідно, втрат – рис. 9.24, 9.25.

Оцінку нагріву провідних смуг електростатичного екрану реактора проведено в роботі [14] за спрощеною методикою [19,21]. Розглядається нагрів вертикального краю смуги. Не враховується теплопровідність по ширині і по довжині смуги.

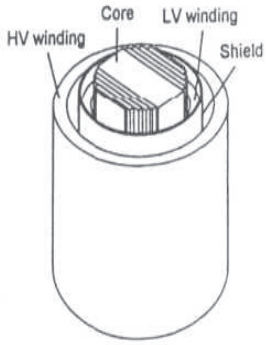


Рис. 11.6

За конструктивними даними досліджуваного реактора потужністю 60 МВАр діаметр екрану 616 мм, висота 2415 мм, ширина окремої провідної смуги екрану 25 мм, товщина смуги 0.02 мм, товщина ізоляції d екрану на одну сторону 1 мм. Питомий опір провідної смуги (алюмінію) ρ = 0.028 Ом*мм^2/м. Теплопровідність просоченого маслом ізоляційного картону дорівнює λ =0.3 Вт/(м К). Тепловий опір ізоляції $R = d / \lambda$. Для умов природної циркуляції масла у вертикальному каналі КТВ визначено в залежної від усереднених q_s поверхневих втрат за формулою $\alpha = 4.3 q_s^{0.4}$.

Для дослідженого випадку максимальна поверхнева густина теплового потоку на краю верхньої ділянки смуги дорівнює q =521 Вт/м^2, усереднені втрати на ділянці $q_S = q / 2 = 260.5$ Вт/м^2. В цьому випадку $\alpha = 39.8$ Вт/(м^{2}К). Перевищення температури екрану над маслом $\Delta t_E = \mathrm{q}/\alpha = 13.1$ К. Перепад температури в ізоляції $\Delta t_I = q\,R = 1.7$ К. Перевищення температури екрану над температурою масла в місці розташування розрахункової ділянки дорівнює сумі $\Delta t = \Delta t_E + \Delta t_I = 14.8$. Далі прийнято припущення, що перевищення температури прилеглого до екрану масла дорівнює перевищенню температури верхнього масла в баку. В

сумі отримане значення для даного реактора не перевищило норму нагріву целюлозної ізоляції екрану, що і визначило можливість застосування екрану для розглянутого реактора.

Більш точне визначення температури прилеглого до екрану масла може бути проведено з використанням моделі нагріву та підняття масла в вертикальному каналі прямокутного перерізу $a \times b$ висотою H під дією теплового потоку q від поверхні стрижня, яка представлена в підрозділі 10.2. Такий канал створюється (зі сторін a) поверхнею стрижня з тепловим потоком по нормалі до поверхні каналу, з протилежної – поверхнею картонного циліндра екрану, тепловим потоком зі сторони екрану знехтуємо. Менші сторони b каналу обмежені опорними рейками, через які екран притискається до стрижня.

Розглянемо приклад з наступними даними, які визначені для реактора потужністю 110 МВАр. Висота стрижня Нс=2600 мм, поверхневі втрати q=1700 Вт/м^2, розміри каналу a=45.5 мм, b=10 мм. Розрахунком за програмою **RCO** визначено перевищення температури масла над температурою ТОС внизу бака (на вході в канал) рівним 18.3 К, верхнього масла 37.9 К, тобто перепад по висоті бака 19.6 К. ТОС за умовами експлуатації в режимі М задано 50 °С. Тому температура на вході в канал дорівнює 68.3 °С.

З використанням методики, яку представлено у підрозділі 10.2 проведено розрахунки 9-ти варіантів можливих значень розмірів *a, b* масляного каналу, температур на вході в канал t_b для СО М, Д, ДЦ. Розподіл температур в каналі по висоті стрижня H^*=1.0 в.о. для різних температур на вході в канал (початкові точки на осі температур) показано на рис. 11.7.

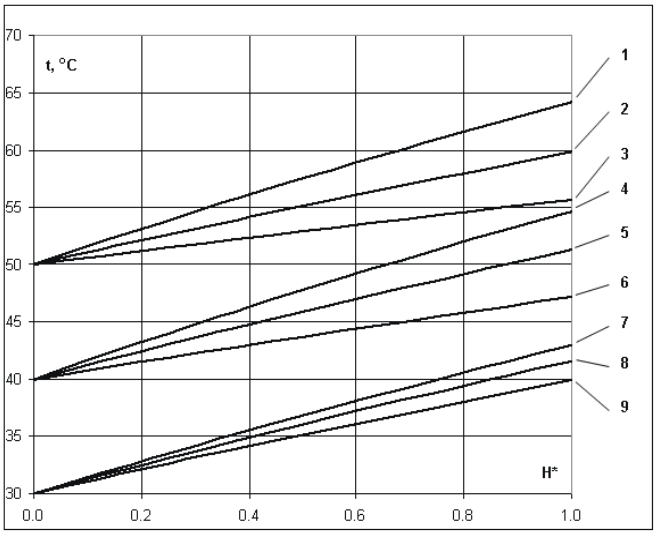


Рис. 11.7

Приклади перепадів температур масла на двох величинах висот 1600 та 2600 мм над температурою масла на вході в канал приведено у відповідних стовпцях табл. 11.1 при обраних характерних розмірах охолодних каналів, масла на вході в канал t_b та для різних режимів охолодження. Для варіантів 3, 4, 7 на верхньому краю стрижня перепади температури масла в каналі перевищують перепад 19.6 К, який визначено по розподілу масла в баку. Вказані підвищені перепади обумовлено малими розмірами охолодних каналів для варіантів 3, 4 та низькою температурою і швидкістю (режим М) масла на вході в канал для варіанту 7.

Таблиця 11.1 - Перепади температури по висоті прилеглого до екрану масляного каналу

№	a, мм	b, мм	Режим	t_b, ^{0}C	$\Delta t_{H=1600}$, К	$\Delta t_{H=2600}$, К
1	100	10	М	50	5.7	8.9
2	20				9.8	15.3
3	10				14.2	21.8
4	20	8	М	40	14.7	22.4
5		10			11.3	17.4
6		15			7.2	11.3
7	20	10	М	30	13.0	19.9
8			Д		11.6	17.9
9			ДЦ, Ц		9.9	15.4

Наведена методика дозволяє оптимізувати параметри екрану і його розташування по відношенню до поверхні стрижня. Мається на увазі, що зміна відстані від стрижня (розмір *b)* не тільки певним чином (показано на графіках і в таблиці) впливає на перепад температури масла каналі, а й те, що при цьому змінюється магнітне поле від стрижня, відповідно, втрати і перевищення температури екрану над температурою прилеглого масла.

Зазначимо, що певні дослідження нагріву масла в каналах між стрижнем та екраном можна провести CFD-моделюванням. Для прикладу див. рис. 12.4 – 12.6.

11.4. Метод скінченних елементів для розрахунку нагріву пресувального кільця з немагнітної сталі

Для забезпечення електродинамічної стійкості, зокрема, трансформаторів з різко змінними навантаженнями, їх обмотки пресуються спеціальною гідропружинною системою. Вона демпфує осьові переміщення обмоток при частих поштовхах експлуатаційних навантажень і при ударних зусиллях коротких замикань. Система розташовується на пресувальному

кільці з немагнітної сталі, яке є спільним для основних обмоток на стрижні. Розміри кільця перевищують глибину проникнення електромагнітної хвилі, тому воно відноситься до масивних тіл зі значними вихровими струмами і нерівномірним розподілом втрат і нагріву. Захист кільця від інтенсивних полів розсіяння обмоток здійснюється магнітними екранами (шунтами).

Схематичний ескіз досліджуваного трансформатора із спільним кільцем для двох обмоток показано на рис. 9.29. Для постановки та розв'язку теплової задачі прийнято ряд припущень. Розподіл внутрішніх джерел приймається вісесиметричним уздовж кутової координати кільця, але нерівномірним по перерізу кільця (рис. 9.31). Температурне поле вважається стаціонарним. Рух рідини (при масляному охолодженні) в пограничних шарах до кільця розглядається в наближенні Буссінеска, при якому різного роду теплофізичні властивості мають степеневу залежність від температури і представляються в крайовій задачі спрощено емпіричними КТВ. При вказаних припущеннях, крайова задача (1.65), (1.66) для розподілу перевищення температури кільця над температурою прилеглого середовища Θ формулюється у вигляді рівняння Пуассона з крайовими умовами третього роду на границі Γ перерізу кільця

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\lambda_r \frac{\partial \Theta}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda_z \frac{\partial \Theta}{\partial z}) = -q(r,z),$$

$$\lambda_r \frac{\partial \Theta}{\partial r} n_r + \lambda_z \frac{\partial \Theta}{\partial z} n_z + \alpha\ \Theta = 0, \qquad (11.110)$$

де q – об'ємний розподіл щільності джерел тепловиділення, λ_r, λ_z – коефіцієнти теплопровідності анізотропного, в загальному випадку, тіла, α – КТВ з поверхні тіла, n_r, n_z – направляючі косинуси зовнішньої нормалі $\bar{n}$ до замкнутої границі Γ.

В умовах масляного чи повітряного охолодження необхідно розрізняти КТВ для горизонтальних і для вертикальних поверхонь, наприклад, за оцінками, які наведено в підрозділі 10.3.

Розв'язок крайової теплової задачі (11.110) проведено [7] методом скінченних елементів. Мінімізацією відповідного функціонала задачу зведено до розв'язку системи алгебраїчних рівнянь відносно перевищень температури Θ над охолодним середовищем у вузлах елементів прямокутної форми при квадратичній апроксимації потенційної функції [16]

$$([K]+[H])\{\Theta\} = \{R\}, \qquad (11.111)$$

де

$$K_{ij}^{(l)} = \iint\limits_{G^{(l)}} (\lambda_r \frac{\partial N_i}{\partial r}\frac{\partial N_j}{\partial r} + \lambda_z \frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z}) rdrdz,$$

$$H_{ij}^{(l)} = \int\limits_{\Gamma^{(l)}} \alpha N_i N_j dl, \qquad R_{ij}^{(l)} = \iint\limits_{G^{(l)}} q N_i \, rdrdz,$$

де N_i – координатні функції $\Theta = \sum_{i=1}^{n} N_i \Theta_i$, n=8 – число вузлів апроксимації в межах скінченого елементу l. При обчисленні коефіцієнтів системи використовуються квадратури Гауса.

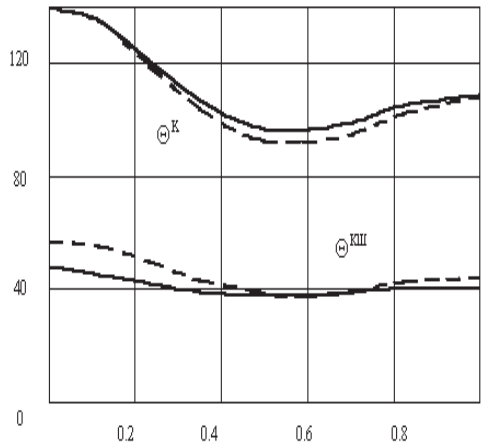


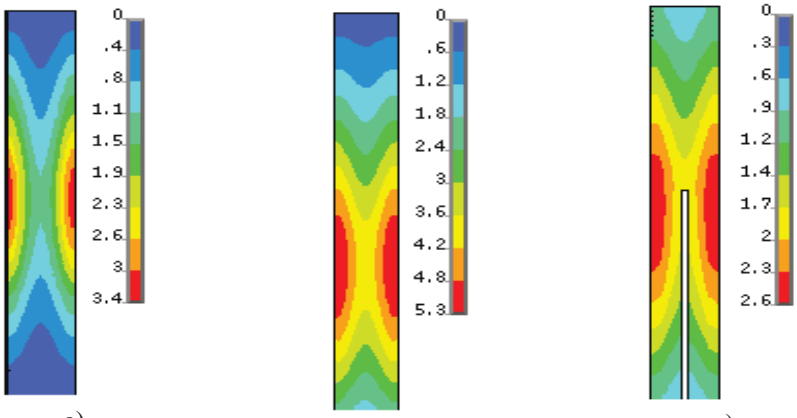
Рис. 11.8

Виміри проведено на фізичній моделі трансформатора з двома обмотками та спільним кільцем з немагнітної сталі (рис. 9.28) термопарами в сталому тепловому режимі повітряного охолодження. Поряд з електромагнітними дослідженнями проведено виміри його нагріву. При розрахунку горизонтальні поверхні кільця і його зовнішню торцеву поверхню слід вважати відкритими поверхнями, а внутрішню – як поверхню в вертикальному охолодному каналі, утвореному поверхнею стрижня і внутрішніми поверхнями обмотки і кільця. Коефіцієнти тепловіддачі визначено за формулами, наведеними в підрозділі 10.3.

Епюри розподілу перевищення (К) температур над ТОС по верхній і нижній поверхням кільця показано на рис. 11.8: Θ^{K} – для кільця без шунта і $\Theta^{KШ}$ – для кільця з шунтом. Зменшення майже в два рази щільності вихрових струмів в кільці з шунтами (рис. 9.31) призводить до такого ж зменшення його нагріву. На рис. 11.8 суцільні лінії виміряних значень близькі до пунктирних – розрахункових.

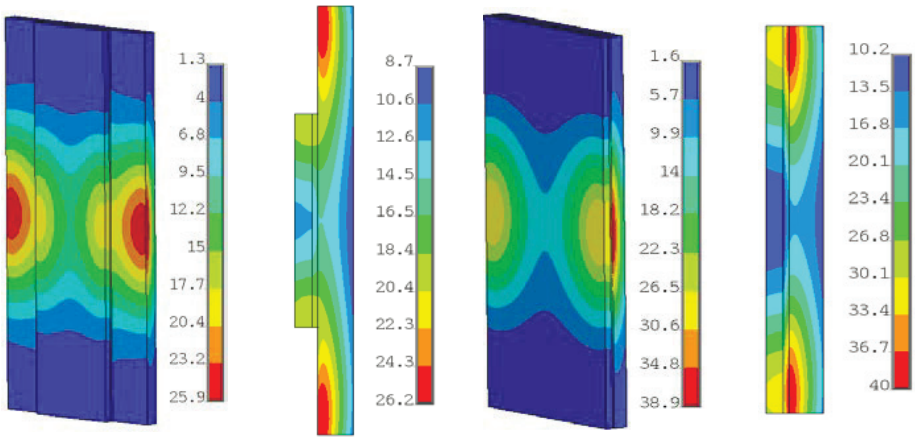
11.5. Чисельні розрахунки нагріву пресувальної пластини і крайніх пакетів магнітних систем

Розрахунок нагріву пакету і пластини проведено за аналітичними розв'язками та чисельним методом.



а) б) в)

Рис. 11.9



а) б)

Рис.11.10

На рис. 11.9 показано розподіл нагріву в пакеті (а) та в суцільній пластині (б). Отримано, що максимальне перевищення температури (К) над температурою прилеглого масла для крайнього пакету по аналітичному методу підрозділу 11.1 складає 3.45 К, по МСЕ 3.41 К. Для пресувальної

пластини – відповідно аналітично отримано значення 5.36 К, по МСЕ 5.35 К. Тобто результати практично співпадають.

На рис. 11.9в показано розподіл нагріву в пластині з частковим вертикальним розрізом − максимальне перевищення температури над температурою прилеглого масла понижене більш ніж в два рази – до 2.18 К.

На рис. 11.10 показано результати чисельного моделювання розподілу перевищень температур (К) над температурою прилеглого масла в контактній структурі пластина-картон-пакет на поверхні об'ємів і в горизонтальному перерізі в точці максимального нагріву у випадках: а) - ширина пластини менше ширини пакета; б) - ширина пластини і пакета рівні.

У першому випадку, коли ширина пластини удвічі менше ширини пакету, задача не має аналітичного розв’язку. Приведено результат розрахунку МСЕ за розробленими процедурами в ПЗ ANSYS. Процедури передбачають побудову геометрії сумісної задачі, формування втрат (по вузлах тривимірної тріангуляції розрахункових областей), які визначаються за електромагнітними розрахунками, завдання граничних умов, формування результатів аналізу. Другий варіант розрахунку МСЕ, який показано на рис. 11.10б, відповідає умовам аналітичного розв’язку, − при однаковій ширині пластини, ізоляційного картону і пакету.

Порівняння результатів показало практичний збіг аналітичного розв’язку та чисельного моделювання із застосуванням розроблених процедур ПЗ ANSYS, що дозволило провести їх взаємну верифікацію.

11.6. Розрахунки нагріву частин магнітних систем трансформаторів та реакторів методом скінченних елементів

На рис. 11.11 представлено розподіл перевищень температур для прямокутної моделі групи пакетів, який отримано із застосуванням МСЕ з метою взаємної перевірки розробленої засобами ANSYS процедури чисельного моделювання та розрахунків на основі аналітичних розв’язків задачі (11.42) – (11.44).

Характер розподілу, абсолютні значення температур в тестовому прямокутнику на рис. 11.11, які отримано як чисельним моделюванням МСЕ, так і на основі розв’язку МРЗ, співпадають. Такі ж результати отримано з використанням аналітичного розв’язку МСІП, однак, як вказано вище, із більшими обчислювальними затратами порівняно з МРЗ.

Для східчастої моделі значення температур на зовнішній поверхні зменшилися в порівнянні з моделлю прямокутника. Область найбільших температур змістилася, максимальне значення зменшилося.

Як показано в табл. 11.2, отримані найбільші (MAX) значення перевищення температур (К) над температурою прилеглого масла на сторонах і в середині прямокутної моделі по МРЗ і МСЕ відрізняються в третьому знаку.

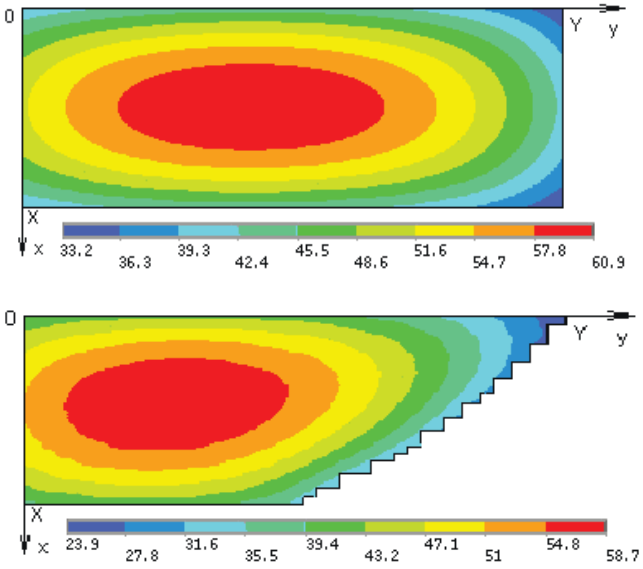


Рис. 11.11

Даним розрахунком проведена взаємна перевірка отриманих аналітичних розв'язків і реалізованої засобами ПЗ ANSYS крайової задачі (11.42) – (11.44).

Для прикладу, на рис. 11.12 представлено геометрію МС і характер розподілу об'ємних втрат q_v в ярмах та у вставках МС однострижневого шунтувального ректора. Кругові вставки прямокутного перерізу в стрижні МС набираються радіально шихтованими вертикальними пластинами ЕТС. Тому теплопровідність вставки анізотропна $\lambda_r = \lambda_z \neq \lambda_\varphi$. Зауважимо, що в наведеній конструкції розміри крайніх вставок (дисків) цього реактора однакові.

Таблиця 11.2 – Розподіл перевищень температур в характерних точках пакету прямокутного та східчастого перерізу

Точка області	Прямокутна область		Східчаста область
	МРЗ	МСЕ	МСЕ
MAX на $y = \widetilde{Y}$	41.6	41.6	35.5
MAX на $y = 0$	51.0	51.0	51.1
MAX на $x = 0$	44.0	44.1	42.9
MAX на $x = \widetilde{X}$	43.8	43.9	41.4
MAX в області	60.6	60.9	58.7

Результати розрахунку тривимірного розподілу перевищення температури над охолодним маслом у верхній вставці показано на рис. 11.13. Нагріви зовнішньої поверхні вставки мають значні нерівномірності внаслідок складного розподілу магнітної індукції, а отже і втрат за рахунок тривимірного взаємного положення обмотки, вставок стрижня та торцевого ярма.

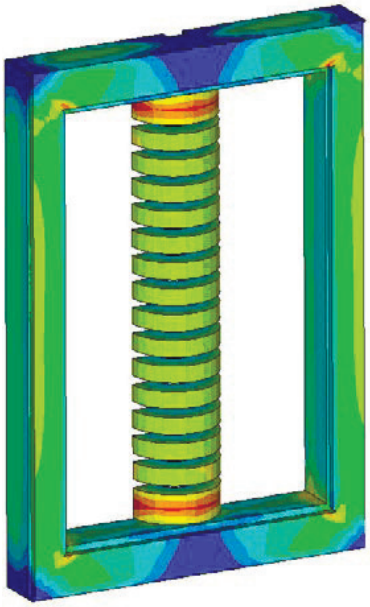


Рис. 11.12

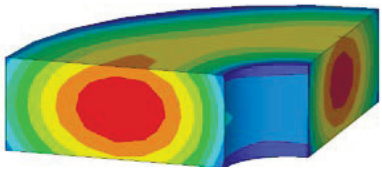


Рис. 11.13

З метою зменшення магнітних потоків від обмотки на ярмові балки і на бак застосовують конструкцію шунтувальних реакторів з крайніми в стрижні МС, так званими перехідними дисками великих розмірів. Також розвинутими в поперечному напрямку виконуються торцеві ярма. Зовнішній діаметр таких дисків досягає зовнішнього діаметру обмотки і зовнішнього поперечного розміру ярма. Проміжок між ярмом і перехідним диском конструктивно (керамічними прокладками) забезпечується мінімально можливим з метою зменшення магнітного опору для магнітного потоку між стрижнем і ярмом. Розміри проміжків між перехідним диском і першим з основних, а також між наступними основними дисками визначаються з умов забезпечення номінальної індуктивності, її лінійності при можливих перевищення напруги та з умов мінімізації втрат в обмотці, втрат в баку, осьових зусиль аварійних струмів.

Особливості в розмірах, у взаємному положенні основних і перехідних дисків, ярем, обмотки зумовлюють особливості в проходженні магнітного потоку в перехідних дисках і, як наслідок, особливості в виділенні втрат та в розподілі нагрівів. Розглянемо це на прикладі реактора потужністю 80 МВАр, ескіз тривимірної моделі якого показано на рис. 11.14.

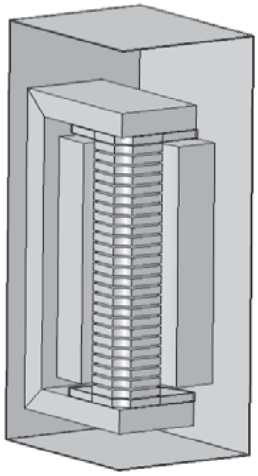


Рис. 11.14

Враховуючи симетрію, що має місце в реальній конструкції, тривимірна розрахункова модель є чвертю конструкції з розтином по поперечній і подовжній осі реактора. Бак представлено спрощеною моделлю без урахування магнітних шунтів. Модель ярем також спрощена − не враховує шихтування пластин ЕТС з проміжками в кутових ділянках МС. На виступаючих за основний диск горизонтальних частинах перехідного диска розташовані ізоляційні шайби з електрокартону. Також з електрокартону на зовнішній вертикальній поверхні диска розташований спеціальний елемент конструкції. Обмотка є циліндричним тілом з рівномірним по перерізу розподілом ампер-витків.

Для визначення магнітного поля розраховується нелінійна магнітостатична задача. Особливу увагу приділено завданню характеристик намагнічування подовж і поперек прокатування пластин ЕТС. Використані залежності, які приведено на рис. 1.3, 1.4.

На рис. 11.15 представлено розподіл векторів індукції магнітного поля у верхніх дисках стрижня. По основних дисках магнітний потік спрямований вертикально вгору, на зовнішній поверхні дисків проявляється викривлення потоку за рахунок випинання поля в проміжках. У перехідному диску відбувається поворот поля в радіальному напрямі при прагненні потоку рівномірно розподілитися в об'єм широкого торцевого ярма.

Розподіл індукції магнітного поля показано на рис. 11.16, максимальне значення досягає 2.6 Тл. Найбільші значення визначаються в області випинання магнітного потоку в проміжку між перехідним і верхнім основним дисками.

По складових магнітної індукції подовж і поперек прокатування пластин ЕТС в елементах сіткової моделі перехідного диска розраховано відповідні питомі втрати та інтегруванням по об’єму визначена їх сума, розподіл питомих втрат передано до зв'язаної чисельної моделі на тепловий розрахунок.

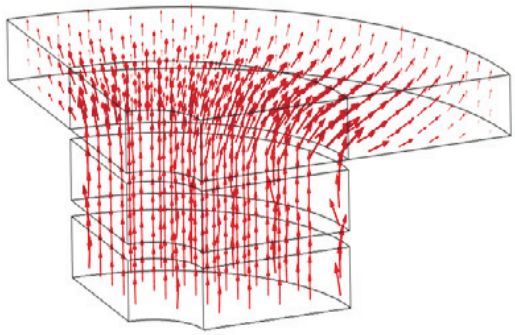


Рис. 11.15

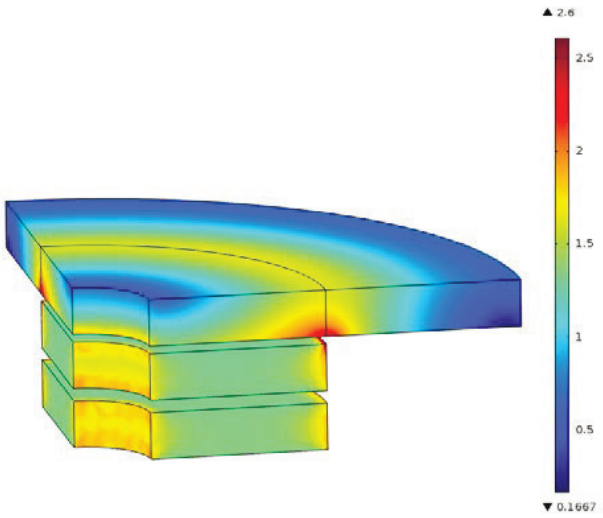
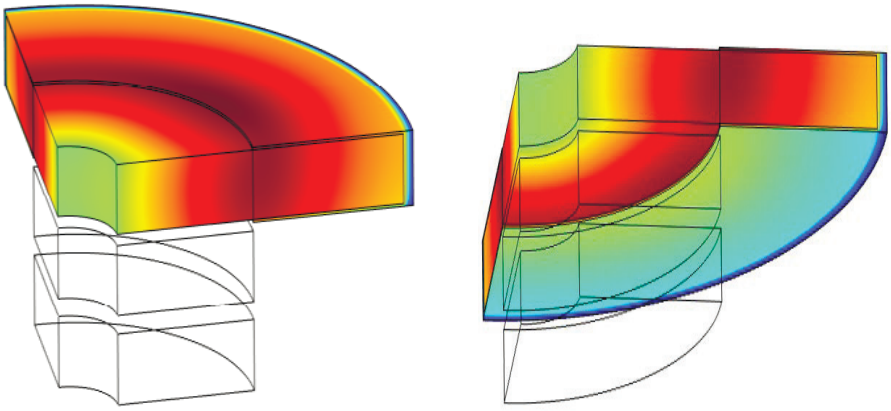


Рис. 11.16

Для визначення нагріву перехідного диска моделюється статична теплова задача теплопровідності при заданих кусково-постійних на поверхнях диска КТВ в охолодне масло. КТВ з верхньої поверхні диска прийнято рівним нулю через відсутність руху масла у вузькій щілині між диском і ярмом.

КТВ з вертикальних поверхонь, з горизонтальних поверхонь в перерізі стрижня і з нижньої горизонтальної поверхні диска за межами стрижня

визначено за підходами, представленими в підрозділі 10.3. Теплопровідність кільця анізотропна і визначається як для шихтованих пакетів ЕТС [15]. Результати розрахунку перевищення температури над температурою прилеглого масла в перехідному диску показано на рис. 11.17: а) − вигляд зверху, б) − вигляд знизу.



а) б)

Рис. 11.17

Основна зона підвищених нагрівів розташована в середній частині диска у вигляді кругової смуги з ширшим розміром по поперечній осі реактора. Внизу диска (з кращими умовами теплообміну в масло) найбільше перевищення температури над маслом значно менше.

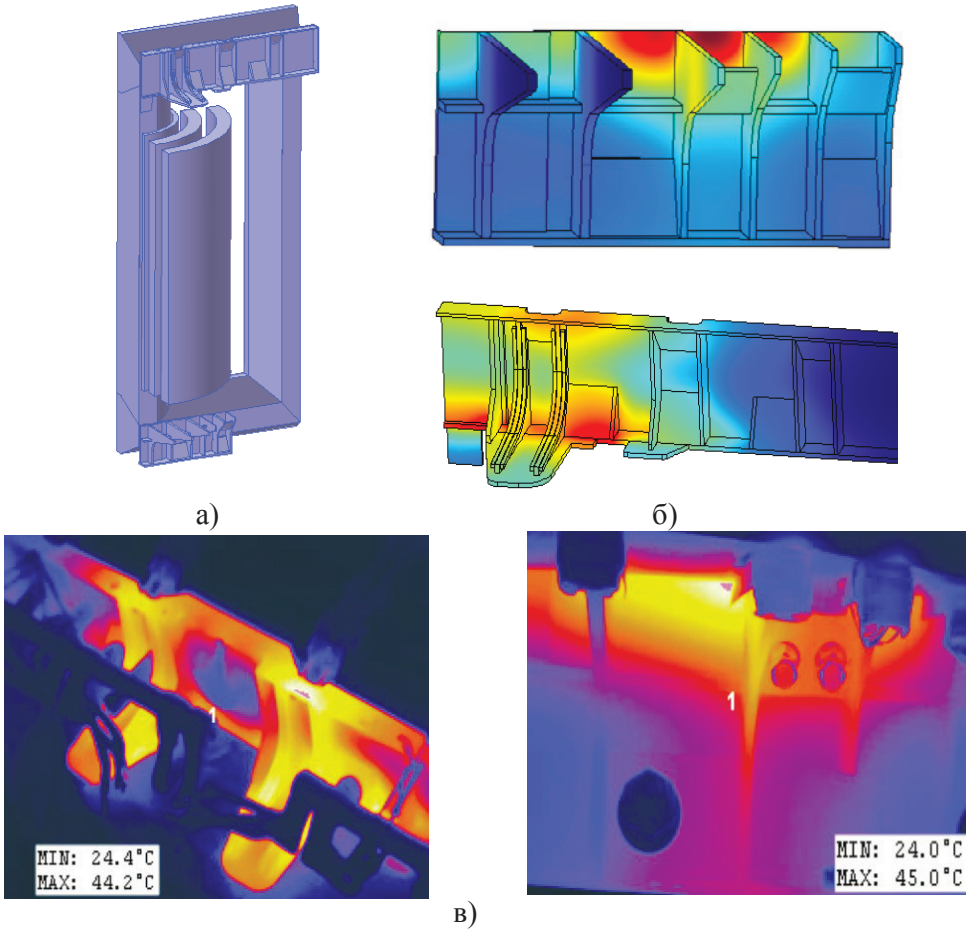
Вказаний характер розподілу і значення перевищень температури поверхні диска над температурою масла в районі його розташування, мають бути проаналізовані на предмет відповідності нормативним значенням, оскільки спільно вони визначають абсолютні температури диска і дотичної ізоляції, а отже, і її теплове старіння.

11.7. Верифікація чисельного теплового розрахунку ярмових балок

На рис. 11.18а показано розрахункову модель автотрансформатора потужністю 333 МВА, яку розроблено для електромагнітного і теплового розрахунку ярмових балок. Модель містить четверту частину одного із стрижнів, горизонтальних та бокового ярма МС, системи обмоток, верхню та нижню ярмові балки.

Вертикальні стінки та горизонтальні полиці верхньої балки виготовлено з немагнітної сталі, а вертикальні ребра жорсткості – з феромагнітної. В нижній стінці з немагнітної сталі виготовлено лише вертикальну стінку.

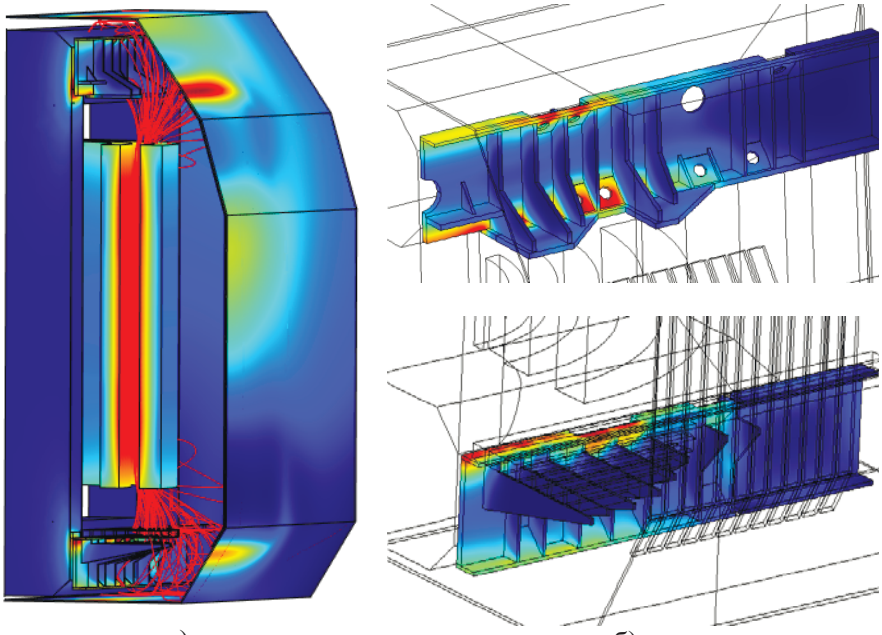
Проведено дослідження тепловізором нагрівів балок в умовах спеціального досліду короткого замикання − без баку. Напруги та струми в обмотках понижено для забезпечення досліду при повітряному охолодженні. На рис. 11.18б наведено розраховані за вказаних умов нагріви балок, які відповідають вимірам, що показано на тепловізійних картинах рис. 11.18в: з лівої сторони – верхньої балки, з правої – нижньої. При моделюванні враховано, що в досліді короткого замикання втрати в МС відсутні. На верхній балці втрати та відповідні нагріви локалізуються на стику нижньої частини стінки балки і нижньої полиці, а також на нахиленій до стінки підбандажній полиці. Нагрітими є також вертикальні ребра жорсткості. На нижній балці, більш простої конструкції, нагрітими є верхні частини стінки, що знаходяться в зоні проходження основного каналу розсіювання магнітного поля обмоток над балкою.



а) б) в)

Рис. 11.18

На рис. 11.19 показано розрахункову модель однофазного автотрансформатора потужністю 417 МВА, яку утворено перетином основного стрижня по подовжній і поперечній осі МС. Конструкція верхньої балки містить немагнітні полиці з вирізами під бандажі і виступами під пресування, феромагнітну стінку балки з бандажними вирізами, немагнітні і феромагнітні ребра жорсткості, підбандажні пластини. Нижня ярмова балка в частині під стрижнем містить немагнітні полиці з вирізами під бандажі, феромагнітну стінку балки з бандажними вирізами, немагнітні ребра жорсткості, підбандажні пластини.



а) б)

Рис. 11.19

Розрахунок з використанням ПЗ COMSOL проведено для умов досліду короткого замикання. Результати розрахунку абсолютних температур бака (а), верхньої та нижньої (б) балок показано на рис. 11.19. Отримано нагріви, які не перевищують нормовані значення.

Література до розділу 11

1. Басова А.В., Іванков В.Ф. Розрахунок температури в перерізі стрижнів магнетних систем трансформаторів та реакторів. Технічна електродинаміка. 2010. № 5. С. 52- 60.
2. Басова А.В., Іванков В.Ф. Розрахунок нагріву пресувальної пластини і крайнього пакету стрижня магнетної системи трансформа-

тора. Техн. електродинаміка. 2010. Ч.1. С. 157-162. Темат. випуск «Проблеми сучасної електротехніки».
3. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
4. Вайсман Н.Г., Горбунцов А.Ф. Метод расчета температурного поля магнитной системы масляного трансформатора. Электротехн. пром–сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1982. Вып. 2 (124). С. 8-11.
5. Воеводина Е.И., Иванков В.Ф. Расчет вихревых токов и потерь в немагнитных прессующих кольцах трансформаторов. Электротехника. 1983. № 10. С. 38-39.
6. Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин / пер. с нем. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 480с.
7. Иванков В.Ф. Расчет электромагнитных и тепловых параметров прессующего кольца трансформатора из немагнитной стали. Технічна електродинаміка. 2001. № 4. С. 56-59.
8. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін-т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
9. Киш Л. Нагрев и охлаждение трансформаторов / пер. с венгерского М.А. Бики. Под ред. Г.Е. Тарле. М.: Энергия, 1980. 208 с. (Трансформаторы. Вып. 36).
10. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения математической физики. М.: Гостехиздат, 1962. 767с.
11. Логинов В.С. Приближенный метод расчета температурных режимов магнитопроводов трансформаторов и бетатронов. Электричество. 1986. № 10. С. 21-25.
12. Морозов Д.Н. Нагрев вставок стержневого реактора от потоков выпучивания. В кн. Вопросы трансформаторостроения. Труды ВЭИ. М.: Энергия, 1969. Вып. 79. С. 192-205.
13. Морозов Д.Н. Расчет общих и местных потерь в пластинах, пронизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. Электричество. 1967. № 12. С. 32-38.
14. Розрахунок магнетного поля, втрат та нагріву у пресувальній пластині і електростатичному екрані на стрижні трансформатора та шунтувального реактора / В.Ф. Іванков, А.В. Басова., І.В. Хімюк, С.С. Кокошин, В.О. Іванков. Технічна електродинаміка. 2009. № 6. С. 46-53.
15. Руководящий документ РД16 415-88. Трансформаторы силовые масляные. Остовы. Методика теплового расчета / Н.Г. Вайсман. М.: Стандартэлектро, 1988. 47 с.

16. Савин Н.В. Применение метода конечных элементов с квадратичной аппроксимацией потенциальной функции для расчета электромагнитных полей. Электричество. 1987. № 1. С. 62-66.
17. Buchholz H. Die zweidimensionale Wärmeströmung des Beharrungszustandes im rechteckigen Querschnitt geblätterter Eisenkörper bei flächenhaft, unstetig oder stetig verteilten Wärmequellen. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik. 1934, Bd 14. S. 285-294.
18. Higgins E.T. Formulas for calculating temperature distribution in transformer cores and other electrical apparatus of rectangular cross section. AIEE Transactions – Electrical Engineering. Vol. 64, April 1945. P. 190-194.
19. Kirch H.J., Krause Ch., Schneider E., Schultz K. Development of a new flexible shield for application in power transformers // International symposium on high voltage engineering. Yokohama, Japan (august 23-27, 1993). Paper No. 68.02, 1993. P. 205-208.
20. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Design and Practice. New York; Basel : Marcel Dekker Inc., 2004. 477 p.
21. Moser H.P., Dahinden V. Transformerboard 11 // Weidmann Ltd., Rapperswil, 1987. P. 34-52.
22. Rele A., Palmer S. Cooling of large transformer cores. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-91. No. 4. Juli/August 1972. P. 1527-1535.
23. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.
24. Weh H. Die zweidimensionale Wärmeströmung im geschichteten Transformatorkern. Arch. Elektrotechn. 1953. No 2. S. 122-126.

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІКИ ТА ТЕПЛООБМІНУ

Важливою умовою забезпечення надійності і тривалості експлуатації (навантажувальної здатності) трансформаторного устаткування є ефективне відведення активної енергії, що виділяється у вигляді теплоти в МС, в обмотках, в провідних елементах конструкції (ЕК) активної частини, в баках. Саме ефективність тепловідводу в обмотках багато в чому визначає технічні, вагові, габаритні та економічні характеристики устаткування. Тому, при його проектуванні важлива наявність достовірних методів розрахунку нагріву обмоток [2, 6]. Особливо це актуально у випадках застосування конструктивних способів інтенсифікації теплообміну в обмотках за рахунок лабіринтового руху масла в групах котушок, виконання осьових каналів з «чергуванням» числа і місць їх положення по ширині котушок і таке інше [4, 11, 15].

Процеси гідродинаміки та теплообміну в електротехнічних пристроях з масляним охолодженням в повній постановці необхідно розглядати [10, 16, 17, 19, 30] із застосуванням повної системи рівнянь Нав'є-Стокса [9] (1.61) – (1.63).

Відомі методи розрахунку нагріву масла та обмоток трансформаторного устаткування в умовах сталих температурних режимів умовно розділяють [10] на наступні групи:

– «емпіричний метод перегрівів» [2, 11, 15], який ґрунтується на використанні рівняння теплопровідності (1.64) і усереднених по поверхнях котушок емпіричних коефіцієнтів тепловіддачі (КТВ) з урахуванням температури масла в місці розташування котушок по висоті обмоток і на підсумовуванні перевищень температур поверхні провідників котушок над маслом, перепаду температури по товщині ізоляції елементарних провідників і загальної ізоляції дроту. Емпіричні методи широко використовуються в промисловому проектуванні [2, 5], але їх застосування обмежено діапазоном емпіричних даних по типах, розмірах і конструкціях обмоток. У багатьох випадках ці методи не дозволяють з необхідною точністю визначити місця найбільш нагрітих точок (ННТ) обмоток і їх температуру;

– методи нелінійних теплогідравлічних кіл, як усередині обмоток [20, 24,26,28, 29], так і для загальної гідравлічної схеми заміщення трансформатора і зовнішньої СО [26]. При їх використанні, складні процеси в суцільних середовищах, що описуються системою рівнянь (1.61) – (1.63), спрощено представляють нульвимірними тепловими і гідравлічними елементами із зосередженими параметрами, що не дозволяє визначити локальні значення температур і швидкостей;

– методи польового моделювання теплових, гідростатичних і гідродинамічних полів обмоток [7, 8, 14, 24], які засновані на чисельному розв'язку системи рівнянь (1.61) – (1.63) при різних додаткових спрощеннях в їх постановці, а також сучасні перспективні CFD-методи (Computational Fluid Dynamics) математичного моделювання процесів гід-

родинаміки і теплообміну в трансформаторах, зокрема, із застосуванням системи скінченноелементного аналізу ANSYS [3, 10, 15, 17, 19 - 23, 27, 29, 30].

Аналогічна група методів виділяється і в оглядовій доповіді [29], в якій перший із вказаних методів визначається як емпіричний метод «кореляції». В [29] також представлено сучасні роботи із використанням CFD по дослідженню перехідних теплових процесів, вимірів ННТ обмоток, у тому числі із застосуванням оптоволоконних датчиків.

Методичні підходи до CFD-моделювання теплових режимів силових трансформаторів із застосуванням комплексних моделей трансформаторного устаткування у складі МС, провідних елементів конструкції, деталей повздовжньої та головної ізоляції обмоток і СО зовнішнього охолодження представлено в [10, 19, 21, 22, 30].

Розглядаючи вказані роботи по CFD-моделюванню, слід зробити наступні зауваження.

На відміну від [10, 17, 21, 22, 30], в [20, 23, 27, 29] не розглянуто комплексні CFD-моделі трансформаторів, відсутні дослідження електричних реакторів.

В [10] одним з методологічних підходів розглянуто розробку і дослідження систем узгоджених польових макро- і мікромоделей устаткування, обмоток, груп котушок. Проте, досвід практичних розрахунків показав, що цей підхід має обмежене застосування. Проблемним є визначення на основі мікромоделей еквівалентних параметрів обмоток і їх наступне застосування в комплексних теплових макромоделях.

В той же час прийнятним є моделювання обмоток та груп котушок шляхом розгляду їх автономних моделей із спеціально заданими граничними умовами [20, 23, 27, 29].

У певному значенні, найбільш стійкі теплогідравлічні процеси руху масла (поля швидкостей) і розподілу нагріву (поля температур) у вказаних дослідженнях демонструються на обмотках з «організованим» напрямом охолодного масла. Найчастіше це забезпечується так званим лабіринтовим рухом масла в групах горизонтальних каналів по висоті обмоток, що розділені направляючими перегородками. У разі природної конвекції масла в обмотках з регулярною структурою горизонтальних і вертикальних каналів у ряді робіт [19, 23, 30] показано, що вектори швидкостей руху масла по висоті обмоток можуть змінювати свій напрям. Так в [19, 30] «аналіз картини течії в системі взаємозв'язаних каналів дозволив виявити мимовільну зигзагоподібну течію масла по групах, що безпосередньо впливає на температури котушок». Зауважимо, що у відомих експериментальних роботах про такий характер поля швидкостей не повідомляється. Чисельні дослідження показали, що такі результати можна отримати при невдалих налаштуваннях обчислювального процесу.

Центральним в цій проблемі є формування з допомогою використовуваних ПЗ адекватної математичної моделі руху масла в системі зв'язаних вертикальних і горизонтальних каналів в обмотці. Певну увагу цьому питанню приділено в роботах [16, 17]. Дослідження проведено на умовних моделях обмоток з обмеженим числом котушок (10, 3), які поміщено в бак із зовнішньою СО. При допущенні про ламінарний характер руху масла визначено, що в горизонтальних каналах масло здійснює петлеподібний рух з поступовим збільшенням глибини проникнення масла до центру котушок при його русі від низу до верху по вертикальних каналах. Течія масла в каналі нагадує течію при утворенні комірок Релея-Бенара [6]. В [5] також вказується на ефект руйнування і відриву пограничного шару масла з вертикальних поверхонь котушок, який не означає початок турбулентного руху масла, а викликаний перемішуванням часток масла, що мають різну температуру. У обох вказаних роботах [16, 17] були відсутні результати про наскрізну течію масла в горизонтальних каналах. Підкреслюємо, що чисельні дослідження проведено на фрагментах обмоток, що складаються з обмеженого числа котушок.

Але вже в роботах [19, 30], при дослідженні повної комплексної моделі силового трансформатора 140 МВ·А, в обмотці вищої напруги з 156 котушок отримано, що «в горизонтальних і вертикальних каналах обмотки утворюються стійкі структури у вигляді зигзагоподібного і петлеподібного руху масла по групах горизонтальних каналів».

У всіх вказаних роботах по застосуванню CFD-методів не розглянуто питання ефективного багатомасштабного моделювання [13]. Ряд прикладів моделювання представлено при CFD-розрахунках втрат і нагріву в ЕК трансформаторів [3] та в реакторі без сталі із замкнутими електромагнітними екранами [22].

У цьому розділі представлено основні підходи і приклади CFD-розрахунків усталеного нагріву комплексних моделей трансформаторів і реакторів з масляним охолодженням, автономних моделей котушкових обмоток з різними конструктивними способами інтенсифікації теплообміну, а також приклад зв'язаного моделювання втрат і нагріву в реакторі без сталі.

12.1. Основні підходи до моделювання гідродинаміки та теплообміну трансформаторів і реакторів

Методичні підходи з CFD-моделювання теплових режимів силових трансформаторів із застосуванням комплексних моделей у складі МС, провідних ЕК, деталей повздовжньої та головної ізоляції обмоток і зовнішньої СО детально представлено в [10] і полягають у наступному.

Враховується, що з точки зору конструкції і умов теплообміну розрізняють два типи обмоток - котушкові і циліндричні. У котушкових обмот-

ках групи дротів із звичайного, підрозділеного або транспонованого типу дистанціюються між собою по висоті обмотки за допомогою прокладок з електрокартону. Прокладки розміщуються з певним кроком по колу обмотки на поверхні котушок, створюючи горизонтальні охолодні канали. Вертикальні охолодні канали утворюються розташованими біля обмотки вертикальними ізоляційними циліндрами з електрокартону або бакеліту. Між ізоляційними циліндрами і поверхнею обмоток встановлюються вертикальні рейки з клеєного електрокартону, які фіксують також положення прокладок між котушками. Якщо для групи котушок і між поверхнею ізоляційних циліндрів встановлюються додаткові перегородки, то визначають, що в обмотці створено умови для поліпшеного теплообміну за рахунок лабіринтового руху масла. Для поліпшення теплообміну по усій висоті обмоток можуть виконуватися додаткові осьові канали, а також осьові канали з чергуванням числа і місць їх положення по ширині котушок [4, 15].

Циліндричні обмотки не мають горизонтальних каналів. При цьому, прилеглі циліндри можуть дистанціюватися ізоляційними рейками з однією або з двох сторін поверхні обмотки, створюючи умови одно- або двостороннього охолодження.

Нагріте від поверхні стрижнів МС та від обмоток охолодне масло проходить через вертикальні і горизонтальні канали кінцевої (ярмової) ізоляції, змішується з маслом в баку поза обмотками і потрапляє через отвори в баку в патрубки верхнього колектора СО, а далі охолоджується у відповідних пристроях. Охолоджене масло потрапляє через отвори в баку в зону нижньої частини обмоток природним чином або в умовах організованого ізоляційними конструкціями спрямованого підведення масла. Між поверхнею зовнішніх обмоток і баком є об'єм, в якому відбувається додаткова циркуляція масла.

За способом охолодження розрізняють п'ять видів СО: природна циркуляція масла (система М), природна циркуляція масла і примусова циркуляції повітря (Д), примусова циркуляції масла і повітря (ДЦ), спрямована циркуляції масла в обмотках (НДЦ, НЦ), примусова циркуляція масла і води (Ц). Вказані види охолодження створюють різні умови теплообміну як безпосередньо в СО, так і в баку (у обмотках) трансформатора.

Під розробкою CFD-моделі мається на увазі [10] процес комп'ютерного представлення геометрії досліджуваного об'єкту, оптимальної розрахункової сітки, граничних та початкових умов і фізичних властивостей матеріалів. Важливими аспектами є вибір конкретного алгоритму і чисельного розв’язку системи рівнянь Нав’є-Стокса і збереження енергії. При використанні CFD-технології з'являється принципова можливість використання детальної тривимірної геометричної моделі теплообміну досліджуваного об'єкту без істотних спрощень. Відповідна постановка завдання означає одночасний узгоджений розрахунок полів температур, швидкості і тиску для усіх складових досліджуваного об'єкту, що дозволяє уникнути спро-

щення спільних фізичних процесів і завдання КТВ на поверхнях обтікання твердих деталей досліджуваної системи охолодною рідиною.

Найбільшою мірою конструкції трансформаторів і реакторів відповідає тривимірна CFD-модель. Повну тривимірну комп'ютерну модель такої складної нелінійної теплогідравлічної системи, як реальний силовий масляний трансформатор чи реактор, можна визначити як їх загальну теплогідравлічну макромодель. Вона повинна включати опис геометрії і детальної структури усіх трьох фаз, кожна з яких містить стрижень МС, систему робочих обмоток із системами головної ізоляції із ізоляційними вертикальними циліндрами, вертикальними, горизонтальними та кутовими шайбами, ємнісними кільцями. Кожна з обмоток, у свою чергу, складається з багатьох десятків (а іноді й декількох сотень) котушок. Усередині моделей обмоток мають бути представлені охолодні вертикальні і горизонтальні канали з дистанційними елементами у вигляді горизонтальних прокладок і вертикальний рейок. У повній моделі мають бути присутніми металеві і неметалеві деталі конструкції активної частини, бака, а також контур зовнішнього охолодження гарячого масла. Проте практична реалізація вказаних тривимірних моделей зв'язана із певними проблемами обчислювальної техніки.

Тому, при дослідженні комплексних теплових CFD-моделей трансформаторів і реакторів апробовано використання вісесиметричних моделей [10, 16, 17, 19, 21, 22, 30].

При цьому приймається, що у напрямі кута циліндричної системи координат залежні параметри полів температур, швидкостей, тисків не змінюються. В цьому випадку система рівнянь Нав'є-Стокса (1.62) – (1.64) у циліндричних координатах має наступний вигляд [17]:

рівняння динаміки рідини (кількості руху)

$$\rho\left(\frac{\partial V_r}{\partial \tau}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}-\frac{V_r}{r^2}\right),$$

$$\rho\left(\frac{\partial V_z}{\partial \tau}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=\rho g-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right), \quad (12.1)$$

рівняння нерозривності

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial \tau}+\frac{\partial(\rho r V_r)}{\partial r}+\frac{\partial(\rho r V_z)}{\partial z}=0, \quad (12.2)$$

рівняння збереження енергії в маслі

$$\rho C_p\left(\frac{\partial T}{\partial \tau}+V_r\frac{\partial T}{\partial r}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (12.3)$$

рівняння теплопровідності в провідниковій частині обмотки

$$\rho_c C_{pc}\frac{\partial T}{\partial \tau}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_c r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_c\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q_v(r,z), \quad (12.4)$$

і рівняння теплопровідності в твердій ізоляції

$$\rho_i C_{pi}\frac{\partial T}{\partial \tau}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_i r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (12.5)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності; ρ – щільність; V_r, V_z – компоненти швидкості; p – статичний тиск; g – вектор гравітаційного прискорення; τ – час; C_p – теплоємність; r, z – координати циліндричної системи координат. У області провідникових та ізоляційних матеріалів компоненти швидкості V_r, V_z дорівнюють нулю. На усіх твердих поверхнях, що контактують з маслом, приймаються умови прилипання, тобто рівність нулю швидкості. Задається об'ємне тепловиділення в джерелах тепла.

У моделях [10, 19] на зовнішній поверхні бака і СО, яка моделюється у вигляді зовнішнього контуру, задаються умови конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем (КТВ) і температура зовнішнього середовища). Як видно з приведених рівнянь, в результаті залежності динамічного коефіцієнта в'язкості і щільності від температури, поля швидкості і температури виявляються взаємно зв'язаними.

Для формування математичних моделей і CFD-досліджень трансформаторного устаткування з масляним охолодженням застосовано наступні основні елементи методики (з урахуванням робіт [3, 10, 16, 17, 19, 21, 22, 30] викладемо їх стисло).

1. Складні тривимірні конструкції трансформаторного устаткування стрижневого типу зведені до комплексних вісесиметричних моделей внаслідок того, що стрижні МС, обмотки, ізоляційні циліндри, шайби у обмоток і структура ярмової ізоляції мають виражену циліндричну симетрію.

2. Розміри циліндричної моделі бака визначаються виходячи з кількості охолодного масла в баку досліджуваного пристрою. Тепловіддача бака в навколишнє повітря моделюється заданими КТВ з горизонтальної і вертикальних поверхонь, що враховують випромінювання і конвективний теплообмін з повітрям. У випадках багатофазних конструкцій формується

однострижнева теплова модель з пропорційним виділенням активних втрат.

3. В моделях обмоток не враховується дискретність структури вертикальних рейок (чи опор у вигляді «містків») і горизонтальних прокладок між котушками.

4. Для якісних (порівняльних) досліджень, наприклад, можливих способів інтенсифікації теплообміну в обмотках, застосовано автономні моделі обмоток або груп котушок з відповідними граничними умовами.

5. Доцільно спеціальне формування сіткових моделей, виходячи із завдань дослідження припущень про ламінарний або турбулентний характер руху масла.

6. Для врахування нелінійних властивостей трансформаторного масла застосовано експериментальні дані [6].

7. В комплексних CFD-моделях трансформаторного устаткування можна використати два підходи моделювання СО.

Перший підхід [10, 20, 30] полягає в тому, що зовнішня СО моделюється циліндричним елементом з відповідною кількістю масла, що визначає її розміри в розрахунковій моделі. На елементі СО задано відому з інженерних розрахунків її теплову характеристику. Місця підключення СО до бака відповідають реальній конструкції. Ширина щілини патрубків розрахункової моделі СО визначається з умови рівності сумарного прохідного перерізу реальних патрубків і щілини в моделі.

При другому підході [22] у моделі бака в місцях під'єднання патрубків задаються граничні умови у вигляді швидкості і температури вхідного масла.

При обох підходах теплові параметри СО і вхідного масла визначаються відповідним розрахунком із застосуванням емпіричних методик [1, 5].

8. При завданні джерел тепла передбачаються відомими (постійними) втрати в МС, в провідних елементах конструкції, в обмотках, та в баку, які можна визначити з використанням комплексу перевірних розрахунків [5] чи уточненими розрахунками із застосуванням СЕА [3, 22].

9. При розрахунках комплексних моделей устаткування і автономних моделей обмоток одним з ключових питань є еквівалентування параметрів складної дискретної структури котушок обмоток внаслідок того, що число котушок по висоті обмоток може складати декілька сотень, а в кожній котушці, наприклад, з транспонованих проводів число елементарних дротів – до сотні.

Котушки обмоток трансформаторів і реакторів в радіальному напрямі намотуються проводами різного типу: звичайним проводом, підрозділеними (ПП) або транспонованим (ПТ). Елементарні провідники можуть мати емалеву або паперову ізоляцію, а проводи ПП та ПТ мають зовнішню виткову ізоляцію. Два горизонтальні ряди елементарних провідників ПТ

розділяються між собою паперовою, картонною або скловолоконними прокладками. При чисельних дослідженнях вказана складна дискретна структура представляється однорідними тілами з еквівалентними теплопровідностями в горизонтальному і вертикальному напрямках.

Ефективна теплопровідність $\lambda_{еф}$ матеріалу (відповідає терміну «коефіцієнт теплопровідності») визначається як відношення товщини досліджуваного зразка матеріалу L до його термічного опору R (при одиничній площі ΔS у напрямі потоку тепла) [12]

$$\lambda_{еф} = \frac{L}{\Delta S \cdot R_{еф}} \cdot \tag{12.6}$$

Для визначення сумарного термічного опору при паралельному і послідовному з'єднанні окремих термічних опорів використовуються закони, аналогічні для лінійних електричних кіл. Якщо тепловий потік спрямований уздовж шарів, то $\lambda_{еф}$ визначається так само, як і електропровідність кола з паралельно включеними опорами. При напрямі потоку перпендикулярно шарам – за послідовною схемою.

Опір матеріалу знаходиться з визначення ефективної теплопровідності:

$$R_{еф} = \frac{L}{\Delta S \cdot \lambda_{еф}} . \tag{12.7}$$

Для схемного контакту двох тіл (рис. 12.1) розглянемо розрахунок ефективної теплопровідності в осьовому і радіальному напрямі.

У осьовому напрямі z має місце послідовне з'єднання двох зразків з товщиною L_1, L_2 у напрямі теплового потоку, з однаковим перерізом $A \cdot B$ при теплопровідності кожного зразка λ_1, λ_2

$$R_{еф}^{пос} = \frac{1}{A \cdot B}\left(\frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2}\right). \tag{12.8}$$

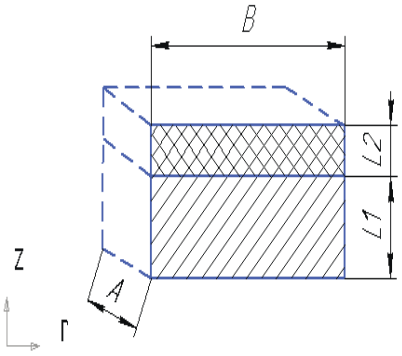


Рис. 12.1

Тоді ефективна теплопровідність зразка з сумарною товщиною L_1+L_2 і перерізом $A \cdot B$:

$$\lambda_{еф}^{пос} = \frac{(L_1 + L_2)\lambda_1\lambda_2}{L_1\lambda_2 + L_2\lambda_1}. \qquad (12.9)$$

У радіальному напрямі r при паралельному з'єднанні двох зразків з товщиною B у напрямі теплового потоку і з перерізами пропорційними довжинам L_1, L_2:

$$R_{еф}^{пар} = \frac{B/A}{L_1\lambda_1 + L_2\lambda_2} \qquad (12.10)$$

Тоді ефективна теплопровідність зразка з товщиною B сумарним перерізом $A \cdot (L_1+L_2)$ буде:

$$\lambda_{еф}^{пар} = \frac{L_1\lambda_1 + L_2\lambda_2}{L_1 + L_2}. \qquad (12.11)$$

Отримані співвідношення дозволяють визначити параметри анізотропної теплопровідності залежно від конкретних параметрів котушок і застосованих проводів.

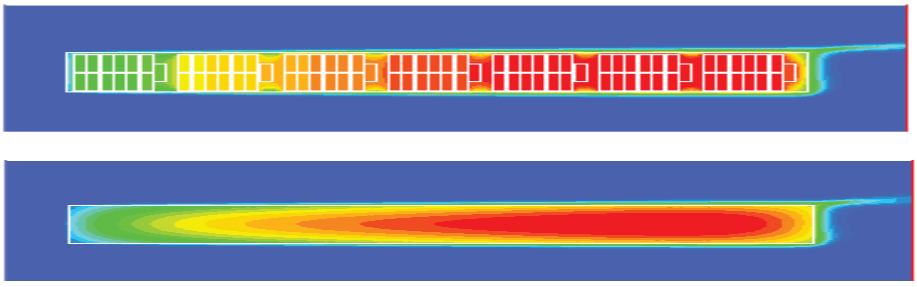


Рис.12.2

Як приклад, на рис. 12.2 показано результати розрахунку розподілу температурного поля автономної котушки з транспонованого проводу в маслі (вгорі - з дискретним завданням проводів, внизу - з еквівалентною анізотропною теплопровідністю котушки), які верифікують представлений спосіб еквівалентування дискретної структури проводів котушок.

10. Досвід проведених розрахунків показав важливість якісних налаштувань обчислювальних процесів, що повинно забезпечувати стійкі розв'язки нелінійних систем (12.1) − (12.5) і виключення проблеми «мимовільної зигзагоподібної течії масла по групах каналів» [20, 23, 30].

Розрахунковими дослідженнями визначено, що основним методом вирішення даної проблеми є використання рекомендації [18] по моделюванню теплообміну в каналах з інтенсифікаторами шляхом застосування $k-\varepsilon$ та $k-\omega$ моделей турбулентності і пристінкових функцій, які розді-

ляють чисто турбулентну зону руху (що підкоряється логарифмічному закону) і зону в'язкого підшару у поверхні стінки.

Після розрахункових експериментів з використанням ПЗ ANSYS FLUENT використано турбулентну $k-\varepsilon$ модель. В цьому випадку рівняння Нав'є-Стокса збереження енергії (1.62) записується в наступному виді [9]

$$\rho(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v} = -\nabla\cdot(PI)+\nabla\cdot\bar{\tau}+\rho\vec{g}, \tag{12.12}$$

де

$$\bar{\tau} = (\mu+\mu_T)\left[(\nabla\vec{v}+\nabla\vec{v}^T)-\frac{2}{3}\nabla\cdot\vec{v}\,\hat{I}\right]-\frac{2}{3}\rho k\hat{I}, \tag{12.13}$$

а також доповнюється рівняннями переносу для кінетичної турбулентної енергії k та її розсіювання ε

$$\rho(\vec{v}\cdot\nabla)k = \nabla\cdot\left[\left(\mu+\frac{\mu_T}{\sigma_k}\right)\nabla k\right]+P_k-\rho\varepsilon, \tag{12.14}$$

$$P_k = \mu_T\left(\Delta\vec{v}\Big/(\nabla\vec{v}+\nabla\vec{v}^T)-\frac{2}{3}(\nabla\cdot\vec{v})^2\right)-\frac{2}{3}\rho k\nabla\cdot\vec{v}, \tag{12.15}$$

$$\rho(\vec{v}\cdot\nabla)\varepsilon = \nabla\cdot\left[\left(\mu+\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon\right]+C_{\varepsilon1}\frac{\varepsilon}{k}P_k-C_{\varepsilon2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k}. \tag{12.16}$$

При цьому, турбулентна в'язкість визначається як $\mu_T = \rho C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}$. Значення модельних постійних C_μ, $C_{\varepsilon1}$, $C_{\varepsilon2}$, σ_k, σ_ε підбираються в результаті чисельних експериментів.

При апробації різних пристінкових функцій оптимальний результат отримано з використанням масштабованої пристінкової функції SWF (scalable wall function). Головною ідеєю SWF є обмеження відносного розміру пристінкового в'язкого шару.

У вказаній постановці CFD-моделі проявився ефект зниження впливу швидкості масла в горизонтальних каналах на нагрів котушок, а також спостерігається ефект відриву пограничних шарів масла на вертикальних поверхнях котушок [6]. Наявність незначних областей застійного масла в каналах не викликає перегрівання котушок, виключається зигзагоподібна течія масла по групах каналів обмоток, розподіл максимального і середнього нагріву котушок по висоті обмоток без локальних інтенсифікаторів

теплообміну (лабіринту і т.п.) стає практично лінійним, що відповідає експериментальним дослідженням [4].

12.2. Комплексні теплові моделі трансформаторів та реакторів

Для прикладу, на рис. 12.3 показано ескіз розрахункової CFD-моделі одного із стрижнів (фази) пічного трансформатора ЕОСNК-45000/34.5.

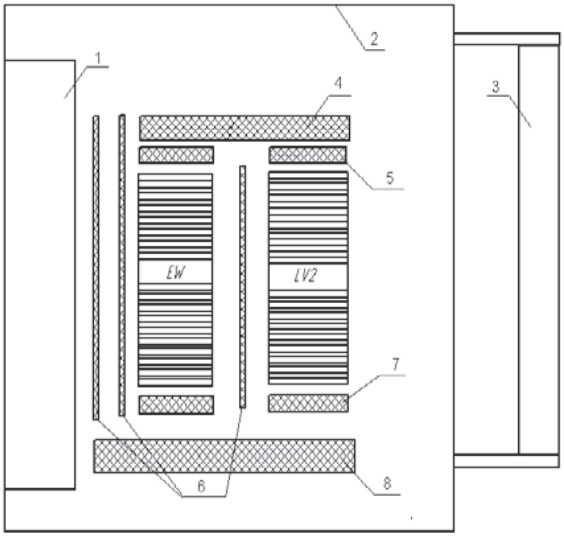


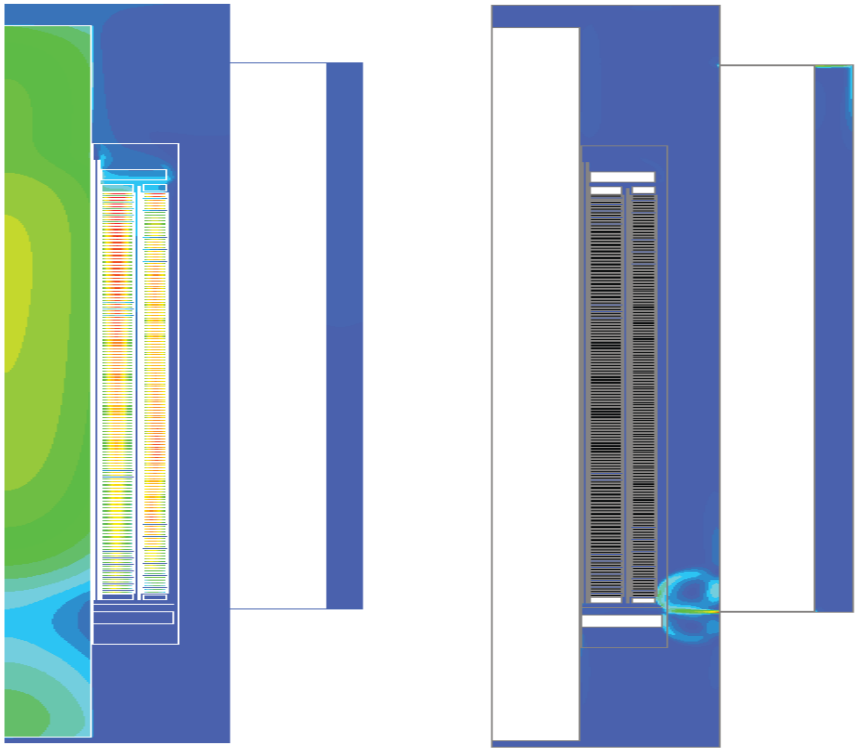
Рис. 12.3

В моделі представлено: 1 − стрижень МС, 2 − бак, 3 − СО, 4 − загальне пресувальне кільце з електрокартону, 5 − верхня ярмова ізоляція, 6 − циліндри головної ізоляції, 7 − нижня ярмова ізоляція, 8 − нижній опорний сегмент з електрокартону. Втрати в МС, в котушках внутрішньої обмотки EW, в зовнішній обмотці LV2 і в баку визначено при відповідних електромагнітних розрахунках цього трансформатора з використанням ПЗ [4]. У модель за методикою [10, 20, 30] введено спеціальний елемент, що моделює тепловіддачу СО. Положення місць входу і виходу масла з бака в СО відображається реально. В зоні входу в бак задано додатковий натиск масла, що імітує примусову циркуляцію масла в системі за рахунок встановлених насосів для СО типу Ц.

Геометрію моделі трансформатора і результати розрахунків полів температур і швидкостей показано відповідно на рис. 12.4а і 12.4б.

Результатами розрахунку в сталому тепловому режимі визначено: розподіл температур масла в активній частині, включаючи області обмоток; поле температур між баком і обмотками; температури в місцях виходу масла з бака (верх) і входу в бак (низ); розподіл середніх температур по перерізу котушок обмоток; середні температури обмоток як усереднену суму середніх температур в котушках; максимальні температури на поверхні

провідників найбільш нагрітої котушки, що трактуються як температури ННТ при оцінці старіння прилеглої ізоляції.



а) б)

Рис. 12.4

Використання поля температур котушок і масла в обмотці дозволяє забезпечити виконання вимоги стандарту IEC 60076-7 про визначення перевищення температури ННТ над температурою навколишнього масла безпосередньо в обмотках, а не спрощено - по розрахункових або виміряних температурах в середній і верхній частині бака при використанні спрощених емпіричних методик [5, 11, 15].

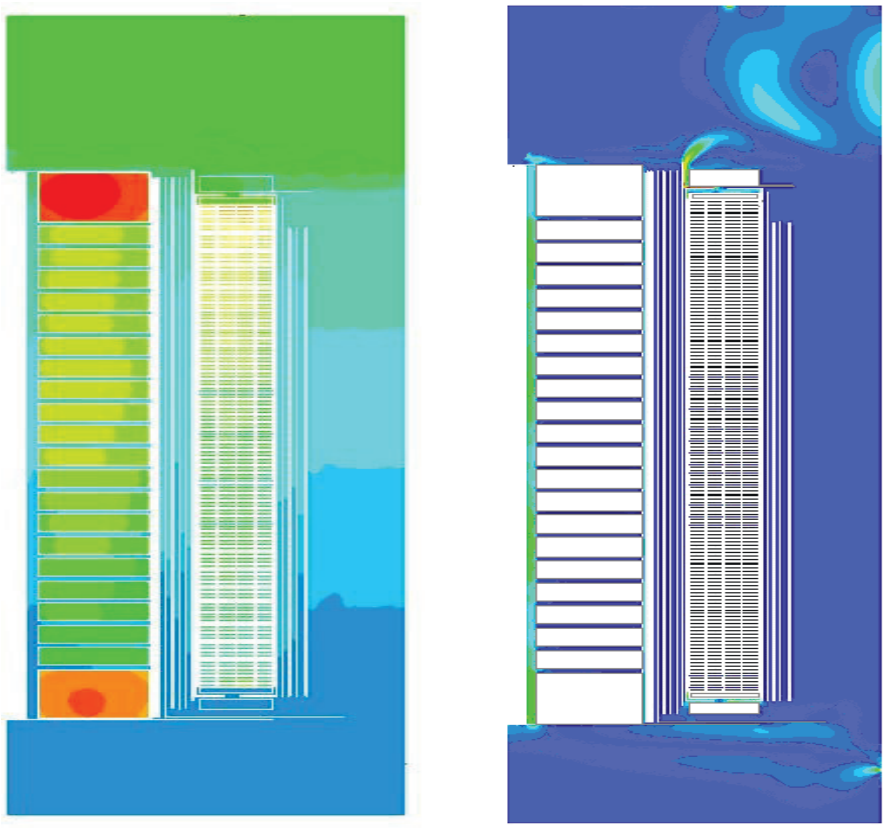
При випробуваннях отримано результати вимірів, у тому числі із застосуванням оптоволоконних датчиків усередині обмоток, які з необхідною точністю відповідають даним розрахунків.

При аналогічних допущеннях розглянуто CFD-модель реактора типу РОМ-80000/765 з СО типу М – рис. 12.5.

На відміну від CFD-моделі трансформатора, в моделі реактора зовнішню СО згідно з [23] задано граничними умовами в місці входу масла в бак. У моделі враховано стяжну шпильку усередині стрижня, стрижень і ярма МС, вертикальні картонні циліндри головної ізоляції, елементи верхньої і нижньої ярмової ізоляції, загальне пресувальне кільце з електрокар-

тону. Обмотку реактора представлено чотирма концентрами, розділеними осьовими каналами шляхом розміщення між проводами прокладок типу «місток». Геометрію моделі реактора і поле температур показано на рис. 12.5а.

До вказаного рисунка слід зробити додаткові пояснення. Найбільш нагрітою в конструкції є стяжна шпилька стрижня, при цьому її абсолютна температура знаходиться в допустимих межах для частин конструкції, які не контактують з целюлозною ізоляцією. Тому, для того, щоб нагрів стрижня МС, обмотки і масла можна було аналізувати в порівняльному діапазоні значень поля температур, зона підвищених температур шпильки виключена з рисунка.

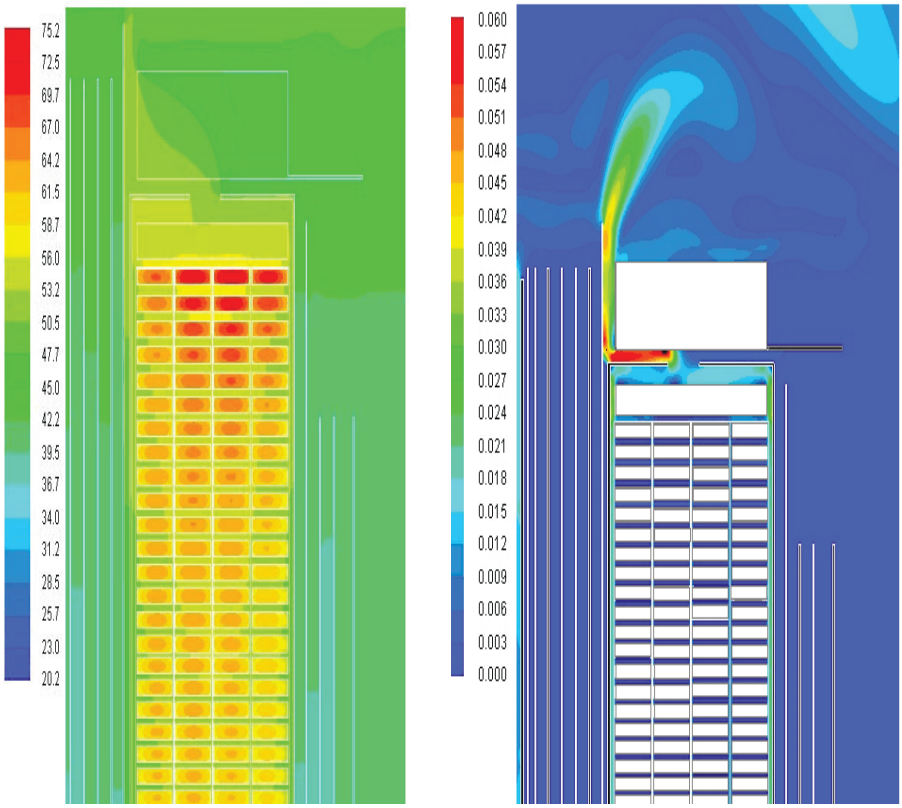


а) б)

Рис. 12.5

Поле швидкостей масла в баку і в активній частині реактора показано на рис. 12.5б. Збільшений фрагмент верхньої частини обмотки реактора з результатами розрахунків полів температур (ºС) і швидкостей (м/с) показано на рис. 12.6.

Детальний аналіз поля температур і швидкостей охолодного масла по усій висоті внутрішньої обмотки EW, в зовнішній обмотці LV2 трансформатора, а також обмотки реактора, у тому числі на фрагменті її верхньої частини, показує, що досягнуто якісне моделювання тепломасопереносу в обох комплексних моделях устаткування. Рух масла в обмотках не має помилкових чисельних ефектів поперечного наскрізного руху масла.



а) б)

Рис. 12.6

Типовими випробуваннями реактора, в тому числі з використанням оптоволоконних датчиків в верхніх котушках обмотки, також визначено задовільну відповідність розрахунків і вимірів температур масла в баку, середніх нагрівів обмотки і температури її ННТ.

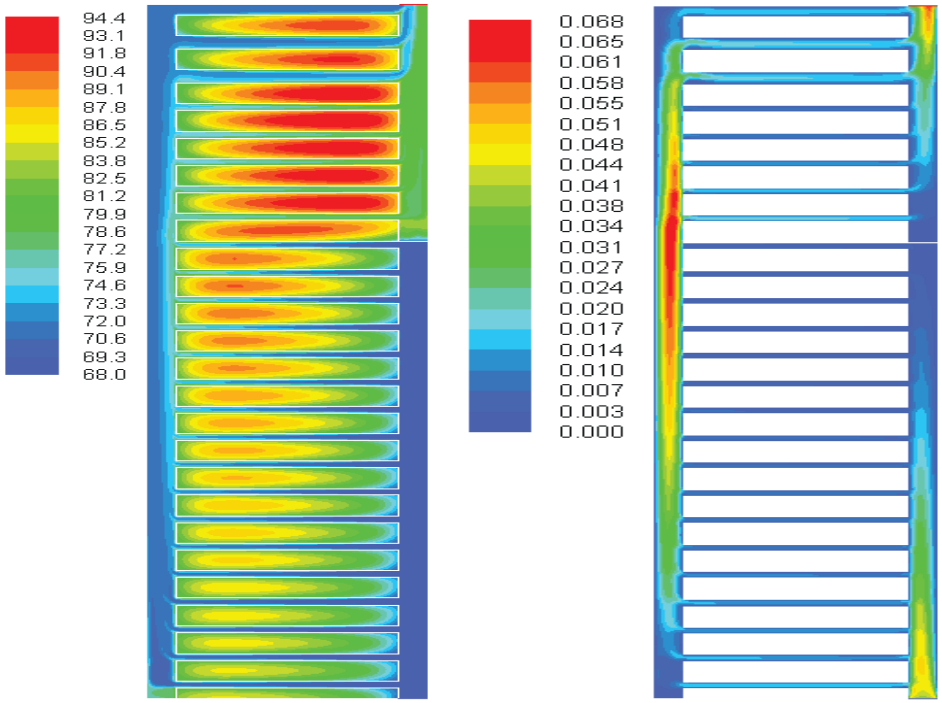
12.3. Приклади розрахунку теплових моделей автономних обмоток

Як приклад CFD-моделей автономних обмоток, розглянуто розрахунок нагріву загальної (ОО) з «лабіринтом» (з перегородками) і послідовної

(ПО) з «чергуванням» числа і місць осьових каналів обмоток автотрансформатора потужністю 83.3 МВА.

Обмотка ОО моделювалася у вигляді автономної групи верхніх котушок. На рис.12.17а показано поле температур, ºС, на рис. 12.7б - поле швидкостей масла, м/с.

Справа і ліворуч (по торцях котушок) модель обмежена вертикальними ізоляційними циліндрами, на верху - пресувальними кільцями, внизу виконано переріз посередині висоти нижньої котушки моделі.



а) б)

Рис. 12.7

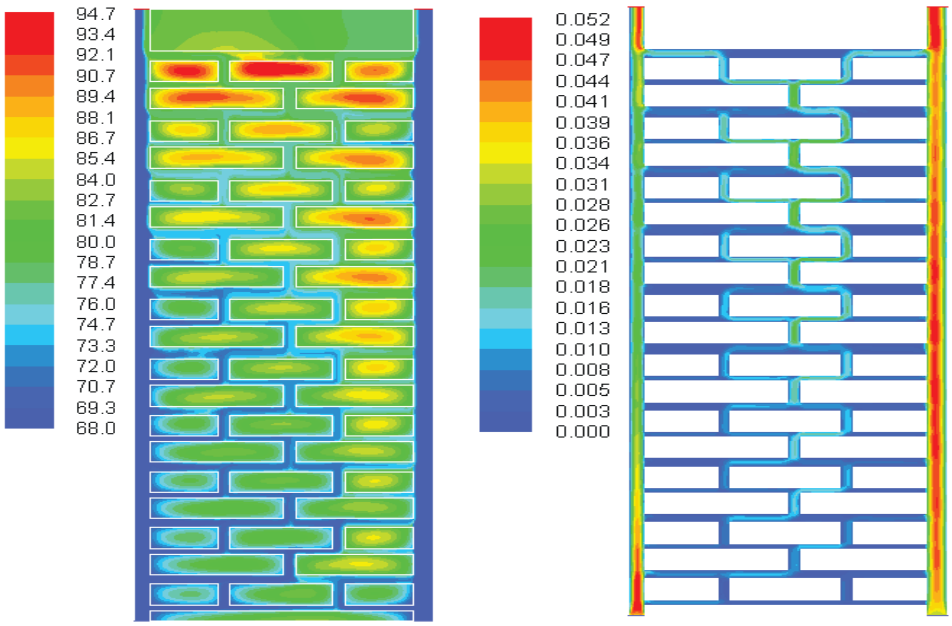
Розміри котушок, вертикальних і горизонтальних охолодних каналів відповідають конструктивним розмірам, геометрія котушок є спрощеною (прямокутною), заповнення котушок елементарними провідниками враховано в приведених теплових властивостях котушок. Верхні вісім котушок утворюють верхній хід лабіринтового руху масла, який організовано горизонтальними перегородками, розміщеними в зовнішньому вертикальному охолодному каналі вище за котушку 1 і нижче за котушку 8.

Температуру масла на вході в нижні площини вертикальних охолодних каналів моделі визначено за методикою [1]. Швидкість масла в нижніх каналах моделі прийнято з відомого допущення, що розхід масла в обмотці пропорційний її активним втратам.

Визначено, що найбільша ННТ знаходиться в 4-тій котушці згори. Її абсолютна температура рівна 94.4 ºС, що при ТОС 20 ºС є прийнятним через відоме допустиме значення перевищення ННТ над ТОС 78 К.

Результат розрахунку пояснюється наступним. До верхніх трьох котушок верхнього ходу лабіринту прилягають вищі горизонтальні канали, ніж до наступних котушок 4 − 8. Підвищені швидкості руху масла в цих каналах визначаються зменшеним гідравлічним опором масла, а також примусовим посиленням швидкості масла за його лабіринтового руху. Вказані чинники, а також нерівномірне виділення втрат в котушках за рахунок вихрових струмів в провідниках котушок від осьової і радіальної складових магнітної індукції і сформували умови, при яких найбільш нагрітою виявилася котушка 4. Лабіринтовий рух масла відображається як в нерівномірному полі температур масла, провідників в котушках, так і в полі швидкостей масла у вертикальних і горизонтальних каналах.

Аналогічно досліджено обмотку ПО з «чергуванням» вертикальних каналів - рис. 12.8.



а) Рис. 12.8 б)

По висоті обмотки розташовано пари котушок з малим горизонтальним каналом між ними. У верхній котушці кожної пари утворено два внутрішні осьові канали, в нижній котушці - один. Таке розташування осьових каналів створює умови подібні до лабіринтового руху масла. Це викликає підвищення швидкості масла, як у вказаних внутрішніх осьових каналах, так і в прилеглих до них ділянках горизонтальних каналів − рис. 12.8б. Також має місце нерівномірність додаткових втрат в котушках,

як по висоті обмотки (найбільші втрати в провідниках першої котушки), так і в різних групах проводів за радіальним розміром кожної з котушок. Вказані чинники формують умови нерівномірного поля температур в котушках і в прилеглому маслі − рис. 12.8а. Визначена температура ННТ верхньої котушки в 94.7 ºС.

Досліджено обмотки середньої напруги (СН) з дев'ятьма котушками верхнього ходу «лабіринту» і обмотки нижчої напруги (НН) з додатковим вертикальним каналом у верхніх чотирьох котушках трансформатора також потужністю 83.3 МВА. Результати показано на рис. 12.9, 12.10: а) поле температур, ºС; б) поле швидкостей масла, м/с.

Визначено, що в обмотці СН з «лабіринтом» найбільш нагрітими є перша, третя і четверта (згори) котушки з однаковою температурою ННТ 93.7 ºС.

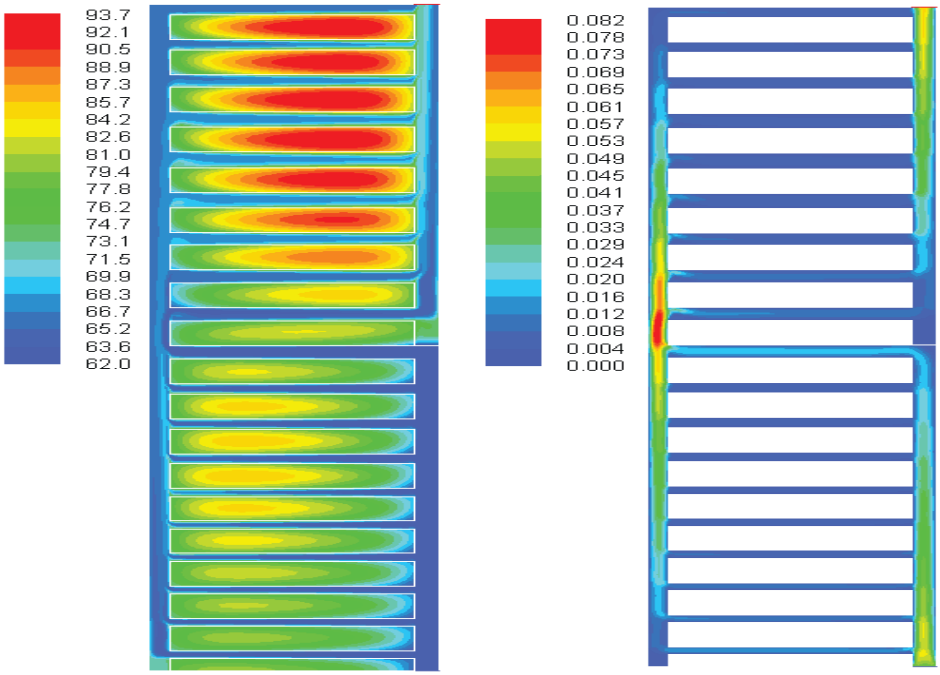


Рис. 12.9

У обмотці НН верхні котушки мають порівняно низькі нагріви, в шостій котушці ННТ рівна 94.9 ºС, найбільша температура в сьомій котушці − 96.7 ºС.

Лабіринтовий рух масла в обмотці СН і наявність додаткових осьових каналів у верхніх чотирьох котушках обмотки НН створюють, аналогічно структурам обмоток по рис. 12.7, 12.8, нерівномірне поле температур і швидкостей, що і визначає особливі положення ННТ обмоток і їх температури.

Зауважимо, що місця і температури ННТ в представлених прикладах розрахунків CFD-моделей автономних обмоток по емпіричних методиках [4, 11, 15] з необхідною точністю визначити було б проблематично.

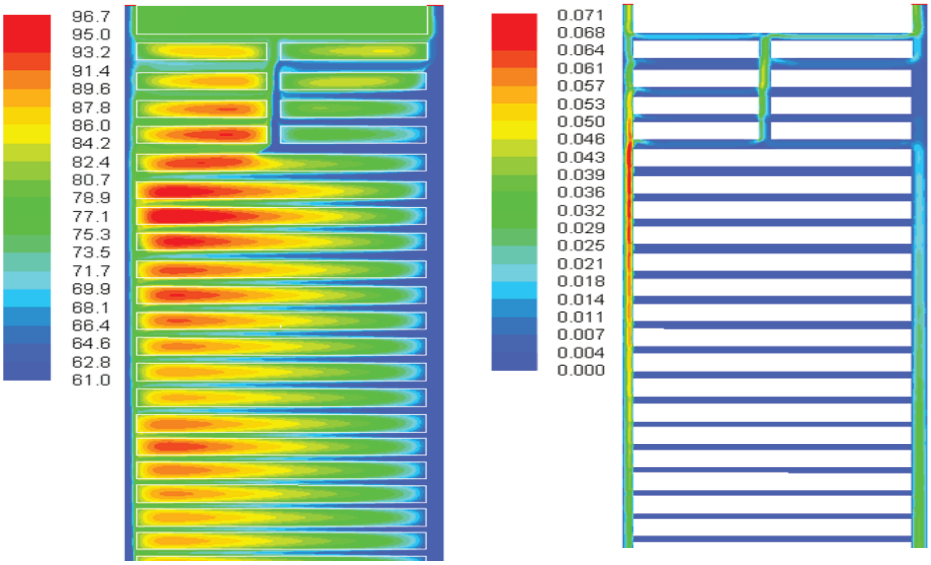


Рис. 12.10

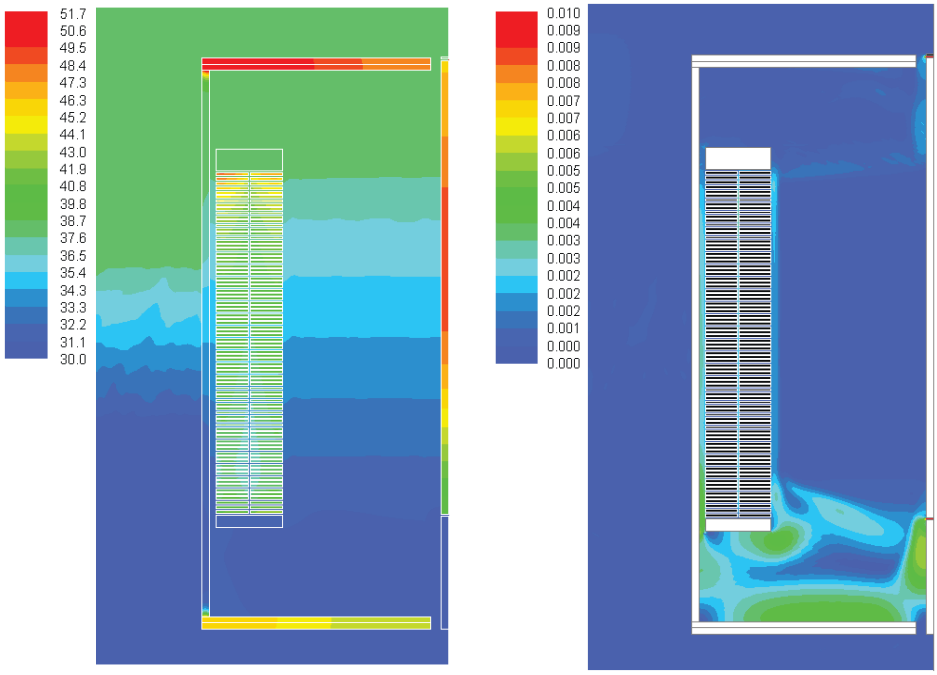
Результати чисельного моделювання підтвердили зниження нагріву ННТ і середніх температур обмоток за рахунок прийнятих способів інтенсифікації теплообміну, а також забезпечили обґрунтування місця установки оптоволоконних датчиків для вимірів при типових випробуваннях трансформаторів і при моніторингу в експлуатації.

12.4. Зв'язана електромагнітна і теплова модель реактора без сталі

Результати дослідження розподілу магнітного поля, струмів, та розподілу втрат в котушках двох концентрів обмотки, в горизонтальних та в вертикальному електромагнітних екранах реактора без сталі типу РОМ-510/26 приведено в розділі 6. З їх використанням питомі втрати q у вертикальному екрані для теплової розрахункової моделі визначено усередненими значеннями по їх товщині згідно з розподілом щільності струму по рис. 6.13, питомі втрати в горизонтальних екранах − по розподілу щільності струму по рис. 6.14. Задані питомі втрати в котушках обмотки відповідають їх розподілу по втратах за рис. 6.16. Втрати в натискних плитах і баку прикладено рівномірно в їх об'ємі, зважаючи на їх малу величину.

Відповідну чисельну вісесиметричну модель [22] для виконання теплового розрахунку з урахуванням тепломасопереносу струмообмежувального реактора з електромагнітними екранами показано на рис. 12.11.

Елементами, що нагріваються є концентри обмотки, екрани; натискні феромагнітні плити. Геометрію моделі обмежено поверхнею бака. Бак заповнений охолодним маслом. Враховано також картонний циліндр у обмотки та нижнє опорне і верхнє пресувальні кільця, що обмежують та направляють рух масла.



а) б)

Рис. 12.11

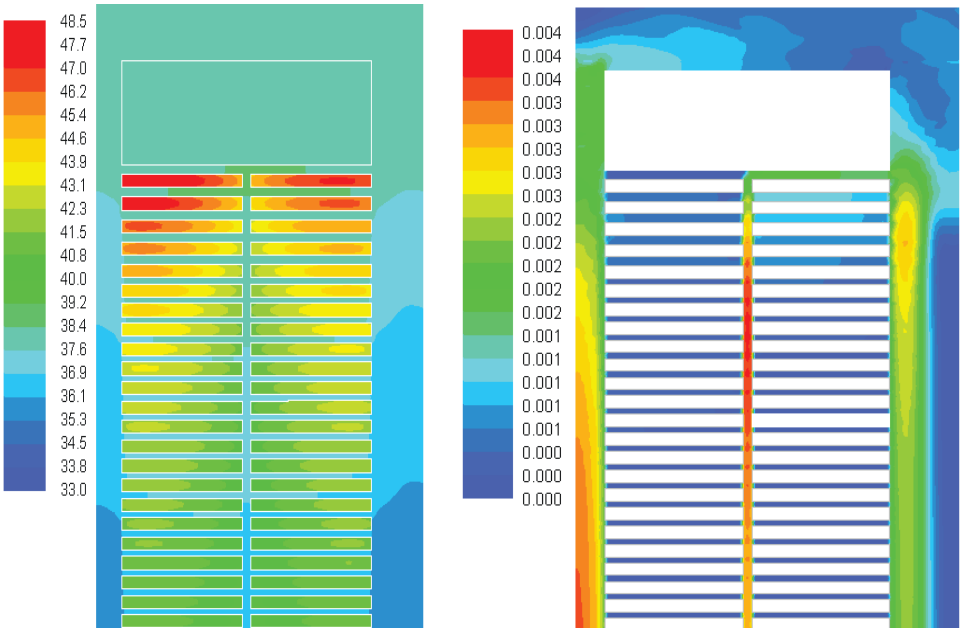
Модель обмотки представлено по котушках, розташованим по двох концентрах з осьовим охолодним каналом. Розрахунковими моделями котушок є анізотропні тіла з приведеними коефіцієнтами теплопровідності в осьовому і радіальному напрямах, що визначаються типом проводів. В межах кожної котушки втрати задано рівномірними.

На поверхні бака задано КТВ в повітря і температуру навколишнього повітря. Охолодну систему представлено граничними умовами на вході масла в нижню частину бака.

Отриманий CFD-моделюванням розподіл нагріву в усьому об'ємі моделі в абсолютних температурах (°С) показано на рис. 12.11а, поле швидкостей масла (м/с) в об'ємі моделі − на рис. 12.11б.

Спостерігається відомий досить рівномірний нагрів масла по висоті бака, що відповідає природній циркуляції масла в режимі М. Найбільш нагрітою є зона верхнього горизонтального екрану з підвищеною концентрацією втрат.

Детальніше розподіл температур в котушках концентрів в збільшеному фрагменті верхньої частини обмотки показано на рис. 12.12а.



а) б)

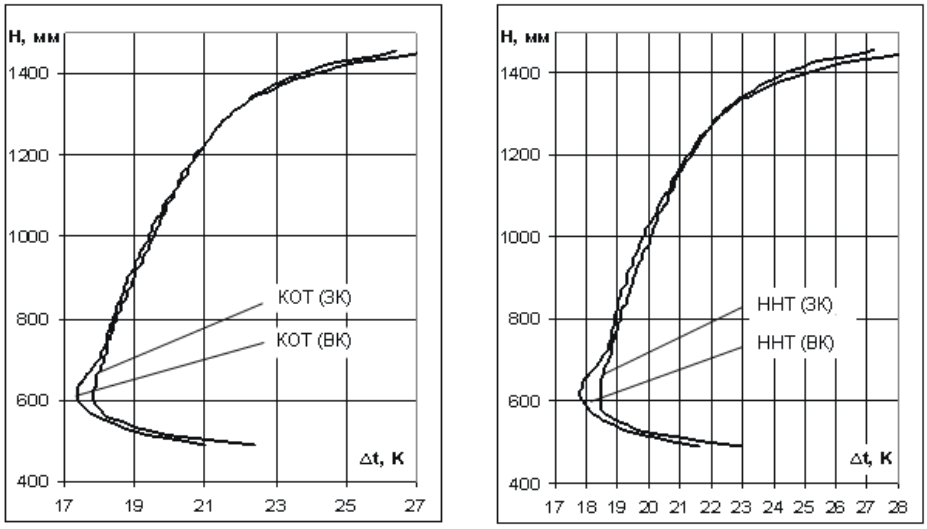
Рис. 12.12

Нерівномірність нагріву котушок за радіальним розміром обмотки в її верхній частині обумовлено підвищеними швидкостями масла у внутрішньому вертикальному осьовому охолодному каналі. Зауважимо, що внутрішній вертикальний канал у обмотки дорівнює 20 мм, що перевищує відомий [6] ефективний розмір 12 мм. Зона руху масла у зовнішньої поверхні обмотки по картині розподілу швидкостей займає близько 30 мм (рис. 12.12б).

Середні температури котушок визначаються інтегруванням отриманих температур по площі скінченних елементів в котушці та відношенням до повної площі перерізу котушки, різниця отриманих середніх величин і прийнятої температури повітря складає перевищення температур котушок над ТОС.

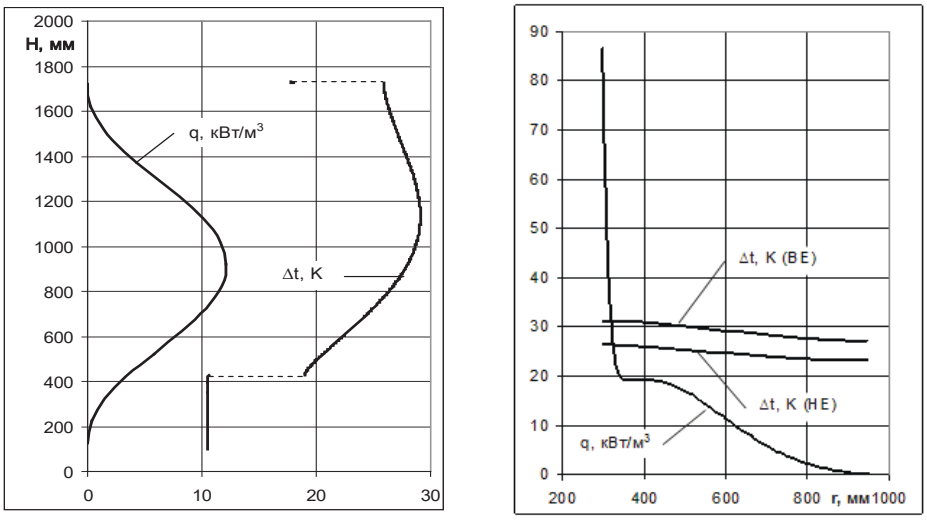
Графіки перевищень температур над ТОС в середньому по котушках (КОТ) внутрішнього (ВК) і зовнішнього (ЗК) концентрів показано на рис. 13.13а, на рис. 13.13б приведено перевищення ННТ в котушках.

Нерівномірний розподіл перевищень середніх температур котушок і їх ННТ по висоті обмотки над ТОС визначається нерівномірними значеннями прикладених втрат по рис. 6.16, а також майже лінійним підвищенням температури масла по висоті бака по рис. 12.11а. Нагріви зовнішнього концентра менші, ніж у внутрішнього, за рахунок кращого охолодження маслом при відсутності прилеглого вертикального циліндра.



а) б)

Рис. 12.13



а) б)

Рис. 12.14

На рис. 12.14а приведено розподіл питомих втрат q і перевищень температур Δt над ТОС (К) вертикального екрану, на рис. 12.14б − верхнього (ВЕ) і нижнього (НЕ) горизонтальних екранів.

У нагріві вертикального екрану спостерігаються розрахункові скачки температур в нижній і верхній частинах «відрізаних» в розрахунковій моделі в районі входу і виходу масла в баку. Цей факт обумовлено представленням в моделі реальних отворів в екранах розрахунковими круговими щілинами.

Через скінченний розмір верхнього горизонтального екрану найбільші втрати локалізуються на його внутрішньому краю в області максимального магнітного поля обмотки. У той же час, за рахунок високої теплопровідності алюмінію нагрів має практично рівномірний характер.

Результати розрахунків і випробувань перевищень температур над ТОС приведено в таблиці 12.1.

Таблиця 12.1 - Перевищення температур (К) над ТОС=20 ºС в конструкції реактора

Перевищення температур над ТОС	Виміри	TKL		FLUENT	
Масло - верхнє	20.7	-		18.0	
- середнє	15.5	-		14.8	
- нижнє	10.3	-		10.3	
Середня температура:					
- внутр./зовнішн. концентр		20.4	21.0	19.9	20.0
- обмотка	19.7	20.8		20.0	
Температура ННТ:					
- внутр/зовнішн. концентр	-	28.1	28.7	28.6	27.2
Екран - верхній	-	-		31.7	
- нижній	-	-		26.2	
- вертикальний	-	-		29.3	

Отримано досить хороший збіг в перевищеннях температур масла по нижньому і середньому маслу в баку – (див. стовпці «Виміри» і «FLUENT»). Ближче до даних вимірів середні перевищення температур обмотки за розрахунком «FLUENT». Близькі між собою перевищення ННТ за програмами **TKL** [5] і «FLUENT».

Розглянута чисельна модель реактора є прикладом зв'язаного електромагнітного і теплового аналізу нагріву ЕК. У дослідженій CFD-моделі тепловіддача з поверхні скінченних розмірів горизонтальних і вертикальних екранів, натискних плит визначається в результаті чисельного

розв'язку рівнянь тепломасопереносу з урахуванням нерівномірного розподілу об'ємних джерел нагріву, на відміну від звичайних спрощених оцінок з використанням емпіричних КТВ.

У випадках безпосереднього виміру температур найбільш нагрітих точок в обмотках або в частинах конструкції, наприклад, сучасними системами з оптоволоконними датчиками, рекомендується проводити чисельне моделювання з метою розрахункового обґрунтування місць розташування і значень найбільших температур.

Література до розділу 12

1. Басова А.В. Иванков В.Ф. Инженерный расчет комбинированной масляной системы охлаждения трансформаторов. Пром. теплотехника. 2013. Т. 35. № 4. С. 9-17.
2. Бики М.А. Проектирование силовых трансформаторов. Расчеты основных параметров. М.: Знак, 2013. 612 с.
3. Иванков В. Ф., Басова А.В., Шульга Н.В. Электротепловые расчетные модели элементов конструкции трансформаторного оборудования. Електротехніка та електроенергетика. 2014. № 2. С. 41-53.
4. Интенсификация теплообмена в катушечных обмотках трансформаторов / А.Б. Швидлер, Ю.А. Михайловский, Г.Б. Чередниченко и др. Электротехника. 1987. № 5. С. 8-10.
5. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. К.: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
6. Киш Л. Нагрев и охлаждение трансформаторов / пер. с венгерского М.А. Бики. Под ред. Г.Е. Тарле. М.: Энергия, 1980. 208 с. (Трансформаторы. Вып. 36).
7. Козлов В. В. Підвищення ефективності примусового охолодження високовольтних масляних трансформаторів: автореф. дис. … канд. техн. наук: 05.09.01 / Харків: Нац. техн. ун-т «Харк. політехн. ін-т», 2004. 19 с.
8. Кучерявая И. Н. Численное исследование влияния различных факторов процесса теплообмена на эффективность охлаждения трансформаторно-выпрямительных модулей. Технічна електродинаміка. 2000. № 3. С. 56-61.
9. Математическое моделирование тепломассообмена на основе уравнений Навье–Стокса / В.И. Полежаев., А.В. Бунэ, Н.А. Верезуб и др. М.: Наука, 1987. 272 с.
10. Методические подходы к CFD–моделированию тепловых режимов силовых масляных трансформаторов / П.Г. Круковский, В.А.

Яцевский, Л.Н. Конторович, В.Ф. Иванков, Д.Д. Юрченко. Промышленная теплотехника. 2008. Т. 30. № 6. С. 57-66.

11. Методы расчета превышений температуры обмоток силовых трансформаторов / И.Д. Воеводин, Ю.А. Михайловский, В.М. Черноготский, А.Б. Швидлер и др. Трансформаторы : Перенапряж. и координация изоляции. Пер. докл. междунар. конф. по больш. электр. системам СИГРЭ–84. М.: Энергоатомиздат, 1986. С. 190-198.
12. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.
13. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Многомасштабное моделирование в электротехнике. К.: Ин–т электродинамики НАН Украины, 2011. 255 с.
14. Рассальський О.М. Аналіз і розрахунок теплових режимів силового електроустаткування. Запоріжжя: Запорізький національний технічний ун-т., 2005. 146 с. Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. М-о освіти і науки України.
15. Руководящий документ РД16 303-86. Трансформаторы силовые масляные. Тепловой расчет обмоток с различными способами интенсификации теплообмена / О.И. Сисуненко, Ю.С. Гитин, Ю.А. Михайловский, А.Б. Швидлер, Е.А. Серебрицкая. Запорожье: ВИТ, 1986. 42 с.
16. CFD–анализ теплового состояния обмоток масляных трансформаторов при критических размерах горизонтальных охлаждающих каналов / П.Г. Круковский, В.А. Яцевский, Л.Н. Конторович, В.Ф. Иванков, В.М. Хуторный. Промышленная теплотехника. 2009. Т. 31. № 6. С. 35-45.
17. CFD–моделирование теплообмена в катушечных обмотках трансформаторов при естественной конвекции охлаждающего масла / П.Г. Круковский, В.А. Яцевский, Л.Н. Конторович, В.Ф. Иванков, Д.Д. Юрченко. Промышленная теплотехника. 2009. Т. 31. № 4. С. 17-26.
18. Юрченко Д. Моделирование теплообмена в каналах с интенсификаторами. ANSYS Advantage. 2009. № 10. С. 32-34.
19. Яцевский В.А., Круковский П.Г. Особенности гидродинамики и теплообмена при течении масла во взаимосвязанных каналах катушечных обмоток силовых трансформаторов. Промышленная теплотехника. 2011. № 2. С. 24-34.
20. Codd Joris, Van der Veken Wim, Baelman Martine. Assessment of a Hydraulic Network Model for Zig-zag Cooled Power Transformer Windings. Preprint submitted to Applied Thermal Engineering January 21, 2015.

21. Ivankov V.F., Basova A.V. Calculation of CFD-thermal models of oil-cooled transformer equipment. Электротехника и электроэнергетика. 2016. № 2. С. 19-32.
22. Ivankov V.F., Basova A.V., Shulga N.V. Methods verification for electrothermal calculations of electric reactors without steel. Електротехніка та електроенергетика. 2015. № 2. С. 26-34.
23. Jiao Y. CFD Study On The Thermal Performance of Transformer Disc Windings Without Oil Guides. M. SC Thesis. EGI 2012: 089MSC EKV915. Stockholm.
24. Mufuta J.M., Bulck E. Modelling of the mixed convection in the winding of a disc-type power transformer. Applied Thermal Engineering 20 (2000). P. 417-437.
25. Oliver A.J. Estimation of transformer winding temperatures and coolant flows using a general network method. IEE Proc., Vol. 127. Pt. C. No. 6, November 1980. P. 395-405.
26. Pat. US 6,609,079 B1, G01K 17/00, 702/13. Method and arrangement for ascertaining state variables / Seitlinger W. Assignee: VA TECH Elin Transformatoren GmbH. № US006609079B1; filed 06.05.1999; pub. 25.11.1999, № WO99/60682.
27. Thermal performance of power transformers: thermal calculation tools focused on new operating requirements / A. Tanguy, J.P. Patelli, J.P Taisne and etc. CIGRE, Paris Session 2004, Report A2–105.
28. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.
29. Transformer Thermal Modeling. Working Group A2.38, CIGRE. June 2016, 188 p.
30. Yatsevsky V.A. Hydrodynamics and heat transfer in cooling channels of oil-filled power transformers with multicoil windings. Applied Thermal Engineering 63 (1). 2014. P. 347-353.

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ

Техніко-економічні характеристики високовольтного трансформаторного устаткування з масляним охолодженням значною мірою залежать від структури і розмірів внутрішньої ізоляції.

Система ізоляції у вигляді рідкого нафтового трансформаторного масла і деталей конструкції з твердої целюлози визначається як комбінована. У такій композиційній ізоляції при дії напруги промислової частоти й імпульсів аварійних дій напруженість електричного поля в масляних каналах вища, ніж в твердій ізоляції із-за меншої діелектричної проникності масла. При цьому електрична міцність масла нижча, ніж твердої ізоляції. Отже, електрична міцність більшості конструктивних ізоляційних вузлів трансформаторного устаткування визначається електричною міцністю найбільш навантаженого масляного каналу [6, 11 – 14, 16, 17]. Такими визначають канали, прилеглі до обмоток, оскільки саме в них слід чекати значного збільшення напруженості електричного поля за рахунок неоднорідності, що формується радіальними каналами між котушкам, рейками між обмоткою, ізоляційними циліндрами, кутовими шайбами та кільцями ємностей і тому подібне.

Залежно від класів напруги устаткування і умов його експлуатації, на підставі узгоджених положень по координації ізоляції визначаються види, рівні і форми впливу напруги: робоча низькочастотна тривала напруга, квазістаціонарні, комутаційні та грозові (повний, зрізаний імпульси) перенапруження і нестандартні дії.

Умовно виділяють наступні завдання визначення міцності ізоляції: подовжньої ізоляції – виткової і міжкатушкової; головної ізоляції обмоток – маслобар'єрної ізоляції між сусідніми обмотками однієї фази; ізоляції зовні обмоток – до стрижнів, до ярем МС, між обмотками сусідніх фаз, між обмотками і баком; ізоляції установок введень; ізоляції відведень.

Нині відсутня кількісна фізична теорія пробою технічно чистого трансформаторного масла і, отже, відсутня можливість теоретичного підходу до обґрунтування критерію електричної міцності масляних проміжків. Основні підходи до оцінки електричної міцності полягають в наступному [17].

Міцність виткової і міжкотушкової ізоляції визначається умовою пробою масляних каналів в обмотках. В якості критерію оцінки міцності використовують напругу на виткову ізоляцію і експериментальні дані по пробивній напрузі залежно від тривалості впливу напруги, товщини виткової ізоляції і розміру масляного каналу між проводами (котушками).

Міцність головної ізоляції обмоток визначається з умови пробою найбільш навантаженого масляного каналу. Електричне поле в обмотках визначається як практично однорідне. В якості критерію використовується середня напруженість в масляних каналах (уздовж силових ліній). Оцінка міцності проводиться по емпіричних залежностях по виду впливу напруги

і розміру масляного каналу. Ізоляція зовні обмоток має масляні проміжки набагато більші, ніж масляні канали біля обмоток. Тому враховуються поправки на великі проміжки і можливе локальне посилення поля поблизу зовнішніх частин конструкції.

Ізоляція установок введень (їх нижніх частин) оцінюється по методах оцінки міцності головної ізоляції з поправками на менші значення коефіцієнта використання поля.

Конструкція ізоляції відведень виконується у двох варіантах: у першому – у вигляді товстого шару паперу і великого зовнішнього масляного проміжку, а в другому – у вигляді системи бар'єрів з картону. Для першого варіанту конструкції (з різко неоднорідним полем) застосовується так званий метод «напруженого об'єму», тобто області, в якій напруженість перевищує 80% або 90 % від максимального значення напруженості на поверхні паперової ізоляції відведення. Для другого виду конструкції оцінка міцності проводиться по пробивній напруженості від розміру масляного каналу.

Моделювання електричної міцності трансформаторних пристроїв включає три етапи робіт: розрахунок розподілу дії напруги по обмотках; розрахунок розподілу електричного поля в досліджуваних областях конструкції; оцінку електричної міцності ізоляції.

Для першого етапу робіт використовуються методи аналізу еквівалентних багатоелементних схем заміщення із зосередженими параметрами індуктивностей та ємностей [2, 4, 10, 18].

Широко застосовується матричний метод (ПМК **VLN**) аналізу лінійних індуктивно-ємнісних схем [2, 4]. Обмотки розділяються на ділянки, в межах яких розподіл імпульсних струмів по витках приймається постійним, а розподіл імпульсної напруги змінюється лінійно від першого до останнього витка ділянки по напряму намотування. В якості елементів обмотки приймаються котушка (для безперервних обмоток) або частина паралельних проводів (ходів) гвинтової обмотки. Елемент обмотки заміщується зосередженою індуктивністю, до якої підключені ємності на сусідні елементи і подовжня ємність елементу. Усі елементи характеризуються власною і взаємною індуктивністю на усі інші елементи. За даними геометрії МС і розташованих на стрижнях обмотках, опису схеми з'єднань їх частин (елементів) програма формує схему заміщення обмоток трансформатора (реактора), розраховує ємності між елементами на стрижень, розраховує власні і взаємні індуктивності елементів. Розрахунок ємностей передбачає врахування неоднорідної будови маслобар'єрної ізоляції між обмотками, між котушками і між витками усередині кожної обмотки. Для сформованої схеми заміщення програма автоматично формує рівняння Кірхгофа першого і другого роду для визначення імпульсних струмів в елементах обмоток і напруги на вузлах з'єднання елементів обмоток. Розв'язок рівнянь проводиться методом розвинення розв'язків по власних

режимах. Визначаються власні частоти і власні вектори матриці системи рівнянь. Імпульсна напруга у вузлах й імпульсні струми в елементах визначаються після цього у вигляді набору власних частот, амплітуд і коефіцієнтів загасання в операторній (перетворення Лапласа) формі. Визначення часових залежностей імпульсних струмів і напруги для конкретних форм дії імпульсів відбувається з використанням аналітичних методів для зворотного перетворення Лапласа. Передбачено форми для повного і зрізаного грозових імпульсів, коливального комутаційного імпульсу і ряду інших форм. Аналізуються тимчасові залежності імпульсної напруги і визначаються дії і допустимі напруженості електричного поля в різних ізоляційних проміжках, їх тривалості, а по цих значеннях - коефіцієнти запасу електричної міцності подовжньої ізоляції. Розподіл потенціалів по елементах обмоток використовується при розрахунку електричного поля в головній ізоляції. Зазвичай розрахунковий розподіл напруг перевіряється експериментально на активній частині устаткування.

Методи оцінки електричної міцності, що використовуються на третьому етапі робіт базуються на порівнянні численних випробувань фізичних моделей фрагментів конструкції з наступним аналізом розподілу поля у відповідних спрощених двовимірних моделях. Тому, в більшості випадків, при розрахунку електричного поля трансформаторного устаткування, особливо в ізоляції обмоток, використовується двовимірне моделювання.

У даному розділі розглядається низка питань, пов'язаних власне із задачами моделювання параметрів електростатичного поля на другому етапі, необхідних і достатніх для виконання оцінки міцності.

Це питання розробки розрахункових моделей і питання застосування існуючих обчислювальних програм для розрахунку параметрів вісесиметричних моделей електричного поля трансформаторного устаткування. Представлено також підхід до аналізу параметрів тривимірного поля, зокрема, в ізоляції відведення.

13.1. Методи розрахунку електростатичного поля

Для моделювання використовуються електростатичні моделі, в яких електричне поле створюється зарядами, розподіл і величина яких постійні в часі. В цьому випадку з урахуванням відсутності зміни магнітного поля $dB/dt = 0$ співвідношення $rotE = 0$ у рівнянні (1.13) дозволяє визначити таку допоміжну функцію скалярного потенціалу V, щоб виконувалася умова (1.16) $E = -grad\,V$. Задача зводиться до рівняння, що зв'язує потенціал V, діелектричну проникність ε і заряд ρ

$$div(\varepsilon\, grad\, V) + \rho = 0. \qquad (13.1)$$

Невідомою величиною є скаляр V, значення якого необхідно обчислювати в кожній точці. Розв'язок існує і він єдиний, оскільки граничні умови задачі визначаються у вигляді функції V чи її нормальної похідної. Зазвичай вважають, що потенціал на границі відомий (умова Діріхле) або що скалярні еквіпотенціальні лінії перпендикулярні границям (випадок симетричних площин або границі з ідеальним діелектриком). В цьому випадку нормальна похідна $\partial V / \partial n$ вважається рівною нулю. Є ряд задач, коли відома величина потоку D, що проходить через границю, що відповідає умові Неймана $\partial V / \partial n = K$, де K – відома величина. Також в більшості випадків приймається, що значення діелектричної проникності є постійною величиною $\varepsilon = const$.

Нині для дослідження головної ізоляції трансформаторного устаткування застосовуються спеціалізовані обчислювальні програми з використанням методів скінченних різниць [5], інтегральних рівнянь (AXIAL, AXIAL 2000 [8], ELAX-2D [15]), скінченних елементів (BetaFields [17], ElecNet [19]). Для цих же задач, а також для розрахунків ізоляції установок введень та ізоляції відведень використовуються інваріантні системи CEA ANSYS та COMSOL.

Представлення вказаних методів, програм, їх порівняльний аналіз приведено, зокрема, в [17].

Програма AXIAL 2000, забезпечує розв'язок системи інтегральних рівнянь для частково-однорідних середовищ з поверхневою щільністю зарядів на поверхнях S_j

$$\sum_{1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{S_j} \frac{\sigma(A) \cdot dS_A}{r_{AB}} + \varphi_B = \varphi_k , \tag{13.2}$$

$$\frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0} - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \int_{S_l} \frac{\sigma(F)\cos(n_M, r_{MF}) \cdot dS_F}{r_{MF}^2} = 2\lambda \sum_{1}^{n} E_{nj} , \tag{13.3}$$

де $\sigma(A)$ – поверхнева щільність заряду в точці A, φ_B – потенціал зарядів або зовнішнього поля по відношенню до системи тіл розрахункової моделі, φ_k – потенціал k-го провідника, En – нормальна складова напруженості від всіх зарядів системи.

Перше рівняння означає, що потенціал, утворений всіма зарядами системи, рівний потенціалу даного провідника. Друге рівняння відноситься для точок поверхонь розділу діелектриків і відтворює те, що нормальні складові напруженості по обидві сторони границі розділу зв'язані відомим співвідношенням через діелектричні проникності $\varepsilon_1 \cdot E_{n1} = \varepsilon_2 \cdot E_{n2}$.

Програмний комплекс BETAFields [17] використовує метод скінченних елементів (МСЕ), який базується на варіаційному підході до розрахунку поля. Відповідно до відомого принципу мінімуму потенційної енергії розподіл потенціалу в даній області має бути таким, щоб мінімізувати запасену енергію. Розподіл потенціалу, що відповідає умові мінімуму енергії, відповідає наближеному розв'язку польової задачі.

Електричні поля за відсутності об'ємного заряду описуються рівнянням Лапласа (13.1), а визначення енергії як функціоналу від потенціалу має вигляд

$$W(u) = \frac{1}{2}\int |\nabla u|^2 \, d\Omega . \qquad (13.4)$$

Для функціоналу (13.4) можна отримати наближений вираз для запасеної енергії $W(u)$, у припущенні, що потенціал є комбінацією відповідним чином вибраних простих функцій з невизначеними коефіцієнтами. Тоді з умови мінімуму запасеної енергії знаходять ці коефіцієнти і тим самим визначають наближений розподіл потенціалу.

Важливим моментом в МСЕ є поняття скінченного елемента як сукупності деякої малої частини розрахункової області і функцій форми, що використовуються для апроксимації невідомих величин (потенціалу і напруженості). У загальному вигляді, при використанні функцій форми невідома величина визначається як

$$U(x, y, z) = \sum_{i=1}^{n} U_i \alpha_i (x, y, z), \qquad (13.5)$$

де n – число вузлів скінченного елемента, U_i – значення невідомої величини у вузлах, α_i – функція форми, що відповідає i - вузлу.

Функції форми є простими функціями на основі поліномів Лагранжа або Ерміта різної міри.

Використовуючи вираз (13.5) для апроксимації потенціалу усередині кожного скінченого елементу, отримують систему рівнянь, розв'язком є значення невизначених коефіцієнтів, тобто значення потенціалу у вузлах кожного скінченого елементу. Після цього, за допомогою апроксимації у відповідність з формулою (13.5) визначаються значення потенціалу в довільній точці.

Питання обчислювальної реалізації вказаних методів представлено в спеціальній літературі і зазвичай не є предметом роботи користувачів. При цьому актуальними є питання розробки відповідних розрахункових моделей устаткування, а також додаткової обробки результатів розрахунків параметрів поля з метою наступної оцінки електричної міцності ізоляції.

13.2. Опис моделей головної ізоляції для методу інтегральних рівнянь

Препроцесор підготовки даних. Розрахунок електричного поля трансформаторного устаткування є трудомістким через складність геометрії багатоелементних розрахункових моделей, особливо моделей головної ізоляції, які визначають як моделі «краю» й «середини» обмоток.

При розрахунку поля методом інтегральних рівнянь для опису розрахункової моделі в ПЗ AXIAL [8] використовуються базові елементи «точка – відрізок (частина прямої, кола, еліпса) – точка». Завдання параметрів здійснюється в діалоговому режимі шляхом інтерактивної роботи з меню і заповнення багатьох даних. Тому на перехід від конструкційних даних розрахункової записки, креслень до параметрів розрахункових тіл витрачається значний проміжок часу.

Програма розрахунку поля методом скінчених елементів BETAFields [17] містить внутрішній графічний редактор або імпортує геометрію розрахункової моделі з CAD-систем за допомогою файлів DFX-форматів. Відтворення геометрії розрахункової області графічними редакторами також є трудомістким процесом, особливо для практики масових багатоваріантних розрахунків.

З метою автоматизації підготовки даних запропоновано [3] уніфіковану структуру електродів, деталей ізоляції з використанням відносних і символьних координат між поверхнями елементів, що достатньо для формування складних розрахункових моделей у області краю і середини обмоток трансформаторів та електричних реакторів. Структуру елементів і специфікацію даних ілюстровано стосовно програми AXIAL 2000 [8].

Для підготовки даних розрахункової моделі розроблено числовий препроцесор, що входить в ПМК **ЕРК_Р** [7]. Монітор комплексу розроблено засобами Delphi [1] . Екранну форму монітора **ЕРК_Р** показано на рис. 13.1.

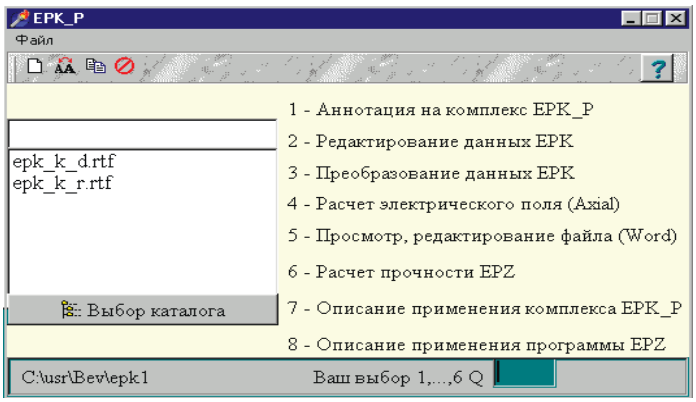


Рис. 13.1

Препроцесор перетворює «конструкційні» дані з термінів розрахункової записки, креслень на трансформатор – «обмотка, котушка, ємнісне кільце, шайба, ізоляційний циліндр, відсоток усадки ізоляції, радіальний, осьовий проміжок, радіальний канал між котушками, потенціал» в «модельні» дані в термінах програми AXIAL 2000 – «точка-відрізок, інтервал розбиття, потенціал».

Однією із задач препроцесора є автоматичне формування точок розбиття контурів розрахункових тіл на відрізки апроксимації зарядів відповідно до вимог реалізованого в програмі методу інтегральних рівнянь. Зі всіх криволінійних контурів розрахункових елементів визначається ділянка з максимальною кривизною контуру (з мінімальним радіусом $r_{\min}$). Відстань між розрахунковими точками (розрахунковий інтервал) на всіх криволінійних ділянках приймається рівною $r_{\min}$. На прямолінійних ділянках контурів тіл точки вибираються так, щоб довжини сусідніх інтервалів відрізнялися не більше ніж в 5 разів.

Елементи і дані до розрахунку краю обмоток. Дані для краю обмоток подаються в шести таблицях загальних даних, параметрів уніфікованих моделей електродів, ізоляційних бар'єрів, кутових шайб та котушок. Для послідовної нумерації цих елементів вони умовно визначаються як тіла розрахункової моделі. Докладний опис даних наведено нижче. Підкресленим шрифтом вказано імена таблиць даних, курсивом виділені визначення параметрів.

Таблиця «Загальні дані». Зазначається найменування трансформатора, *вид дії перенапруг* для розрахунку електричної міцності і загальні параметри розрахункової моделі.

Ознака моделі може приймати два умовні значення ВЕРХ та НИЗ − рис. 13.2. Даний параметр визначає положення границь прямокутної розрахункової області (вікна розрахункової моделі) по відношенню до розрахункових тіл.

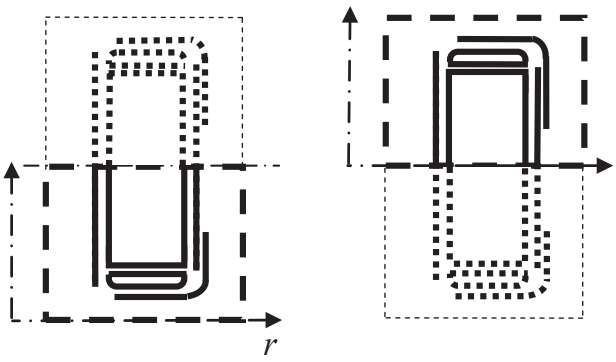


Рис. 13.2

Розрахункове вікно описується по границях виділеної області відповідно до рекомендацій методик [16, 17]. Ближня по радіальній координаті поверхня вікна розташовується на поверхні стрижня магнітної системи (МС) або електростатичного екрану. *Діаметр стрижня* визначається як діаметр описаного кола навколо поперечного перерізу стрижня. Нижня площина вікна для моделі ВЕРХ і верхня для моделі НИЗ використовуються як площини осьової симетрії. Координати сторін розрахункового вікна визначаються його *висотою і шириною*. Прийнято, що кути розрахункового вікна мають однаковий *радіус скруглення*.

Таблиця «Електроди». У цій таблиці записуються параметри обмоток, котушок прямокутного перерізу, ЄК, металевих пресувальних кілець, електростатичних екранів. Геометрію уніфікованих електродів приведено на рис. 13.3а.

Номер тіла (електроду) - визначається в довільному порядку. Тілом з номером «нуль» є контур розрахункової області. Кожне наступне тіло описується пізніше за те тіло, яке для опису радіальних і осьових проміжків використовується як опорне.

Взаємне геометричне положення розрахункових тіл визначаються через так звані символьні координати та відносні радіальні і осьові проміжки між найближчими внутрішніми і зовнішніми поверхнями тіл від ізоляції до ізоляції. Внутрішніми поверхнями вважаються ті, які розташовані ближче до осей координат − тобто внутрішня поверхня в радіальному напрямі і нижня в осьовому.

Символьний радіальний проміжок має наступний опис *_# *Nor* . Перший символ * записується буквою "В" або "З" відповідно для внутрішньої або зовнішньої поверхні розрахункового тіла, для якого заповнюється рядок даних. Замість другого символу #, вказується також буква "В" або "З" - ознака внутрішньої і зовнішньої поверхні раніше описаного опорного тіла з номером *Nor* . У наступному стовпці таблиці визначається *відносний радіальний проміжок* $< \Delta r >$ між вказаними поверхнями в символьному проміжку. Позитивне значення проміжку відповідає переходу від опорного тіла до розрахункового уздовж позитивного напрямку осі координат. Аналогічним чином описуються осьові проміжки: символьний *_# *Nz* та відносний $< \Delta z >$.

Перший з електродів повинен бути прив'язаний до координат розрахункового вікна (до тіла 0). Розрахункові та опорні тіла не можуть мінятися місцями. Наприклад, якщо для розрахункового тіла 2 опорним є тіло 5, то для розрахункового тіла 5 не може бути опорним тіло 2. Опорним тілом не може бути кутова шайба.

Осьовий a і радіальний b розміри електроду визначаються по поверхні, включаючи товщину його ізоляції.

Радіус скруглення r_C вказується по поверхні металу електроду. За наявності ізоляції на електроді записується її *відносна діелектрична проник-*

ність і *товщина ізоляції* $t_{ІЗ}$. Радіус скруглення ізоляції програмою препроцесора вираховується як сума радіусу скруглення електроду і товщини ізоляції. Для ємнісного кільця додатково вказується радіус "великого скруглення" $R_{ССК}$.

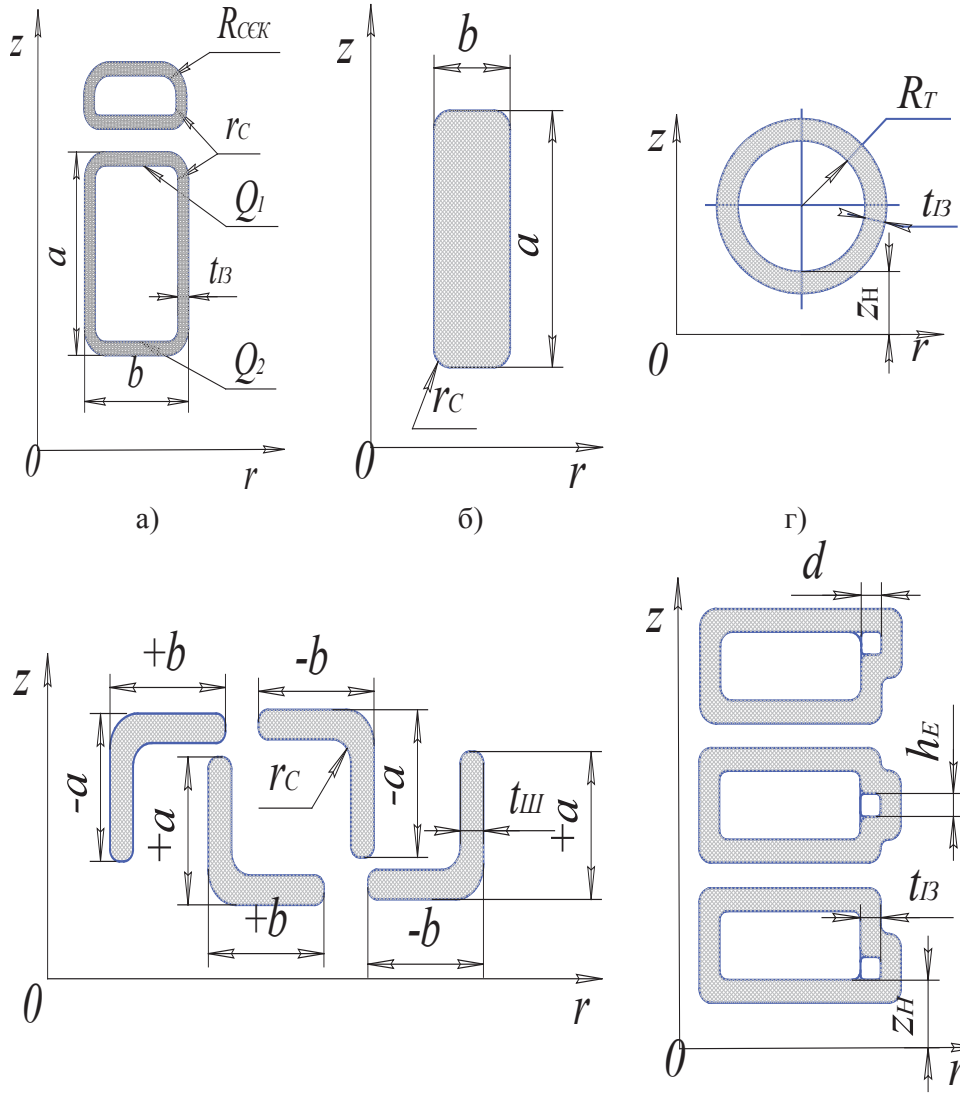


Рис. 13.3

По висоті електроду *потенціал* може бути задано як з лінійним розподілом $Q_1 \neq Q_2$, так і з постійним $Q_1 = Q_2$.

Бар'єри ізоляційні. До ізоляційних бар'єрів відносяться картонні циліндри, плоскі шайби, неметалічні пресувальні кільця. Геометрію уніфікованої моделі бар'єру показано на рис. 13.3б. Підготовка даних і заповнення таблиць екранної форми для бар'єрів ізоляційних виконується так само, як і для електродів. Відмінністю є лише те, що ізоляційні бар'єри не мають параметрів товщини ізоляції і потенціалів. Діелектрична проникність характеризує ізоляційний матеріал бар'єру.

Кутові шайби з електрокартону винесено в окремий рядок через особливості їх положення і геометрії - рис. 13.3в. Як і для електродів, використовуються символьні і відносні радіальні та осьові проміжки через координати внутрішніх і зовнішніх поверхонь розрахункових і опорних тіл.

Прийнято, що внутрішня і зовнішня поверхні по радіальній координаті відноситься тільки до вертикальної частини. Аналогічно внутрішня і зовнішня поверхні по осьовій координаті відноситься тільки до горизонтальної полиці. Таким чином, радіальний проміжок *_# N_r, наприклад, З_В16 означає, що положення зовнішньої поверхні вертикальної частини визначається відстанню від внутрішньої поверхні опорного тіла 16. Осьовий проміжок *_# N_z, наприклад, В_З18 означає, що буде вказана відстань від внутрішньої поверхні горизонтальної полиці до зовнішньої поверхні опорного тіла 18.

В даних вказують також *висоту* a та *радіальний* b розміри. Під висотою розуміється весь осьовий розмір, включаючи висоту вертикальної частини і товщину горизонтальної полиці. Позитивна висота вказується у випадку, коли полиця розміщена нижче вертикальної частини. Якщо горизонтальна полиця розміщена вище, і вертикальна частина через радіус скруглення йде від неї вниз, то висота вказується із знаком мінус.

За таким же правилом записується радіальний розмір. Додатній напрям співпадає з додатнім напрямком радіальної осі координат (до стінки бака). Від'ємний – в протилежну сторону (до стрижня). Вказані деталі ізоляції характеризуються відносною діелектричною *проникністю* і однаковою *товщиною* $t_Ш$.

Електроди-тори. Для моделей ємнісних кілець і відведень кругового перерізу використовуються елементи у вигляді тора (рис. 13.3г). Їх положення серед тіл розрахункової моделі описується аналогічно електродам-прямокутникам за допомогою символьних і відносних координат. Указується *радіус металу* тора, відносна діелектрична *проникність*, *товщина ізоляції* та *потенціал*.

Котушки. Відповідно до методик [16, 17] в розрахункову модель повинні бути включені декілька котушок, що розташовуються на краю обмоток. Якщо котушки виконуються з простого або підрозділеного проводу, то для їх опису використовується уніфікована модель електрода-прямокутника.

Для котушок з транспонованого проводу використовується модель, яку показано на рис. 13.3д. Її особливістю є розташування крайнього елементарного дроту на краях або у середині осьового розміру котушки. Тому, окрім опису осьових, радіальних проміжків від інших тіл розрахункової моделі, задаються *висота, ширина котушки, товщина ізоляції,* а також додаткова інформація: h_E – *висота*, d_E – *товщина* елементарного дроту і умовна ознака M_E - *місце положення*. Препроцесор будує геометрію транспонованого проводу з положенням крайнього дроту для внутрішньої обмотки – на зовнішній поверхні котушки, для зовнішньої обмотки – на внутрішній поверхні котушки.

Приклад розрахункової моделі краю обмоток. На рис. 13.4 показано приклад розрахункової моделі AXIAL краю трьох обмоток автотрансформатора потужністю 167 МВА. Ліва границя моделі співпадає з поверхнею стрижня МС. Над двома обмотками розташовано ємнісні кільця. За методикою [16, 17], в середній обмотці виділено крайню котушку. Таким чином, в моделі беруть участь шість електродів з ізоляцією. Введено також частини вертикальних циліндрів, плоских і кутових шайб – всього 15 елементів. По контуру елементів штрихами вказано визначені препроцесором точки розбиття контурів розрахункових тіл на відрізки апроксимації вторинних зарядів.

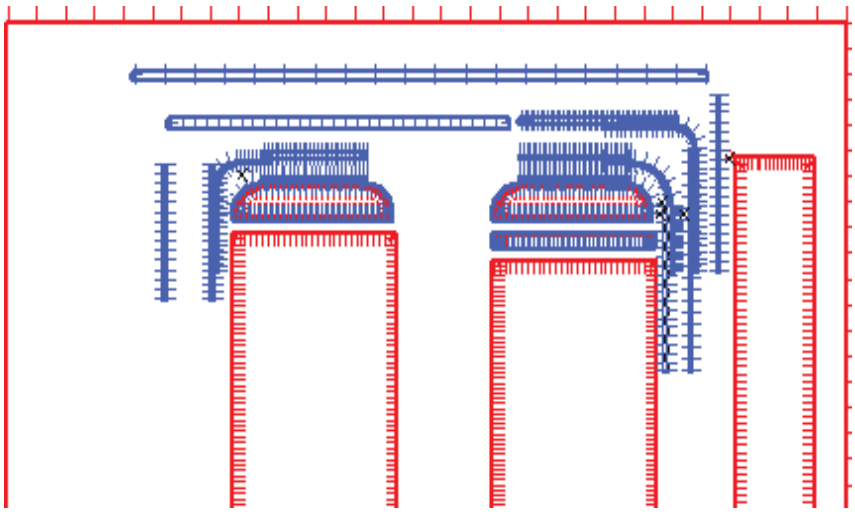


Рис. 13.4

Елементи і дані до розрахунку середини висоти обмоток. Згідно з методикою [16, 17], в цьому випадку повинні бути описані детально котушки сусідніх обмоток і, спрощено, – частини обмоток і прилеглих верти-

кальних бар'єрів. Для формування моделі використовуються уніфіковані тіла обмоток, котушок та бар'єрів, що представлено на рис. 13.5.

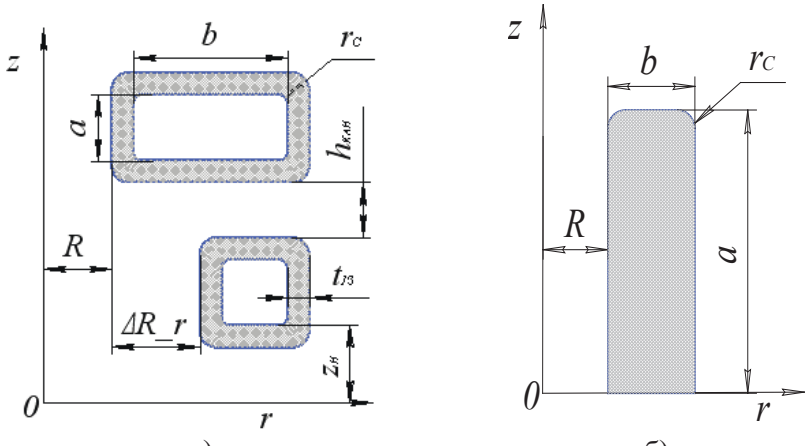
Таблиця «Загальні дані». Записується найменування трансформатора, *вид дії перенапруг* і *проникність ізоляції* котушок як постійна величина для всіх котушок та спрощених частин обмоток моделі.

Обмотки характеризуються *радіусом* внутрішньої поверхні, *координатою низу* Z_H (відстань від металу нижньої котушки до нижньої площини розрахункового вікна), відсотками *усадки* паперової ізоляції котушки і прокладок з електрокартону між котушками.

Типи котушок. Параметри типів котушок (рис. 13.5а) дозволяють описати котушки, ємнісні кільця, а також спрощені частини обмотки, що включаються в розрахункову модель. *Висота* і *ширина* b котушки записується з *ізоляцією* t_{I3}. Для простого і підрозділеного проводів висота металу котушки рівна висоті елементарного дроту. Для ємнісного кільця – це висота корпусу з провідною стрічкою. Для спрощеної частини обмотки – усаджена висота виділеної частини обмотки по металу. Вказується *радіус скруглення* металу котушки оголошеного типу.

Для транспонованого проводу вказується також інформація, необхідна для побудови моделі котушки з різним положенням елементарного дроту (рис. 13.3д). Висота котушки дорівнює сумі висот двох елементарних дротів, плюс один розмір емалевої ізоляції, плюс усаджена висота прокладки між верхньою і нижньою групами дротів.

Розташування котушок. Положення котушок вказується шляхом послідовного запису пари чисел: *числа* і *номери типу* котушки - зверху вниз для кожної обмотки, починаючи з внутрішньої. Для кожної котушки указується *потенціал*, *радіальний зсув* ΔR_k котушки від внутрішньої поверхні обмотки (± від радіусу R), *висота* не усадженого каналу (прокладок) під котушками h_{KAH}.



а) б)

Рис.13.5

Бар'єри ізоляційні. Розрахункова модель області середини обмоток передбачає наявність ізоляційних бар'єрів тільки вертикального розташування – циліндрів, рейок (рис. 13.5б). Вони характеризуються *радіусом* внутрішньої поверхні, *висотою* a, *товщиною* b, відносною діелектричною *проникністю*. Прийнято, що циліндри і рейки по осьовій координаті починаються безпосередньо від площини симетрії моделі.

Електроди-тори описуються так само, як і для краю обмоток – по моделі рис. 13.3г.

Приклад розрахункової моделі середини обмоток. На рис. 13.6 показано розрахункову модель AXIAL 2000 для області середини висоти двох обмоток трансформатора потужністю 1200 кВА.

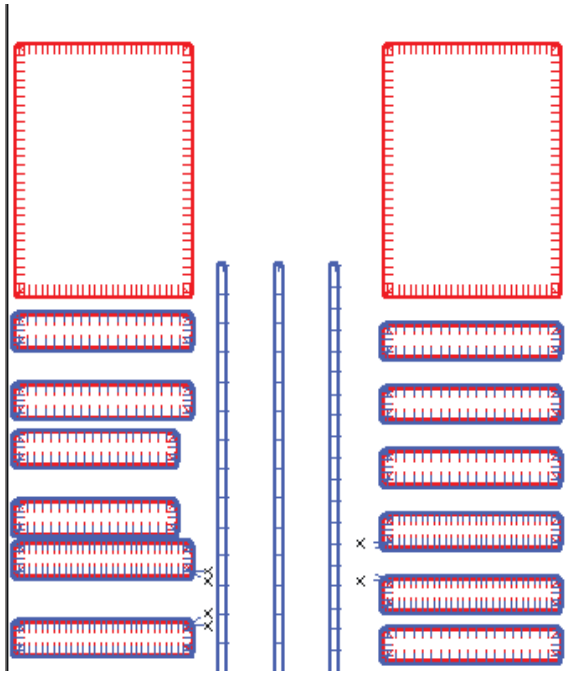


Рис. 13.6

Виділено по 6 котушок у середині верхньої симетричної частини кожної обмотки. Дві середні котушки у внутрішній обмотці мають менший радіальний розмір в порівнянні з прилеглими. Між обмотками розташовано три бар'єри з електрокартону. Показано розбиття контурів розрахункових тіл на відрізки апроксимації вторинних зарядів. У проміжках між краєм котушок і прилеглими циліндрами показано розрахункові точки, що розташовані в місцях визначення поля і електричної міцності по методиці [16, 17].

Досвід експлуатації розробленої автоматизованої процедури формування складних розрахункових областей у області краю і середини висоти обмоток у складі ПМК по розрахунку електричного поля і міцності **ЕРК** показав її ефективність при багатоваріантних дослідженнях з метою обґрунтованого вибору ізоляції силових трансформаторів і електричних реакторів.

13.3 Приклади розрахунку вісесиметричних скінченноелементних моделей головної ізоляції

Запропоновані уніфіковані елементи для формування складних розрахункових моделей із застосуванням відносних і символьних координат використовуються також при чисельному моделюванні головної ізоляції з використанням системи COMSOL.

Для прикладу, проведено розрахунок електричного поля і міцності проміжку загальної обмотки ОО і двошарової регулювальної обмотки РО автотрансформатора (АТ) 200 МВА. Розподіл потенціалів електричного поля показано на рис. 13.7.

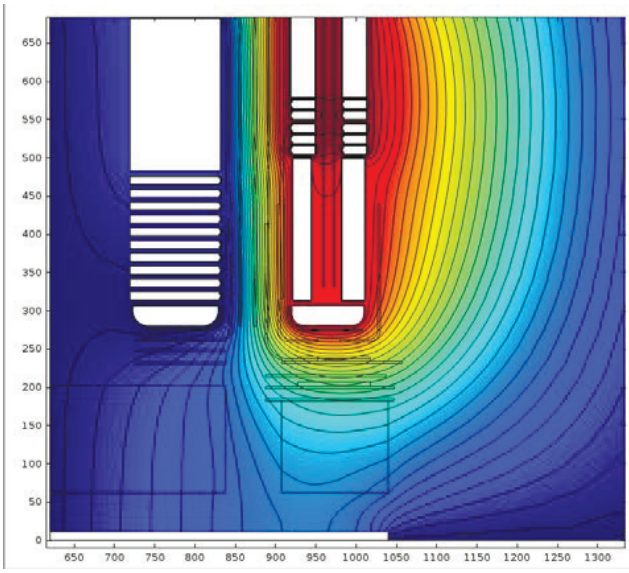


Рис. 13.7

У моделі виділено нижні котушки ОО, інші котушки ОО представлено загальною частиною. Також окремими дискретними елементами представлено частину котушок у вхідній зоні РО. Враховано структуру головної ізоляції між обмотками (вертикальні бар'єри, кутові шайби) і структуру нижньої ярмової ізоляції (горизонтальні бар'єри, опорні кільця) та ємнісні

кільця на краях обмоток. Розподіл напруженості та силові лінії електричного поля в області обмоток показано на рис. 13.8.

По найбільших значеннях напруженості на силових лініях проведено оцінку електричної міцності досліджуваної ізоляції АТ.

На рис. 13.9 показано модель і розподіл потенціалу електричного поля в нижній частині головної ізоляції трансформатора 300 МВА.

Модель містить фрагменти обмоток НН, СН, ВН, РО з лінійно-розподіленими потенціалами, набір кінцевої ізоляції під обмотками. На нижній ярмовій балці (нижня границя розрахункової області) встановлено заземлені магнітні шунти в картонних коробках.

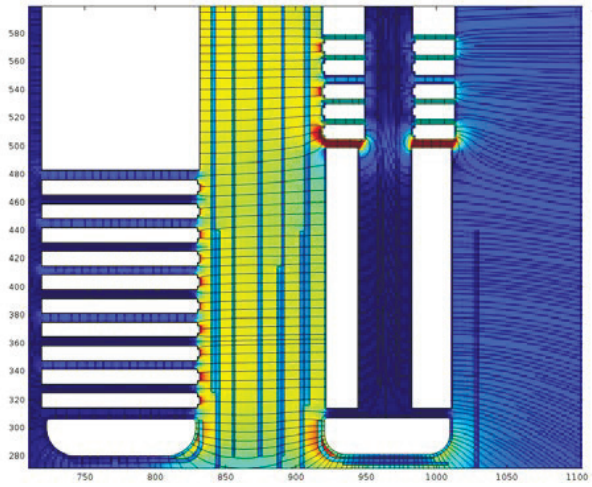


Рис. 13.8

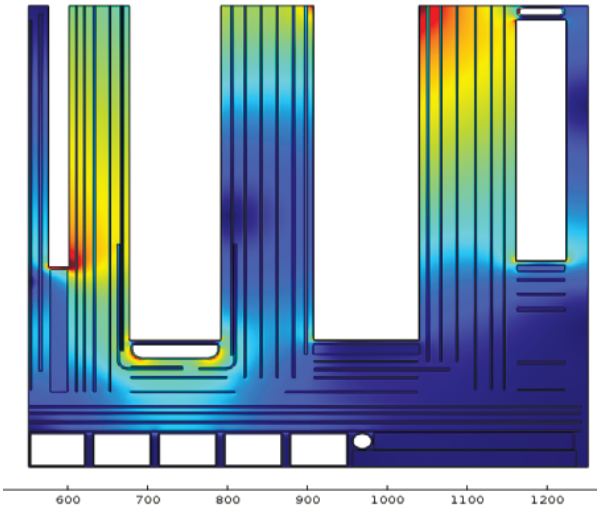


Рис. 13.9

Аналізом повної моделі визначено, що найбільші значення напруженості електричного поля мають місце на краю обмотки НН. На рис. 13.10 показано фрагмент краю НН з силовими лініями, по яких проведено оцінку електричної міцності ізоляції.

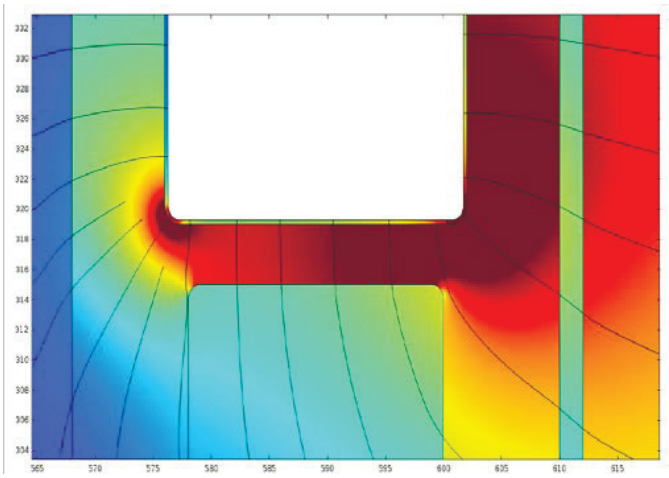


Рис. 13.10

13.4 Двовимірні скінченноелементні моделі установок введення

Розрахунок електричної міцності установки високовольтного введення проведено для АТ з класом вищої напруги 500 кВ. Через тривимірність розглядаються плоскі задачі у вертикальному перерізі обмотки і установки введення (вісесиметрична модель) і в горизонтальній площині (плоскопаралельна модель). Параметри електричного поля (напруженості і траєкторії силових ліній) розраховано за допомогою ПЗ COMSOL. Побудову сітки проведено в автоматичному режимі по усій розрахунковій області, а потім за допомогою стандартного інструменту "поліпшення" сітки, проведено додаткове дрібніше розбиття в зонах, що є найбільш цікавими.

У перерізі по вертикальній площині (рис. 13.11) модель містить фрагмент 33-х котушок від середини обмотки, ізоляцію введення, захисний кожух і три картонні бар'єри, розташовані між обмоткою і кожухом. Задача є вісесиметричною відносно осі обмотки з розгорнутим контуром введення. Частину геометрії розрахункової моделі (контури котушок, бар'єри, масло) побудовано безпосередньо в COMSOL. Геометрію введення і кожуха, що має складну границю, утворену сполученнями дуг з різними радіусами, побудовано в Pro/ENGINEER, а потім імпортовано в COMSOL. Імпорт плоскої геометрії здійснюється шляхом побудови об'ємної моделі, креслення моделі і експорту креслення в dxf-формат. На поверхні (лініях)

котушок задаються потенціали, визначені з програми **VLN**. Розглянуто випадок дії повного грозового імпульсу (ПГІ).

Розподіл напруженості електричного поля і силових ліній в зоні між котушками обмотки і установкою введення показано на рис. 13.11. Цифрами 1 - 3 виділено силові лінії, по яких проведено оцінку міцності.

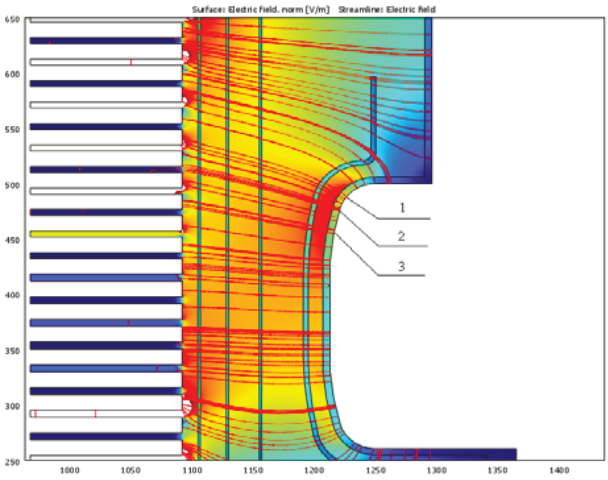


Рис. 13.11

У горизонтальній площині модель містить плоску верхню границю, поверхні обмотки, три бар'єри ізоляції обмотки, кругові моделі ізоляції і захисного кожуха введення − рис. 13.12.

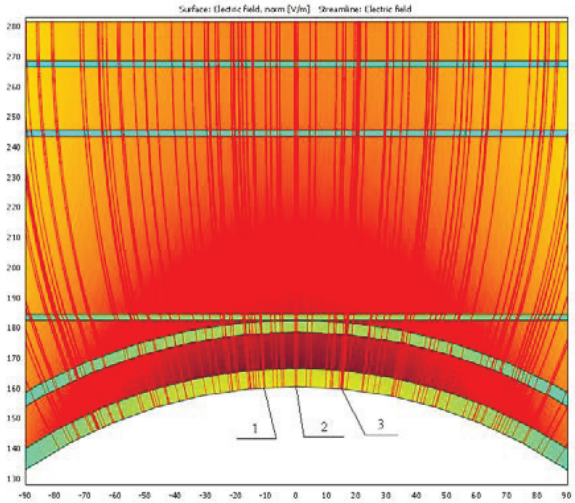


Рис. 13.12

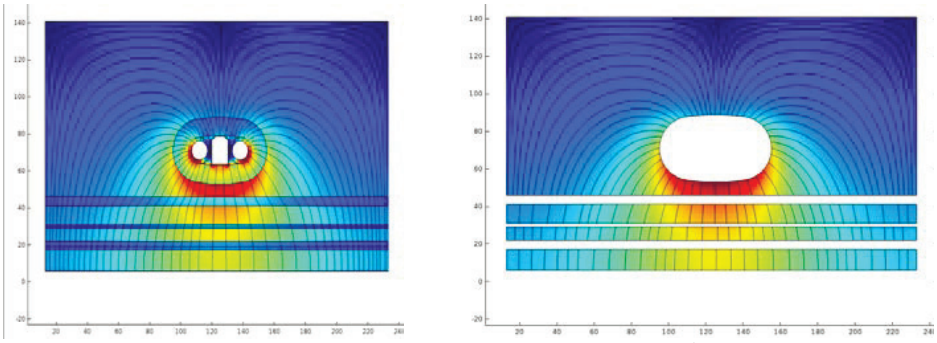
На поверхні обмотки задано потенціал котушки з розрахунку вертикальної моделі, до якої прагне силова лінія з найбільш напруженої точки на екрані введення. Розрахункову модель, розподіл напруженості і силових ліній електричного поля показано на рис. 13.12.

У розглянутих моделях в областях для оцінки електричної міцності аналізуються значення поля уздовж силових ліній, що виходять з введення і які розташовані в першому (від кожуха до циліндра обмотки) і в другому (між двома циліндрами обмотки) каналах. Електрична міцність оцінюється по гіршому варіанту.

13.5 Двовимірні скінченноелементні моделі відведень

Відведення силових трансформаторів і реакторів мають складну просторову конфігурацію, отже, потрібний розрахунок тривимірного електричного поля. У практиці завдання спрощують виділенням характерних ділянок "відведення-стінка бака", "відведення-поверхня обмотки", "відведення-торець обмотки", "відведення-відведення". У більшості конструкцій міцність відведень оцінюється із застосуванням емпіричних залежностей, отриманих на експериментальних моделях "відведення-площина", "відведення-гостра кромка". Застосовано гіпотезу, що електричну міцність визначає напружений об'єм масла між поверхнею ізоляції відведення і еквіградієнтною поверхнею, напруженість якої дорівнює 90 або 80 % від максимальної напруженості в масляному проміжку. Емпіричні залежності нормовано з урахуванням товщини ізоляції на відведенні, діаметра відведення, ширини масляного проміжку і довжини відведення. Для розрахункової оцінки ненормованих конструкцій застосовується, зокрема, спеціалізована програма LEADS, що використовує метод скінченних елементів для плоскопаралельних моделей [17].

На рис. 13.13а показано приклад розробленої із застосуванням ПЗ COMSOL розрахункової моделі, розподіл напруженості і силові лінії проміжку «відведення РО-обмотка ВН» трансформатора 60 МВА.



а) б)

Рис. 13.13

Відведення виконано розділеними прокладками двома багатожильними проводами з власною та із спільною ізоляціями. Нижня границя моделі відповідає поверхні обмотки. Між відведенням і обмоткою розташовані картонні бар'єри.

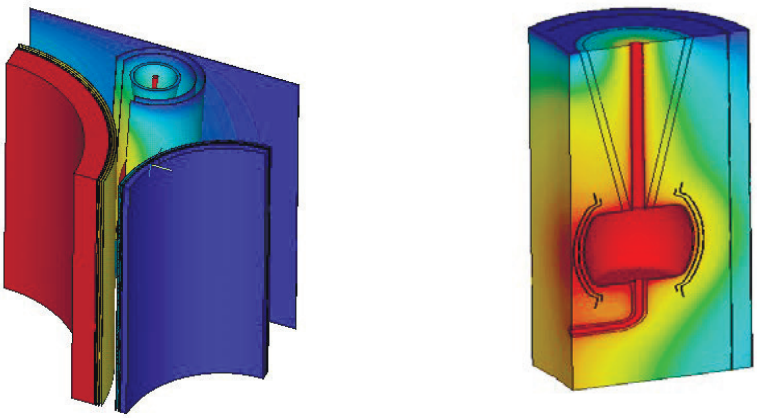
Для оцінки електричної міцності використовується значення найбільш напруженого 80% - об’єму, який визначається від поверхні загальної ізоляції відведення – рис. 13.13б.

13.6 Розрахунок електричного поля в тривимірних чисельних моделях відведень

Розглянемо тривимірну розрахункову модель відведення однофазного АТ з вищою напругою 765 кВ.

У розрахункову модель включено площини внутрішніх поверхонь кришки і стінки бака, поверхні (без ізоляції) зовнішніх обмоток основного і бічного стрижня, картонні бар'єри навколо обмоток, картонний бар'єр біля стінки бака, провідний екран введення, паперову ізоляцію на екрані, картонні циліндри навколо екрану введення, фарфоровий ізолятор введення, відведення від обмотки з паперовою ізоляцією. Модель обмежено поверхнями вертикальних перерізів обмоток і внутрішньою границею стінки бака. Увесь вільний від деталей конструкції об'єм заповнено трансформаторним маслом. По висоті масло обмежено розташуванням дна і кришки бака. На поверхнях вертикальних розтинів моделі задано умови симетрії. Визначено відносну проникність масла, паперової ізоляції екрану, фарфорового ізолятора та картонних циліндрів.

Загальний вигляд геометрії розрахункової моделі без масла, а також розподіл потенціалу показано на рис. 13.14а, на рис. 13.14б – перерізу установки введення.



а) б)

Рис. 13.14

На поверхні екрану, труби введення, відведення і обмотки основного стрижня задано 100 % потенціал, а на поверхні бака і на поверхні обмотки бічного стрижня – 0%. Розподіл напруженості в перерізі введення показано на рис. 13.15. Можна відмітити, що найбільш напруженими є поверхня паперової ізоляції на згині відведення і на нижній кромці екрану.

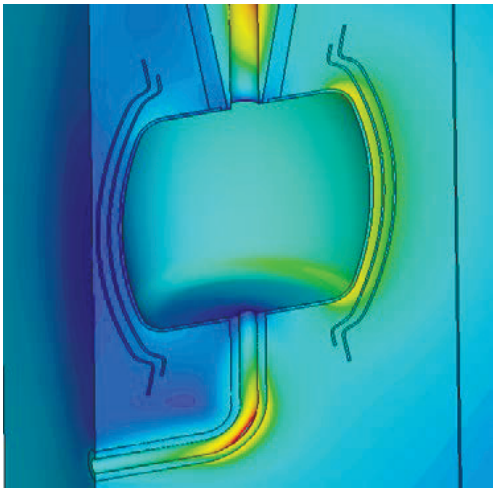


Рис. 13.15

З метою оцінки міцності ізоляції у вказаних місцях із застосуванням спеціально розроблених розрахункових макросів в ПЗ ANSYS визначено об'єми 80 % напруженості.

На рис. 13.16 показано напружений об’єм на "коліні" відведення до обмотки.

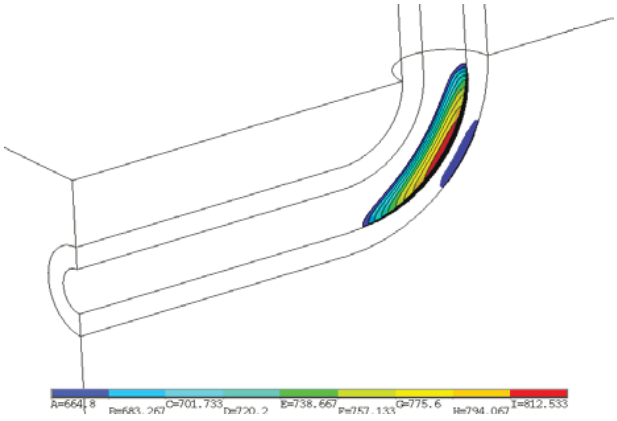


Рис. 13.16

Розташування напруженого об'єму на екрані показано на рис.13.17.

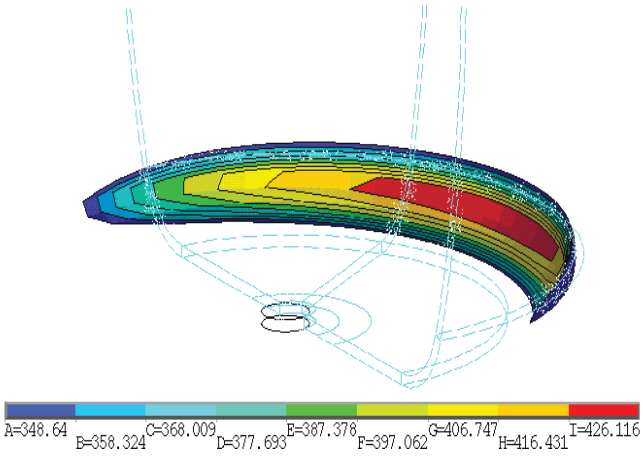


Рис. 13.17

Отримані значення напружених об'ємів можуть бути використані для оцінки електричної міцності ізоляції відведення. При цьому, слід уточнити традиційні значення допустимої напруженості, які встановлено дослідженнями двовимірних моделей.

Представляє також інтерес застосувати метод оцінки міцності ізоляції відведення «по силовій лінії». Для вказаної мети розроблена засобами внутрішньої мови ANSYS відповідна процедура, яка поширюється на задачі двовимірного і тривимірного аналізу.

Для візуальної побудови силової лінії використовується вбудована функція шляху, що проводиться через вибрані вузли сітки. Першим вузлом фіксується так званий початковий вузол з найбільшою напруженістю на поверхні (3D) або лінії (2D). Цей вузол визначається перебором по усіх вузлах на вибраному об'єкті. Потім вибираються елементи сітки, що суміжні з початковим вузлом і належать середовищу поширення лінії (масло або повітря). Серед вузлів суміжних елементів знаходиться вторинний вузол з напруженістю, меншою, ніж в початковому вузлі. Знайдений вузол визначається як новий початковий.

Таким чином, здійснюється визначення координат траєкторії руху по вузлах тріангуляції розрахункової області, що визначаються як опорні точки силової лінії електричного поля. Для побудови загальної картини розподілу силових ліній задається деякий крок по значеннях початкових напруженостей і робиться побудова траєкторій руху з точки із заданою початковою напруженістю. На рис. 13.18 показано візуалізацію траєкторії силової лінії від точки ізоляції коліна відведення з максимальною напруженістю в тривимірному просторі розрахункової моделі обмоток, бака і відведення по рис. 13.14.

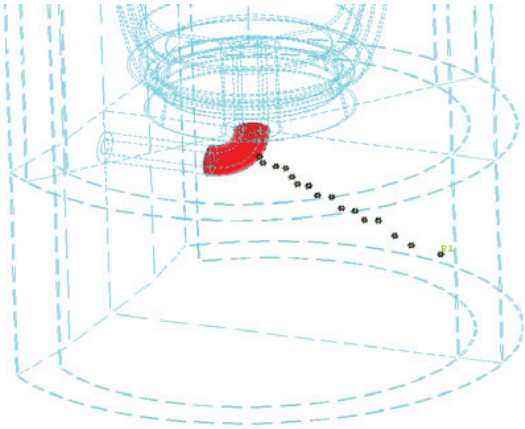


Рис. 13.18

У подальшому, відповідні розрахункові макроси забезпечують визначення параметрів (довжину силової лінії, середню напруженість по її довжині), що може бути використано для оцінки електричної міцності ізоляції відведення.

Література до розділу 13

1. Архангельский А.Я. Delphi 2006. Справочное пособие: Язык Delphi, классы, функции Win32 и .NET. М.: Бином-Пресс, 2006. 1152 с.
2. Бахвалов Ю.А., Бунин А.Г., Конторович Л.Н. Расчет импульсных воздействий на главную и продольную изоляции обмоток трансформатора по многоэлементным схемам замещения. Известия вузов. Электромеханика. 1973. №12. С. 1302-1312.
3. Богданова О.В., Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Опис моделей для розрахунку електричного поля трансформаторів із застосуванням уніфікованих елементів, відносних і символьних координат. Технічна електродинаміка. 2008. № 3. С. 50-55.
4. Белецкий З.М., Бунин А.Г., Горбунцов А.Ф., Конторович Л.Н. Расчет импульсных воздействий в обмотках трансформаторов с применением ЭВМ. Серия ТС-3. Трансформаторы. М.: Информэлектро, 1978. 80 с.
5. Гооге Б.В., Иванов С.А. Программа расчета электрических полей в зоне середины высоты межобмоточных промежутков силовых трансформаторов. Электротехн. пром-ть. Сер. Аппараты высок. напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1983. Вып. 6 (140) . С. 11.

6. Данишина А.А., Морозова Т.И., Савченко А.И. Оптимизация конструкции концевой изоляции обмоток высоковольтных трансформаторов. Электричество. 1992. № 1. С. 49-53.
7. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
8. Колечицкий Е.С., Ратьковский А.Г., Филиппов А.А., Шульгин В.Н. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1983. 168 с.
9. Конторович Л.Н., Иванков В.Ф., Басова А.В. Программно–методическое обеспечение для конструирования шунтирующих реакторов 500–750 кВ производства ОАО «ЗТР» [Электрон. ресурс]. Международная ассоциация «ТРАВЭК» : материалы VII Международной конференции «Силовые трансформаторы и системы диагностики» 22–23 июня 2010 г. М.: МЭЗ. 2010. 1 CD.
10. Лоханин А.К. Расчет перенапряжений в катушечных обмотках трансформаторов. Электричество. 1967. № 4. С. 29-34.
11. Морозова Т.И. Электрическая прочность внутренней изоляции трансформаторов при длительном воздействии рабочего напряжения. Электротехника. 1976. № 4. С. 39-43.
12. Морозова Т.И. Электрическая прочность концевой изоляции обмоток высоковольтных трансформаторов. Труды ВЭИ. М.: ВЭИ, 1969. Вып. 79. С. 33-50.
13. Морозова Т.И. Электрические характеристики изоляции мощных высоковольтных трансформаторов при воздействии коммутационных перенапряжений. Электричество. 1968. № 1. С. 22-25.
14. Панов А.В., Морозова Т.И. Электрические характеристики и методика расчета главной изоляции мощных высоковольтных трансформаторов. Труды ВЭИ. М.: ВЭИ, 1969. Вып. 79. С. 13-32.
15. Программное обеспечение проектирования трансформаторов и реакторов / Ю.И. Паук, В.А. Дорогокупля, В.А. Желонин, С.В. Кравченко, В.И. Лазарев, М.В. Остренко, А.Л. Тарчуткин, В.М. Чорноготский. ЭЛЕКТРО. 2009. № 4. С. 26-35.
16. Силовые трансформаторы. Справочная книга / под ред. С.Д. Лизунова, А.К. Лоханина. М.: Энергоиздат, 2005. 614 с.
17. Силовые трансформаторы: электрическая прочность внутренней изоляции / под ред. В.С. Ларина. М.: Знак, 2015. 390 с.
18. Щупаков А.С., Матвеев Д.А. Совершенствование методики расчёта импульсных перенапряжений в обмотках силовых трансформаторов путём учёта их частотных характеристик. ЭЛЕКТРО. 2010. № 1. С. 27-32.
19. Infolytica software : site.

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Механічні дії на елементи трансформаторного устаткування прийнято розділяти на технологічні, транспортні та експлуатаційні [33, 42]. До технологічних відносяться такі дії, як надмірний і залишковий тиск при вакуумі в режимі випробувань бака трансформатора, що є герметичною місткістю; сили технологічного пресування обмоток; інерційні навантаження при підйомі трансформаторного устаткування і його вузлів; крутильні моменти, прикладені до дискових затворів, сили затягування болтів фланцевих з'єднань і затягування систем бандажування магнітної системи (МС) і таке інше. Транспортними є дії, що виникають при доставці устаткування до місця установки залізничним, морським або автомобільним транспортом. Експлуатаційні дії включають: гідростатичний тиск масла в баку; навантаження на елементи активної частини в режимі КЗ і включення трансформатора; вібраційні навантаження, генеровані трансформатором або реактором. Останні з вказаних проявляються у вигляді вібраційних коливань поверхонь бака, а також у вигляді шуму. До експлуатаційних механічних дій відносять також зовнішні вібраційні і сейсмічні дії.

Силова механічна система трансформатора є взаємозв'язком бака, опорних елементів між баком і активною частиною МС з пакетів шихтованої електротехнічної сталі (ЕТС), вузлів кріплення (хомутів, бандажів із скляної стрічки або сталевих смуг), підйомних пластин, зачепів, ярмових балок, обмоток і вузлів пресування. Приклад механічної системи трифазного трансформатора показано на рис. 14.1. Модель побудовано із застосуванням системи тривимірного моделювання Pro/ENGINEER.

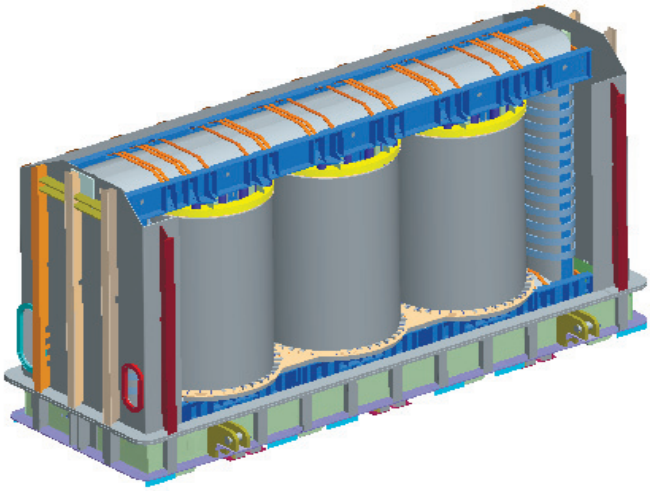


Рис. 14.1

У силовій механічній системі реакторів із проміжками в стрижнях включають розташовані усередині стрижнів стяжні шпильки та системи тарілчастих пружин для осьового стягування стрижнів. Відомі конструкції

трансформаторів і реакторів із застосуванням стяжних шпильок поза стрижнями МС.

Прямий розрахунок повної моделі силової системи трансформаторного устаткування ускладнений через наявність багатьох елементів та необхідності завдання дій та умов розрахунку. Тому з повних силових систем виділяються окремі частини або групові конструкційні вузли та формують окремі завдання по видах дій і методах моделювання.

Одним з найважливіших є розрахунок електродинамічної стійкості трансформаторного устаткування. Теоретичні і експериментальні дослідження електродинамічної стійкості, методи розрахунку та питання випробувань фізичних моделей і натурних зразків трансформаторів представлені в роботах [17, 25, 26, 40, 41, 42, 46, 53, 54].

У галузі, в якості ПМК для розрахунку електромагнітних сил, міцності та стійкості обмоток трансформаторів і реакторів широко використовується методика під умовним позначенням EST [40].

Відповідно цій методиці розрахункова програма у складі РПС САПР ТЕР має умовне позначення **RST** [13]. Практично основні розрахункові модулі програми є модулями базової програми РЭСТ [38]. Програми РЭСТ (**RST**) забезпечують розрахунок стійкості круглих концентричних котушкових, гвинтових і багатошарових циліндричних обмоток, виконаних з мідного або алюмінієвого проводів прямокутного перерізу, силових трансформаторів загального призначення.

Для визначення магнітного поля розсіювання трансформатора в котушках обмоток обидві програми використовують відкриту плоскопаралельну модель магнітного поля системи шин (частин обмоток) М-ВПП з врахуванням стрижня МС методом дзеркального відображення. Програма **RST** додатково зв'язана з роботою програм розрахунку магнітного поля з використанням замкнутої циліндричної моделі М-ЗЦ, плоскопаралельної М-ДФПП та вісесиметричної М-ДФЦ моделей з дискретними феромагнетиками, що забезпечує її використання для розрахунку трансформаторів з насиченням МС і реакторів з проміжками в стрижнях МС, та з електромагнітними екранами.

Зазначені вище програми розраховують основні і додаткові втрати від вихрових струмів в провідниках котушок на основі визначеного розподілу складових індукції магнітного поля в обмотках.

Крім того, програми забезпечують за методиками [40] розрахунок осьових стискувальних сил і напруг, напруг осьового вигину, радіальних середніх і критичних напруг, напруг стискування (розтягування) від радіальних сил, сумарних напруг, абсолютних і відносних радіальних деформацій провідників. З допомогою цих програм можна перевіряти осьову і радіальну стійкість, радіальну міцність, розраховувати необхідну силу пресування і зусилля, що діють на опорні конструкції та розподіл сил пресування між концентрами, які пресуються спільним кільцем. Програма **RST**

також визначає інтегральні значення складових магнітної індукції, необхідні для оцінки циркуляційних струмів і втрат від них.

Як відомо [40], у вказаних програмах розрахунок осьових сил ґрунтується на представленні концентра у вигляді пружного стрижня, що знаходиться під дією розподілених по висоті статичних електромагнітних сил з урахуванням пружних деформацій ізоляції концентра і його кінцевої ізоляції. Механічні властивості паперу і картону характеризуються постійними коефіцієнтами пружності.

При розрахунку осьових сил і сил пресування, котушки представляються ідеальними циліндричними тілами. Зусилля, що діють на котушки, вважаються однаковими в усіх осьових перерізах, тобто на усіх азимутах. Електромагнітні зусилля діють статично. Визначення необхідної сили пресування робиться виходячи з того, що обмотка знаходиться в запресованому стані: при дії електромагнітних зусиль в обмотці виникають області з тиском, які більші чи менші тиску пресування, але ні в одному з перерізів тиск не стає негативним.

При розрахунку радіальної стійкості середня і критична напруга розраховується в усіх котушках концентрів за умови, що передача зусиль від концентра до сусіднього концентра відсутня (є проміжок між ними). Може враховуватися передача зусиль між шарами концентра, розділеними осьовими каналами і між концентром і стрижнем МС. Котушки без радіальних опор розраховуються на радіальну міцність з урахуванням нелінійних характеристик провідникового та ізоляційного матеріалів шляхом чисельного розв’язку системи рівнянь методом скінчених різниць.

При розрахунковому проектуванні силових трансформаторів одним з визначальних є розрахунок їх електродинамічної стійкості при дії осьових сил КЗ, що особливо актуально в умовах сучасних стислих термінів розробки устаткування без проведення випробувань натурних зразків, прототипів і фізичних моделей.

За результатом указаного розрахунку оцінюють стійкість конструкції до наступних видів ушкоджень трансформаторів осьовими силами: деформація опорних конструкцій обмоток; руйнування кінцевої ізоляції і торцевих котушок; осьові зміщення - сповзання витків і значні осьові переміщення котушок, що супроводжується ушкодженням відведень і виткової ізоляції; втрата осьової стійкості - полягання проводів з ушкодженням виткової ізоляції; руйнування паперової ізоляції проводів внаслідок багатократної дії великої напруги стискування; вигин проводів в прольотах між прокладками, небезпечних зменшень ізоляційних відстаней; накопичення залишкових деформацій в ізоляції обмоток і в опорних частинах конструкції, що призводить до зменшення сил пресування обмоток.

Для вказаного розрахунку використовується програма **RDO** [13], яка зв'язана з роботою програми **RST**.

У цьому розділі представлено методику моделювання системи обмоток при дії осьових сил КЗ, яку покладено в основу програми **RDO**. Розглянуто також застосування систем скінченноелементного аналізу, зокрема, програм Pro/MECHANICA, ПЗ ANSYS для розрахунків міцності обмоток та деталей активної частини і бака.

Представлено певні аспекти моделювання вібрації МС під дією сил магнітострикції, що є основою для аналізу шуму та вібрацій баків. Приведено інженерний емпірико-аналітичний метод розрахунку шуму. Представлено опис методів розрахунково-експериментальної оцінки сейсмо- і вібростійкості устаткування.

14.1. Моделювання динаміки системи обмоток трансформатора при дії осьових сил короткого замикання

Сили КЗ досить складно розподілені в об'ємі обмоток і є результатом двох взаємозв'язаних перехідних процесів - електромагнітного і механічного. Для спрощення аналізу сил їх прийнято розкладати на осьові, радіальні і тангенційні. Розрізняються і методи, і етапи їх розрахунку.

Перший етап розрахунку осьових сил полягає у визначенні електромагнітних сил в кожній котушці в результаті взаємодії струму КЗ і радіальної складової індукції магнітного поля. Другий етап полягає у визначенні результуючих сил, що включають електромагнітні сили, сили інерції, тертя і сили пресування, а також переміщень частин обмоток під дією результуючих сил.

Методики аналізу динаміки обмоток при осьових силах КЗ ґрунтуються на теоретичних і експериментальних дослідженнях, на досвіді проведення розрахунків динамічних процесів в обмотках при розробці і випробуваннях трансформаторів масових серій, ряду потужних трансформаторів і фізичних моделей обмоток [4, 7, 8, 16, 21 – 26, 28, 38, 44, 45, 48, 51, 52]. В основному, у вказаних роботах розглядаються процеси на моделі однієї обмотки.

В цьому розділі представлено особливості методики [10] і відповідне програмне забезпечення **RDO** [13] для розрахунку системи обмоток на дію осьових сил КЗ.

Розрахунок електромагнітних сил. Осьові електромагнітні сили визначаються радіальною складовою індукції магнітного поля в обмотках, на розподілі якої позначається положення обмоток у вікні МС, осьовий розподіл сил намагнічування в обмотках, магнітні поля обмоток сусідніх стрижнів [16, 28], вплив бака, металевих опорних частин конструкції. З достатньою для інженерних розрахунків точністю магнітна індукція в області обмоток може бути визначена з використанням двовимірних моделей (див. розділ 2). При цьому передбачається, що зусилля по периметру обмоток знаходяться по локальних значеннях поля, яке визначається шляхом

зміни умов двовимірних моделей у відповідних перерізах стрижня. Достовірнішу інформацію про розподіл магнітного поля із застосуванням тривимірних моделей трансформатора можна отримати із використанням програм скінченноелементного аналізу (див. розділ 4). Чисельний розрахунок електричних струмів, магнітного поля і електродинамічних сил в силовому трансформаторі в аварійних режимах з використанням ПЗ Matlab/Simulink і COMSOL представлено в [29].

Методи розрахунку осьових зусиль. Вживані нині методи розрахунку осьових сил в обмотці трансформатора розділяються на дві основні групи: статичні і динамічні.

Статичний метод [21, 23] використовує представлення обмоток як статично невизначені системи. Передбачається, що електромагнітні сили прикладені до обмотки постійно, обмотка нерухома і не здійснює ніяких коливань. Сили інерції, тертя, а також деформація (податливість) опор не враховуються. Зв'язком між окремими обмотками через загальну систему пресування нехтують. Результуючі навантаження на обмотку і її опори знаходяться як сума електромагнітних сил. Цей метод широко використовується при наближеному визначенні сил на опорні конструкції, максимальних тисків в прокладках, при виборі тиску і сил пресування (ПМК **RST**). У випадках наближення власних частот коливань обмоток до частот електромагнітних сил, статичний аналіз може приводити до значних похибок розрахунку осьових сил. На необхідність уточненого розрахунку розподілу сил пресування для обмоток, які розташовані під загальним пресувальним кільцем, вказано в [7, 24]. Порівняння результатів розрахунку осьових сил з вимірами [8] показує, що нехтування реальною жорсткістю опор і спільним коливанням обмоток під загальним пресувальним кільцем може привести до значних похибок.

Більш досконалим є так званий динамічний метод розрахунку осьових сил, який запропоновано в [11] і розвинуто в роботах [4, 7, 22, 28, 44, 45, 48, 51, 52]. Котушки обмоток, внутрішня і кінцева ізоляція та пресувальні кільця представляються як елементи пружної коливальної системи. Враховуються сили інерції та тертя. У розрахунковій моделі [48] розглядається спрощена (шарнірна) механічна силова система трансформатора у складі обмоток, пресувальних ярмових балок, стяжних пластин, системи розпірок активної частини в баку і самого бака трансформатора.

Модель системи обмоток, пресованих спільним кільцем, у тому числі з використанням пружинних гідродомкратів для трансформатора з різко змінними навантаженнями розглянуто в роботі [26]. У ній представлено також результати розрахункових та експериментальних досліджень розподілу струмів, індукції магнітного поля в обмотках та осьових зусиль КЗ натурних зразків трансформаторів та їх фізичних моделей.

Основні припущення. В методиці [10] використовуються наступні припущення. Переміщення котушок при КЗ не впливає на картину магнітного поля і електромагнітні сили, що діють в обмотках; обмотки і елементи пресувальної системи конструкції здійснюють тільки осьові коливання; жорсткість кінцевих опор постійна; під дією осьових сил стискування деформуються тільки ізоляційні матеріали; відношення модулів пружності паперу ізоляції провідників, клеєного електрокартону елементів кінцевої ізоляції до модуля пружності електрокартону прокладок між котушками обмоток незмінне в усьому діапазоні виникаючих тисків; сили зовнішнього тертя (тертя обмоток об рейки, гідродинамічний опір масла) пропорційні швидкості переміщення елементів обмоток; механічна характеристика ізоляції обмоток нелінійна і задається на основі експериментальних даних; при деформаціях осьового розтягування в обмотках можуть виникати проміжки.

Розрахункова модель. Розглядається система обмоток, зв'язаних між собою спільним елементом (рис. 14.2), що не деформується.

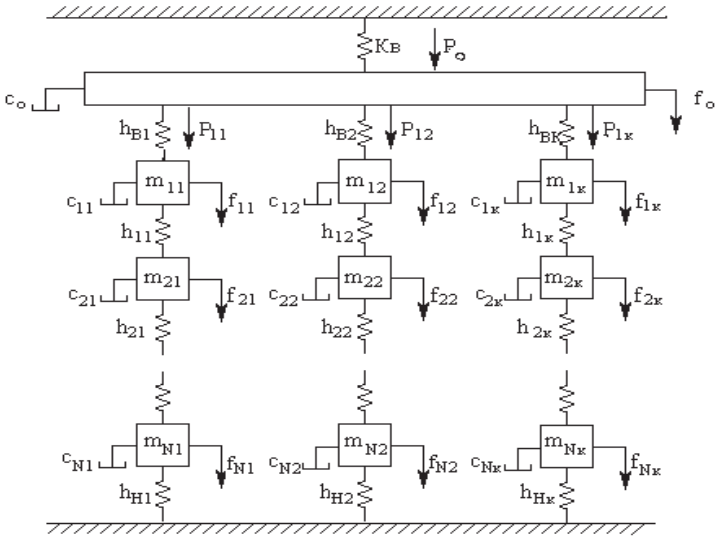


Рис. 14.2

Під системою з певними наближеннями можуть розглядатися: обмотки окремого стрижня під загальним пресувальним кільцем; обмотки окремого стрижня, зв'язані механічною опорою у вигляді ярмової балки; обмотки різних стрижнів, що пресуються загальною ярмовою балкою; сектори однієї або декількох обмоток, що знаходяться в різних по амплітуді і по фазі зонах електромагнітних сил.

Обмотки із загальним пресувальним елементом представляються у вигляді розрахункової механічної схеми, що моделює осьовий рух системи

елементів зосередженої маси m_{ik}. Елементи відповідають масам груп котушок по висоті обмотки, $k = 1,...,K$, де K - загальне число обмоток. Між собою обмотки впливають через верхній спільний елемент масою m_0, а внизу спираються на загальну опору з кінцевою жорсткістю K_H. Пружні властивості верхньої опорної конструкції враховуються пружиною без маси з постійною жорсткістю K_B. Між собою зосереджені елементи зв'язані нелінійними пружинами, які не мають жорсткого зв'язку з елементами і при усіх деформаціях розтягування в місці контакту виникає проміжок. До кожного елементу прикладено електромагнітну силу, що змінюється в часі $f_{ik}(t)$. До початку перехідного процесу система вертикальних груп затиснута спільним елементом початковим зусиллям $\overline{P}$. Прийнято, що позитивне переміщення u елементів спрямовано зверху вниз по осьовій координаті моделі. Відсутність пружного зв'язку між спільним пресувальним елементом і опорною конструкцією враховується умовою, що сила на верхню опору $P_B = 0$, якщо $P_B = \overline{P} - P_0 \le 0$.

Сила на загальний елемент визначається жорсткістю верхньої пружини і величиною його переміщення $P_0 = K_B u_0$. На кожен елемент діють сили демпфування з коефіцієнтами c_{ik}, що визначаються тертям прокладок обмоток об опорні рейки і циліндри, а також гідродинамічним опором масла [48]. У пружинах між елементами виникають сили стискування $P_{ik}(t)$.

Система рівнянь. Рух елементів розрахункової схеми описується наступною системою рівнянь:

$$\begin{aligned}
&\ddot{u}_0 = m_0^{-1}(\overline{P} - P_0 - \sum_{k=1}^{K} P_{1k} + f_0) - c_0\dot{u} + g,\\
&\dots\\
&\ddot{u}_{1k} = m_{1k}^{-1}(\overline{P}_k - P_{1k} + f_{1k}) - c_{1k}\dot{u}_{1k} + g,\\
&\dots\\
&\ddot{u}_{ik} = m_{ik}^{-1}(\overline{P}_{i-1,k} - P_{ik} + f_{ik}) - c_{ik}\dot{u}_{ik} + g,
\end{aligned} \qquad (14.1)$$

де, додатково до раніше введених позначень, g − прискорення сили тяжіння, $\dot{u}, \ddot{u}$ − швидкість і прискорення руху елементів. Перше рівняння описує рух загального елементу, другий, − перших елементів K груп, інші − внутрішніх елементів. Їх число визначається числом груп K і числом елементів N_k у кожній групі k.

Електромагнітні сили. На спільний елемент і на внутрішні елементи діють сили $f_0(t) = F_0 T(t)$, $f_{ik} = F_{ik} T(t)$, які мають амплітуди F_0, F_{ik}, а в часі змінюються за деяким законом $T(t)$. Стандартний опис функції КЗ

має вигляд $T(t) = (\sin \omega t - e^{-\alpha t})^2$, де $\omega = 2\pi f$ - кругова частота струму, α - коефіцієнт загасання аперіодичної складової струму. Сила, що діє на окрему котушку з числом витків w, середнім діаметром D, визначається $F = \sqrt{2}\, I w \overline{B} K_I^2 \pi D$, де діюче значення струму I та амплітудне значення середньої по перерізу котушки радіальної складової індукції магнітного поля $\overline{B}$ відповідають номінальному режиму, K_I - кратність струму КЗ.

Параметри внутрішніх пружин між елементами визначаються приведеною висотою ізоляції $\overline{h}_i = 0.5(h_{i-1} + h_i) + \beta_{КБ} h_{Бі}$, де h_{i-1}, h_i − висоти картону (каналів) над і під i - котушкою, $h_{Бі}$ − висота паперової ізоляції, $\beta_{КБ}$ − коефіцієнт приведення паперу до картону. Сумарна по периметру котушки площа прокладок визначає площу опори S_k, можливе її визначення з урахуванням скруглення елементарних провідників наведено в [27].

В'язкопружні властивості електрокартону представляються нелінійною залежністю напруги від деформації [11]

$$\sigma(\varepsilon) = E_0(\varepsilon)(\varepsilon + \varphi \frac{d\varepsilon}{dt}),\ E_0(\varepsilon) = \varepsilon \sigma_0(\varepsilon), \qquad (14.2)$$

де $E_0(\varepsilon)$ − змінний модуль пружності електрокартону, φ − коефіцієнт внутрішнього тертя, а при $\varepsilon < 0,\ \sigma_0 = 0$.

Математична модель ізоляції трансформатора, представлена у вигляді в'язкопружного тіла та вимагає подальших досліджень, наприклад, наслідуючи роботи [51, 52].

У системі рівнянь руху елементів невідомі як основні параметри руху $u, \dot{u}, \ddot{u}$, так і усі сили між пружними елементами. Використовуючи вказану залежність напруги від деформації, сили визначають як функцію відносних деформацій ізоляції

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta u / h,\ \dot{\varepsilon} = \Delta \dot{u} / h:\ \ P_{ik} = S_k \sigma_0(\varepsilon_{ik})(1 + \varphi \dot{\varepsilon}_{ik} / \varepsilon_{ik}). \qquad (14.3)$$

Початкові сили пресування обмоток. Початкове значення відносної деформації $\varepsilon_0(\sigma_0)$, що обумовлено дією сил пресування і ваги обмоток, визначається за величиною початкової напруги $\sigma_{0,ik} = (\overline{P}_k - G_{i-1,k}) / S_k$, де $G_{i-1,k}$ - сила тяжіння елементів, розташованих вище i-елементу. Прийнято, що приблизно маса пресувального елементу, що припадає на k - обмотку, пропорційна її середньому діаметру.

Методику визначення розподілу сили пресування для обмоток із загальним кільцем, і які мають проміжки між кільцем і обмоткою, розглянуто в [24] із застосуванням графоаналітичного методу. У програмі **RDO** роз-

поділ сил пресування визначається таким чином. Знаходяться сумарні висоти ізоляції в обмотках $H_{I,k}$. Із заданих висот h_k обмоток в не запресованому стані, у тому числі з урахуванням величини початкових проміжків, знаходиться найбільша висота $h_{\max}$. Потім приймається, що загальний елемент переміщається з деяким досить малим кроком Δh, стискуючи систему обмоток. На кроці n величина відносних деформацій кожної з обмоток $\varepsilon_k^n = (h_k - h_{\max} + nh)/H_{I,k}$, $n = 1,..,$ зумовить такі сили стискування в кожній з обмоток $\overline{P}_k^n = \sigma_k(\varepsilon_k^n)S_k$, що їх сума з певним допуском стане рівній загальній силі початкового пресування системи обмоток $\overline{P}$. При виконанні такої умови значення сил на кроці n приймаються, як розподілені зусилля пресування по обмотках $\overline{P}_k$.

Рівняння руху і їх інтегрування. Рух елементів системи обмоток під впливом збуджуючих сил $f(t)$ описується диференціальними рівняннями другого порядку (14.1), загальний вигляд яких такий:

$$\ddot{u}_{ik} = \psi_{ik}(t, u_{mn}, \dot{u}_{mn}),\ ik,\ mn = 0,1,...,N(k),...,N(K),\ \ k,n = 1,...,K\,. \quad (14.4)$$

Загальне число рівнянь $m = 1 + \sum N(k)$. Введенням нових змінних $z = \dot{u},\ \dot{z} = \ddot{u}$ система приводиться до подвоєної системи рівнянь першого порядку

$$\dot{z}_{ik} = \psi(t, u_{mn}, z_{mn}),\ n,k = 1,...,K\,, \quad (14.5)$$

$$\dot{u}_{ik} = z_{ik},\ ik = 0,1...,.N(k),...,N(K)\,. \quad (14.6)$$

Система інтегрується за початкових умов $t = 0$ і $u(t) = 0,\ z(t) = 0,\ \dot{z}(t) = 0$.

Сили стискування пружних елементів, що входять в праві частини рівнянь, знаходяться через початкові деформації, що залежні від розподілу сили початкового пресування по обмотках. Інтегрування системи, загальний вигляд якої $y = f(t, \dot{y})$, виконується явним однокроковим методом Рунге-Кутта-Мерсона [15]. Автоматичне регулювання кроку робиться на основі розрахунку похибки на кожному кроці інтегрування і порівняння її з допустимою.

Програмне забезпечення. Програма **RDO** призначена для аналізу динаміки електромеханічних процесів в системі пресованих загальним кільцем груп обмоток трансформаторів і електричних реакторів з врахуванням розподілених електромагнітних сил, сил інерції, сил тяжіння мас, пружно-в'язких властивостей ізоляції, характеристик податливості опор-

них конструкцій. Програма дозволяє оптимізувати конструкцію обмоток і систему пресування.

Програма може користуватися даними трьох видів. Перший - це коли задані параметри зон в обмотках. Другий вид даних – це коли задана інформація по котушках, а параметри зон в наступному обчислюються програмою. Третій вид даних – це коли параметри котушок вибираються з робочої бази даних програми розрахунку електродинамічної стійкості трансформаторів **RST**.

Перехід від реальної конструкції системи обмоток до її механічної розрахункової моделі включає розрахунки мас елементів моделі, механічних параметрів ізоляції в каналах між котушками, параметрів кінцевої ізоляції, жорсткості пресувальної системи, коефіцієнтів зовнішнього тертя та електромагнітних сил по амплітуді і за часовим законом.

Обмотка розділяється по висоті на декілька зон. В межах кожної зони виконуються наступні умови: в котушках протікає однаковий струм; канали між котушками однакові; усі значення радіальної складової магнітної індукції мають однаковий знак. Найбільші відхилення радіальної складової індукції магнітного поля від прямолінійної залежності, що з'єднує значення індукції на межах зон середньої за радіальним розміром котушки, не перевищують заданої абсолютної похибки. Межі зон проводяться по серединах відповідних каналів між котушками.

Розбиття на зони відбувається у декілька етапів. У зони об'єднуються сусідні котушки, що мають однаковий напрям електромагнітних сил і допустиму відносну різницю їх амплітуд. Межі зон проводяться між котушками, в яких відбувається зміна знаку електромагнітних сил. Потім виконується дроблення великих зон на дрібніші зони. Враховується задане значення мінімального числа зон в обмотці. В межах зони залишається таке число котушок, яке, будучи віднесене до середнього числа котушок в зонах, не перевищує заданого допуску. На останньому етапі перевіряється із також заданим допуском симетрія верхніх і нижніх зон.

В результаті для кожної обмотки визначається кількість котушок, що входять в зони, і значення їх сумарних електромагнітних сил. Визначаються еквівалентні параметри зон: маса, сумарна електромагнітна сила, висота приведеної ізоляції, верхня і нижня координати по центрах крайніх котушок. Висота ізоляції між розрахунковими елементами визначається як половина суми висот ізоляції суміжних зон. Висоти першого і останнього стовпів ізоляції кожної обмотки розраховуються як суми верхньої і нижньої кінцевих (ярмових) ізоляцій обмоток і половини висот прилеглих зон. Маса зони визначається, як сумарна маса котушок по масі дротів, ізоляційного паперу (емалі) і електрокартонних прокладок. Маса пресувального кільця визначається виходячи з його розмірів і питомої маси матеріалу.

Розрахунок початкового розподілу сил пресування по обмотках виконується за «статичною» характеристикою стискування електрокартону, а

перехідний процес розраховується по жорсткішій – «динамічній» характеристиці.

Конструктивно кінцева ізоляція обмоток може включати декілька видів ізоляційних матеріалів: кабельний папір ізоляції торцевих котушок і кілець ємностей; електрокартон прокладок крайніх каналів і прокладок між обмоткою і пресувальним кільцем; кругових ізоляційних шайб. Тому, розрахунок параметрів кінцевої ізоляції зводиться до розрахунку висоти еквівалентного по жорсткості стовпа електрокартону, що має таку ж площу поперечного перерізу, як і робоча площа прокладок усередині обмоток. Робиться поправка цієї висоти на співвідношення площі прокладок усередині обмотки і прокладок в кінцевій ізоляції.

У разі, коли розрахунковими елементами моделі є котушки, висота ізоляції першого елементу дорівнює приведеній висоті верхньої кінцевої ізоляції, а нижнього − приведеній висоті нижньої кінцевої ізоляції $h_0 = \overline{h}_B$, $h_N = \overline{h}_H$. Якщо крайні розрахункові елементи моделі заміщають зони з декількох котушок, то $h_0 = \overline{h}_B + 0.5\overline{h}_1$, $h_N = \overline{h}_H + 0.5\overline{h}_N$, де $\overline{h}_1$ і $\overline{h}_N$ − приведені висоти ізоляції верхньої і нижньої зони обмотки.

У розрахунковій моделі жорсткість пресувальної системи представлено коефіцієнтами K_B і K_H, відповідно для верхньої і нижньої частини моделі. При цьому використовується поняття відносної податливості пресувальної системи, як відношення жорсткості обмотки до жорсткості пресувальної системи $\gamma = K_{обм} / K$. Середнє значення жорсткості обмотки обчислюється по модулю пружності при початковому пресуванні обмотки, площі прокладок і приведеної висоти ізоляції $K_{обм} = E_0(\varepsilon_0)S / \overline{H}_I$.

Жорсткість обмоток обчислюється для оцінки набутого значення податливості опори. У наступному, значення податливості може бути уточнене додатково. У даних для обчислень за програмою є також параметри, які дозволяють моделювати пружинні та гідропружинні пресувальні системи [26].

Результати розрахунків представляються в текстово-табличній формі у вигляді машинограм, а також у вигляді графічної інформації.

Приклади досліджень. В якості прикладу розглянемо результати розрахунку трансформатора типу АОДТН-33333/230/138. Послідовна обмотка (РО) і регулювальна обмотка (RO) запресовані спільним кільцем. Параметри обмоток отримано з робочої бази програми **RST**. Результат розбиття обмоток на зони показано на рис. 14.3. У цьому прикладі таких зон в обмотках РО і RO – 22 шт. Програма у відповідному масштабі представляє висоти зон, значення усереднених в межі зон електромагнітних сил, різні напрями і амплітуди сил показані на ескізі моделі відповідним кольором і напрямом.

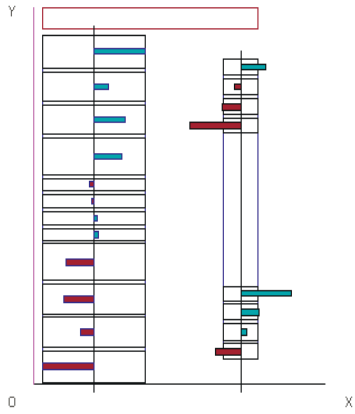


Рис. 14.3

Графіки сил, що діють на опорні конструкції показано на рис. 14.4. З використанням кольорових ліній можна простежити відносні значення сил, що діють на верхню опору P_w, на кільце P_K і на нижню опору P_n.

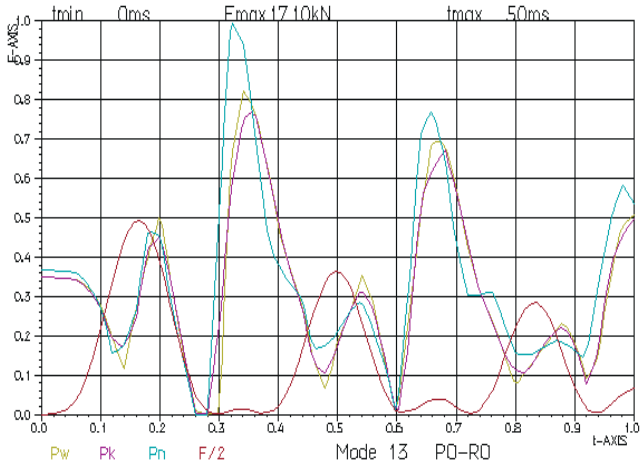


Рис. 14.4

Графік з позначенням F відповідає електромагнітній силі в одній з обмоток. Показано часовий період від $t_{\min}$ до $t_{\max}$. Аналізуючи серію таких періодів, можна зробити висновок про наявність або відсутність резонансних явищ.

За допомогою графіків, показаних на рис. 14.5-14.6 аналізуються величини осьових переміщень зон $y(t)$ і сил $P(t)$ між ними.

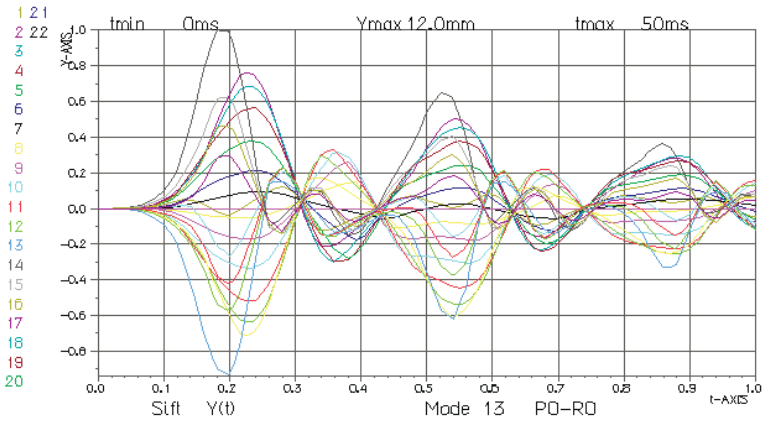


Рис. 14.5

Колір графіку відповідає номеру зони. За величиною осьових сил $P(t)$ визначається стійкість провідників на вилягання за методикою, що наведена в [40].

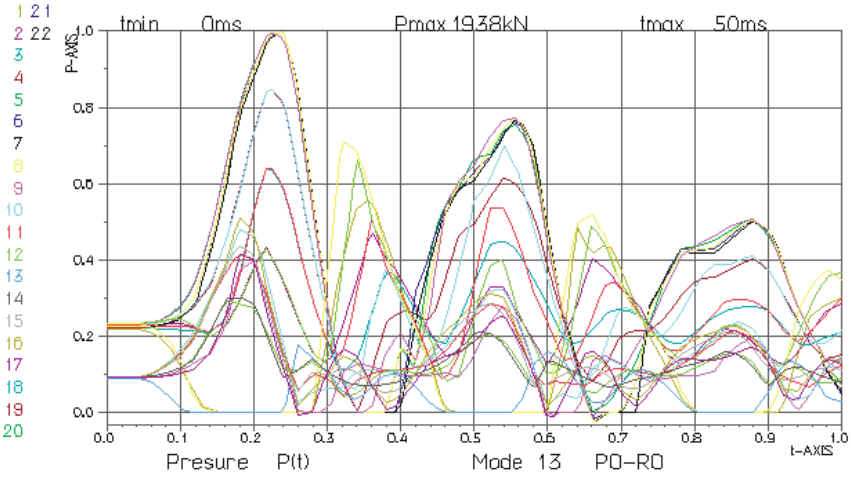


Рис. 14.6

Крім цього, результати розрахунку усіх вказаних залежностей представляються також в табличних формах.

Розрахунок оптимальних сил пресування системи обмоток виконується в наступній послідовності. Робиться статичний розрахунок за програмою **RST**. Визначається необхідна сила пресування обмоток P_0 з урахуванням рекомендацій по вибору необхідного коефіцієнта пресування. Вибирається режим, в якому розрахункові значення сил на опорні конс-

трукції, осьові переміщення частин обмоток і сили в обмотках мають найбільші значення.

Для такого режиму для кожної обмотки або групи обмоток під одним пресувальним кільцем виконуються розрахунки, задаючи ряд значень сили пресування в межах від 0.0 до 1.0 P_0. Фіксуються значення сили, що діє на верхню опору P_w, сумарної сили від обмоток на пресувальне кільце P_K, сили на нижню опору P_n та найбільші переміщення зон усередині обмотки (групи обмоток) $Y_{\max}$.

Будуються залежності вказаних величин від значення сили пресування. В якості прикладу на рис. 14.7 показано залежності сил та переміщень для обмоток РО і RO автотрансформатора АОДТН-33333/230/138. Робиться аналіз вказаних залежностей і визначається оптимальне значення сили пресування.

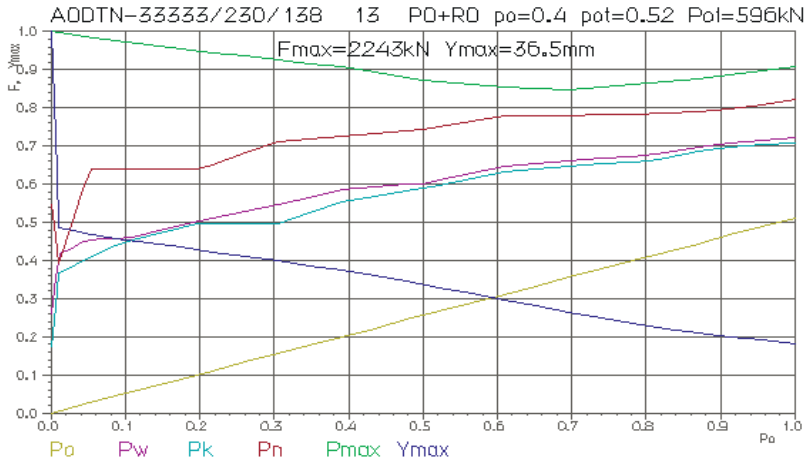


Рис. 14.7

Аналогічні дослідження проведено, для трансформатора ТДН-63000/154. Трансформатор пройшов успішні випробування на спеціалізованому стенді електродинамічних випробувань.

14.2. Чисельне моделювання міцності обмоток, деталей активної частини та баку

Моделювання обмоток. Розрахунки міцності, деформації і стійкості обмоток від стискувальних радіальних електромагнітних сил КЗ, міцності і деформації обмоток від розтягувальних радіальних сил, осьової стійкості проводів, осьових зусиль і коливання обмоток, сил пресування, як вказано вище, проводяться із застосуванням ПМК **RST**, **RDO**.

В той же час представляє інтерес чисельне моделювання електродинамічних процесів із застосуванням програмного забезпечення ANSYS.

На рис. 14.8, 14.9 показано результати розрахунку в ANSYS розподілу напруги і деформацій обмотки електричного реактора від розтягувальних радіальних сил по ширині котушки з двома осьовими каналами. Враховуючи кругову симетрію розрахункової моделі по осям радіальних прокладок на рисунках показано частинний сектор провідників обмотки. Найбільш навантаженими є внутрішні провідники.

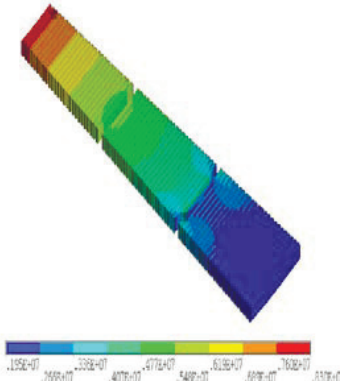


Рис. 14.8

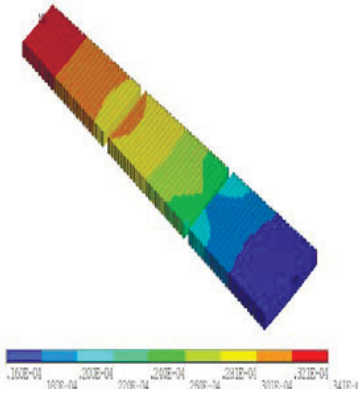


Рис14.9

Приклад моделі для аналізу осьової стійкості провідників обмоток показано на рис. 14.10. Провідник прямокутного перерізу із округленням через дистанційні прокладки спирається на нижній провідник. В моделі присутня половина прокладки по висоті з умовами симетрії на нижній поверхні.

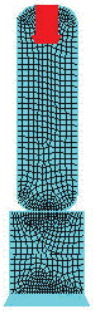


Рис. 14.10

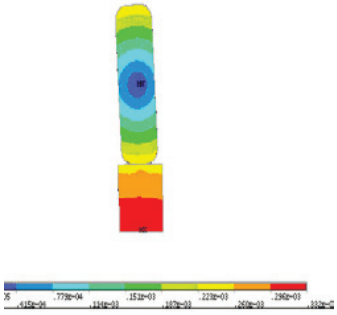


Рис. 14.11

Сила задана на пряму частину поверхні провідника (поза округленням). Між провідником і прокладкою задано контакт з тертям. На рис. 14.11 показано отриману в ANSYS початкову форму втрати провідником осьової стійкості.

Моделювання ярмових балок. Для прикладу, на рис. 14.12 показано представлену в [42] комплексну розрахункову модель в ANSYS, яка вклю-

чає ярмову балку 1, ізоляцію між МС і балкою 2 і підйомну пластину 3. Механічні навантаження прикладаються до кронштейнів для установки пресувальних гвинтів 4; до ярмових склобандажів 5; до вузлів кріплення 6 склобандажів; до підйомних вузлів 7. На елементи ярмової балки діють сили пресування обмоток, сили пресування ярем МС металевими (торцевими) півбандажами і склобандажами. Можливість переміщення ярмової балки відносно ізоляції торцевого ярма допускається з урахуванням тертя пар "сталь-картон" і жорсткості склобандажів. Допускається поворот ярмової балки відносно диска підйомної пластини з урахуванням тертя пари "сталь-сталь".

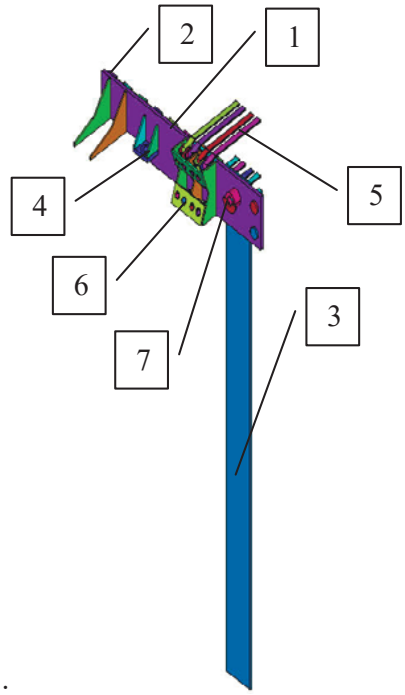


Рис. 14.12

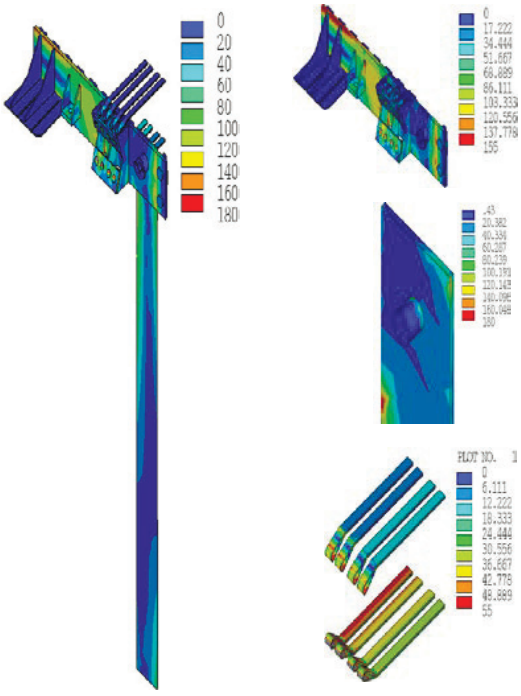
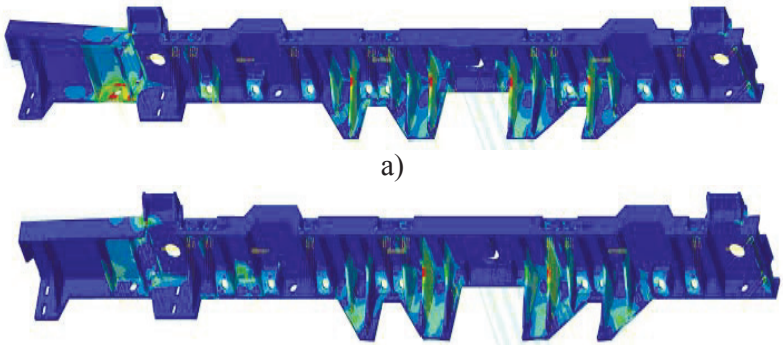


Рис. 14.13

Розраховано приведену механічну напругу в моделі ярмової балки з підйомною пластиною і склобандажами – рис. 14.13.

На рис.14.14 показано результат розрахунку механічних напружень в ярмовій балці однофазного автотрансформатора потужністю 417 МВА. Геометрію моделі балки, МС, елементів кріплення бандажами розроблено в системі Pro/ENGINEER. Завдання властивостей частин балки з немагнітної і феромагнітної сталі, граничних умов і розрахунок механічної напруги проведено із застосуванням ПЗ Pro/MECHANICA для двох етапів пресування обмоток. На верхній частині рисунка показано розподіл сумарної напруги для умов технологічного пресування домкратами, а на нижній частині малюнка - для експлу-

атаційного пресування опорними клинами. У обох випадках максимальна напруга не перевищує допустимі значення.

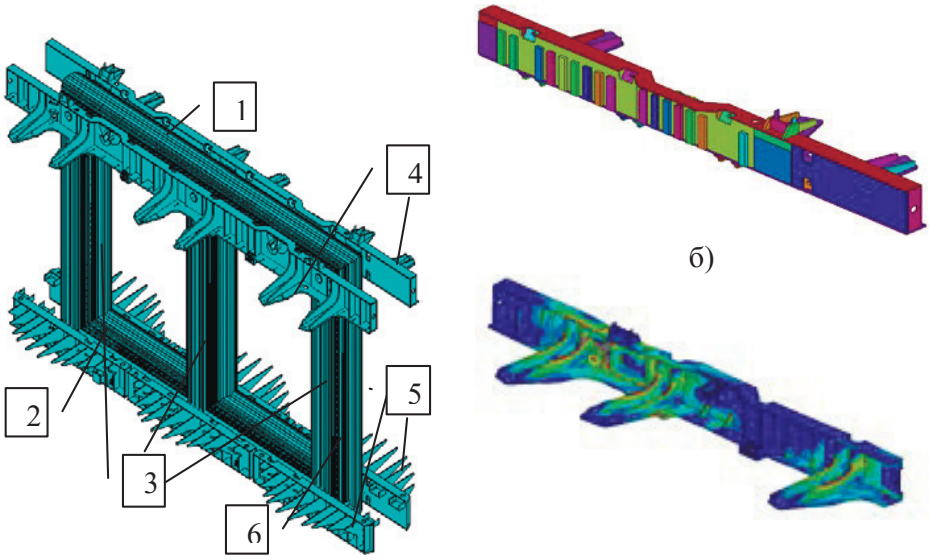


а)

б)

Рис. 14.14

На рис. 14.15а показано кістяк активної частини автотрансформатора потужністю 120 МВА [42] у складі верхнього 1, нижнього 2 ярем і стрижнів 3 магнітної системи, верхніх 4 і нижніх 5 ярмових балок, зв'язаних між собою за допомогою підйомних пластин 6.



а)

б)

в)

Рис. 14.15

На ярмові балки діють реакції від сил пресування магнітопроводу (металевими бандажами) і обмоток (пресувальними елементами). Крім того, на верхніх ярмових балках є підйомні вузли, що навантажуються

інерційними силами активної частини при підйомі краном. Оскільки кістяк має симетричну конструкцію, то за розрахункову модель прийнято половину верхньої ярмової балки, з прилеглою до неї ізоляцією, жорстко затисненою по площі опори на магнітопровід – рис. 14.15б. До поверхні її умовного розтину прикладені граничні умови симетрії. У місцях сполучення балки з підйомними пластинами накладено обмеження на переміщення. До моделі в місцях розташування пресувальних елементів і підйомних вузлів прикладено відповідні сили.

Отримана в результаті статичного аналізу схема розподілу механічних напруг (рис. 14.15в) дозволила оцінити міцність верхньої ярмової балки автотрансформатора. Виміряні в ході механічних випробувань активної частини механічні напруги в контрольних точках ярмової балки мали величини, близькі до розрахункових, чим підтверджено правильність формування розрахункової схеми і обґрунтованість прийнятих припущень.

Моделювання пресувальних кілець. Подібні режими механічних дій і підходи до розрахунків міцності застосовуються при аналізі пресувальних кілець обмоток, які відіграють важливу роль в загальній механічній силовій схемі силових трансформаторів, що забезпечує створення і збереження сил пресування за умов дії значних осьових сил КЗ. В певних конструкціях такі кільця виконуються з феромагнітної і маломагнітної сталі. Розрахунок міцності металевих кілець може бути проведено із застосуванням методики [34], що ґрунтується на аналітичному розв'язку системи рівнянь неперервності деформації кільця і обмотки, доповнених рівняннями рівноваги кільця. Визначаються усереднені величини механічної напруги і деформацій в поперечних перерізах кільця, у тому числі з урахуванням їх розрізів. Останніми роками, завдяки застосуванню нових композитних матеріалів і технологій з'явилася можливість виготовлення пресувальних кілець з електрокартону, що принципово виключає в них втрати і нагрів. Такі кільця є нерозрізними, мають технологічні отвори, канавки, підрізи різної конфігурації. Через вказані умови ефективним є виконання розрахунків із застосуванням скінченноелементної моделі ANSYS [2].

Здебільшого, одним кільцем пресуються дві обмотки і більше. Обмотки намотуються з котушок мідних або алюмінієвих проводів з паперовою ізоляцією. У обмотках потужних трансформаторів в осьовому напрямі котушки відділяються одна від одної періодично розташованими по колу обмоток прокладками з електрокартону. Між крайніми котушками і пресувальним кільцем встановлюється зрівняльна ізоляція, що складається з набору кругових картонних шайб і клеєних картонних прокладок по числу стовпів прокладок в обмотках. Оскільки пружні характеристики проводів на декілька порядків вище відповідних характеристик ізоляції, то осьова деформація обмоток відбувається, головним чином, в паперовій ізоляції котушок і в картонних прокладках. Тому для спрощення розрахункової моделі обмотки при її створенні досить обмежитися однорідними опорни-

ми стовпами ізоляції, що представляють набір ізоляції котушок і прокладок. Механічні характеристики паперу і картону різні, нелінійні, залежать від багатьох технологічних чинників. Прийнято додаткове припущення про те, що в області вибраних зусиль пресування пружні властивості опорних стовпів паперу і картону можуть характеризуватися постійним приведеним модулем пружності.

Розглядаються два режими пресування обмоток. Режим технологічного опресовування здійснюється гідравлічними домкратами циліндричної форми. Після опресовування на остаточній збірці активної частини трансформатора домкрати замінюються на пари клинів з набірного клеєного картону, які у зібраному стані приймають форму паралелепіпеду. Клини встановлюються поряд з домкратами, і після їх фіксації домкрати виймаються. Пресувальні кільця також мають бути розраховані на тривалі експлуатаційні режими, а також на можливі КЗ.

В моделі пресування обмоток передбачено пресувальне кільце з підрізом, канавками, технологічними отворами, клини, домкрати, опорні стовпи ізоляції. Розмірну схему розрахункової моделі пресування обмоток показано на рис. 14.16, а на 14.17 – її геометрію.

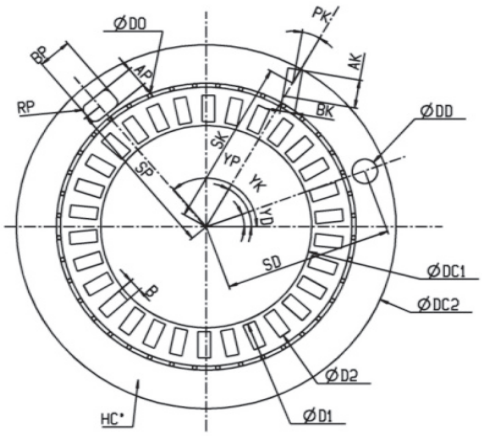


Рис. 14.16

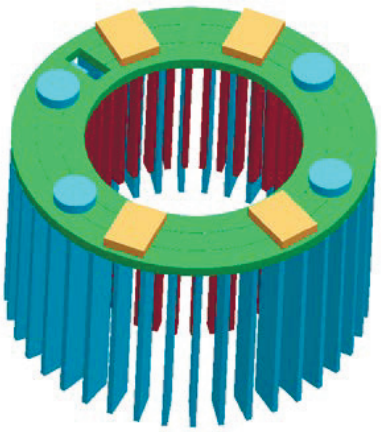


Рис. 14.17

Для автоматичної побудови геометричної моделі пресування обмоток розроблено модель параметризованої збірки в системі Pro/ENGINEER із завданням початкових даних в зовнішньому текстовому файлі. Відповідно до розмірної схеми, показаної на рис. 14.16, задаються:

- висота HC, внутрішній DC1 і зовнішній DC2 діаметри кільця;
- кількість і глибина канавок HO, кількість отворів в канавках NOT, їх діаметр DO;
- наявність підрізів (розрізу) PIDRIZ, їх геометричні розміри (довжина AP, ширина BP, радіус скруглення RP), радіус підрізу SP, кут повороту підрізу YP;

- кількість обмоток NOB;

- кількість опорних стовпів N, ширина B, радіальні розміри для кожної обмотки D1, D2;

- кількість домкратів ND, висота HD, діаметр основи DD, кут між віссю симетрії кільця і віссю, що сполучає центр опорної поверхні домкрата з центром верхньої площини кільця YD, радіус центру опорної поверхні SD;

- кількість пресувальних клинів NK, їх ширина BK, довжина AK, висота HK, кут між віссю симетрії кільця і віссю, що сполучає центр опорної поверхні клину з центром верхньої площини кільця YK, кут повороту клину відносно радіального напряму PK, радіус центру опорної поверхні SK.

Розрахункова модель, що приведено для прикладу, складається з кільця, що пресує дві обмотки, в кожній з яких є 20 опорних стовпів ізоляції. У кільці є одна канавка з 28-ма отворами. Підрізів і розрізу немає. З пресувальних елементів використовуються 4 клини. Модель симетрична відносно двох взаємно перпендикулярних вертикальних площин, тому достатня побудова її чверті.

Імпортована з Pro/ENGINEER за допомогою формату IGS вищезгадана чверть геометричної моделі пресування блоку з двох обмоток для доведення до створення скінченноелементної моделі підлягає єдиній геометричній операції − склеюванню усіх контактних об'ємів за допомогою команди GLUE. Таким чином, витрати часу для підготовки цієї геометричної моделі на порядок менше в порівнянні з побудовою її засобами ANSYS.

Після вибору і присвоєння типам елементів властивостей матеріалів створено скінченноелементну модель − рис. 14.18.

Рис. 14.18

Навантаження в режимі технологічного пресування клинами у вигляді рівномірно розподіленого тиску прикладено на верхню грань пресуваль-

ного клину. Встановлено граничні умови на відповідні поверхні: жорсткі затискання в місцях опори стовпів ізоляції; неможливість горизонтального переміщення елементів стовпів; умови симетрії в місцях умовного розтину.

В результаті статичного аналізу отримано величини деформацій і механічної напруги в моделі пресувального кільця, які показано на рис. 14.19: а) − деформації; б) − напруги стискування; в) − напруги зсуву; г) − сумарні напруги. Значення деформацій і напруги не перевищують допустимих значень, що дозволило зробити позитивний висновок про відповідність кільця умовам міцності.

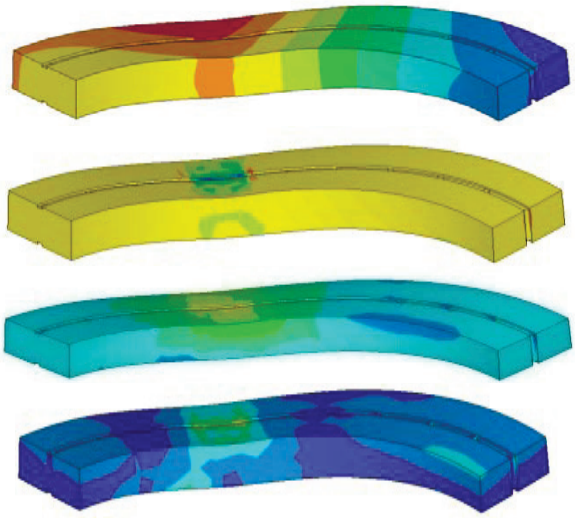


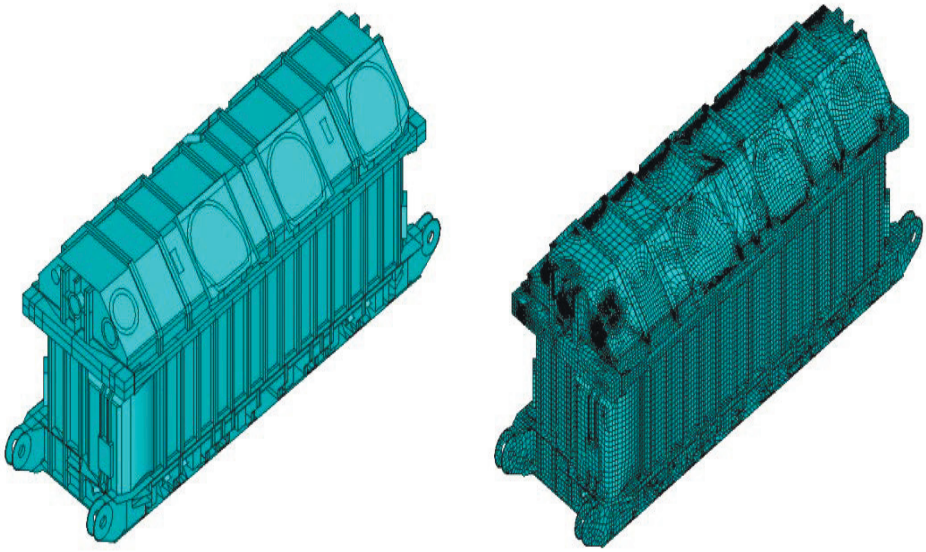
Рис.14.19

Наведений приклад розрахунку міцності пресувального кільця підтверджує ефективність застосування ANSYS в комплексі з графічним пакетом тривимірного проектування Pro/ENGINEER в частині виключення помилок при створенні геометричної моделі, мінімізації витрат часу для підготовки даних, оперативного виконання робіт по оптимізації конструкції та повноти розрахункового аналізу.

Розрахунки на міцність деталей конструкції активної частини спільно з електромагнітними розрахунками є обов'язковими, інколи ітераційними етапами оптимального конструювання ярмових балок і усієї системи пресування обмоток: для технологічних умов виготовлення, для нормальних умов експлуатації і для умов аварійних дій, наприклад, осьовими силами обмоток під час можливого КЗ. Зауважимо, що в останньому випадку оцінки міцності повинні враховувати динамічний характер сил КЗ.

Моделювання баків. Розрахунки баків трансформаторного устаткування проводять на випробувальні умови вакуумування бака, створення надмірного тиску в баку і при транспортуванні устаткування.

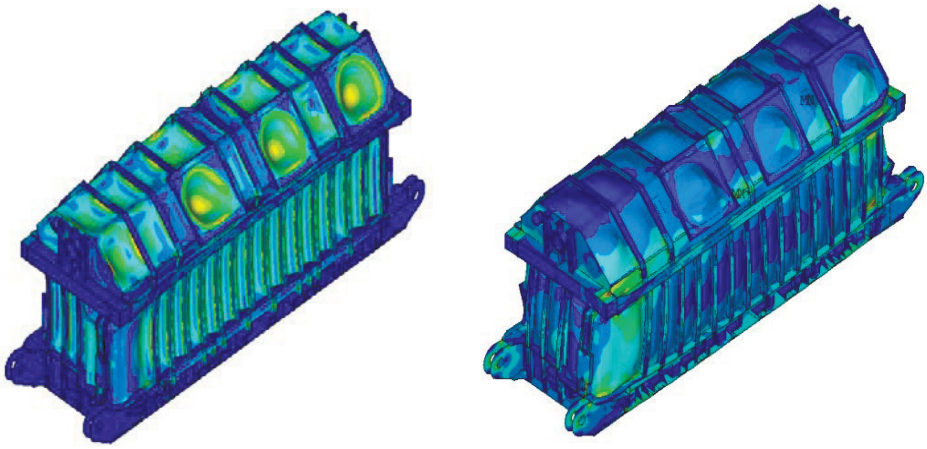
Для прикладу, за розрахунками [30, 31], на рис 14.20 показано: а) − геометрію моделі; б) − сіткову модель бака трифазного трансформатора.



а) б)

Рис. 14.20

Розподіл напруги в баку трансформатора по Мізесу наведено на рис. 14.21: а) - при вакуумі; б) - при транспортуванні.

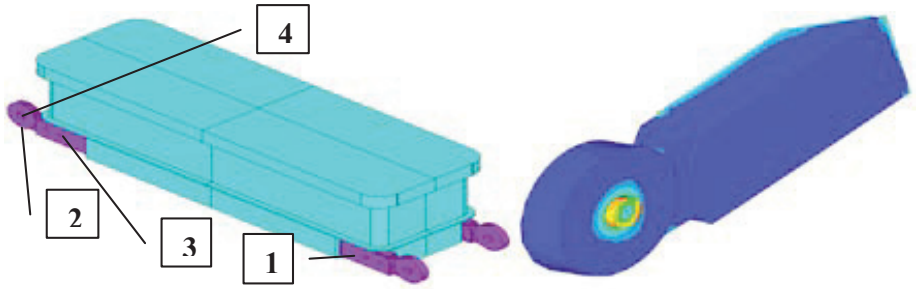


а) б)

Рис. 14.21

Моделювання вузлів кріплення трансформатора при його транспортуванні. Розглядається в [42], як приклад, бак зчленованого типу тра-

нсформатора потужністю 780 МВА, що перевозиться на залізничному транспортері. Він має в нижній частині вузли кріплення до транспортера, що є зварними коробами 1, які сполучені з вузлами зчеплення 2 за допомогою осей 3. Вузли зчеплення зв'язані з несучими осями 4 транспортера – рис.14.22.



а) б)

Рис. 14.22

При транспортуванні на трансформатор одночасно діють інерційні навантаження різної величини в трьох взаємно перпендикулярних напрямах − подовжньому, поперечному і вертикальному. Оскільки бак трансформатора має симетричну конструкцію, за модель прийнято його чверть. На поверхнях його умовного розтину прийнято граничні умови симетрії. Вісь транспортера прийнято жорстко затисненою по торцевих площинах. На модель діють ті інерційні сили, що відповідають умовам транспортування. На рис.14.22 показано (а) модель бака трансформатора з вузлами кріплення та схему розподілу напруг в вузлі зчеплення (б).

Отримана в результаті статичного аналізу схема розподілу механічної напруги у вузлі кріплення дозволила оцінити міцність його елементів, включаючи зварні шви.

14.3. Чисельне дослідження магнітопружних деформацій в магнітній системі трансформатора

Важливими експлуатаційними характеристиками трансформаторного обладнання є вібрація і шум за рахунок магнітострикції електротехнічної сталі МС в змінному магнітному полі з частотою 50 - 60 Гц. Механічні коливання МС через охолодне масло, конструктивні елементи та бак трансформатора передаються в оточуюче середовище. Шум трансформатора відображає якість застосованих матеріалів, інтенсивність електромагнітних навантажень, його технічний стан. По інтенсивності і частотному аналізу звукового випромінювання визначають діагностичні показники роботи трансформатора в цілому або його окремих елементів.

Ґрунтовний огляд наукових розробок в цьому напрямку наведено у [18, 47]. В значній мірі магнітострикція та явища, що її супроводжують

(вібрації, шум) вивчаються експериментально [35, 36]. Розрахунково-емпіричний метод розглянуто в [12]. Представляють інтерес чисельні дослідження магнітострикції та магнітопружних деформацій в МС трансформаторів, які можуть служити основою для подальшого чисельного дослідження вібрацій та шумів в потужному електроенергетичному устаткуванні [49]. Оцінку віброактивності шихтованого магнітопроводу однофазного трансформатора малої потужності на основі експериментального вивчення магнітострикції трансформаторної сталі та впливу технологічних факторів представлено в [6].

Магнітострикція − зміна форми і розмірів тіла при його намагнічуванні – є безпосередній результат прояву сил, що діють у феромагнетиках [3, 5, 47]. Прикладене до зразка магнітне поле змінює його розміри під час намагнічування. Тензор деформації унаслідок магнітострикції може бути записано у формі [14]

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon\delta_{ij} + e_{ij}, \tag{14.7}$$

де $\varepsilon = \frac{1}{3}\varepsilon_{ij}\delta_{ij}$ − відносна зміна об'єму; e_{ij} − компоненти девіатора деформації, що характеризують зміну форми елемента середовища; δ_{ij} − символ Кронекера.

Із співвідношення (14.7) маємо

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon\delta_{ij}. \tag{14.8}$$

Величину ε називають об'ємною магнітострикцією, а компоненти тензора деформації e_{ij} − магнітострикцією форми елемента середовища [5]. Деформації e_{ij} є функцією намагніченості [3]

$$e_{ij} = e_{ij}(M). \tag{14.9}$$

Слід зазначити, що при технічному намагнічуванні розмір зразка l у напрямі магнітного поля змінюється на величину $\lambda_S = \pm\frac{\Delta l}{l}$, звану коефіцієнтом (константою) лінійної магнітострикції. Тут Δl - зміна довжини зразка при його намагнічуванні до стану насичення. Величина і знак λ_S залежать від природи магнетика, кристалографічного напряму і ступеня намагніченості. Коефіцієнт лінійної магнітострикції λ_S визначається експериментально.

Для чисельних розрахунків необхідно знати залежність намагніченості від напруженості магнітного поля. Ця залежність має такий вид [32]

$$M(H) = \frac{B}{\mu_0} - H, \tag{14.10}$$

де $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м – магнітна проникність повітря.

Зв'язана задача магнітострикції і механіки. Густина внутрішньої енергії для феромагнітного матеріалу має вигляд [3, 5]:

$$E = \int_V W^e dV + \int_V W^m dV. \tag{14.11}$$

Величина W^e в (14.11) – густина пружної енергії, що запасається в тілі, а W^m – магнітопружна енергія. За наявності зовнішнього напруження σ_{ij} ця енергія рівна

$$W^m = \sigma_{ij}\varepsilon_{ij}, \tag{14.12}$$

де σ_{ij} – напруження, що зв’язані з магнітострикцією.

Розв’язок лінійної задачі можна знайти виходячи з принципу мінімуму енергії. Наближений розв’язок (14.11) знаходиться мінімізацією функціонала E щодо переміщень [20]. Густина пружної енергії W^e представляється як квадратична функція тензору деформацій (використовується підсумовування Ейнштейна по індексу, що повторюється)

$$W^e = \frac{1}{2} C_{ijkl}\varepsilon_{ij}\varepsilon_{kl}, \tag{14.13}$$

де C_{ijkl} – тензор Гука.

Лінійний закон зв'язку між напруженнями і деформаціями називається узагальненим законом Гука, узагальнений запис якого буде таким:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}. \tag{14.14}$$

У формули (14.13), (14.14) входить 36 пружних констант C_{11}, C_{12},… C_{66}. Пружні константи C_{11}, C_{12},… C_{66}. є величинами, що мають розмірність компонентів напруження, тобто розмірність сили, діленої на площу. Залежно від властивостей матеріалу число різних пружних постійних може зменшуватися. Якнайменше число пружних постійних C_{11}, C_{12} буде для ізотропного тіла [20].

Пружні константи C_{11}, C_{12} можна виразити через модуль Юнга E і коефіцієнт Пуассона μ таким чином [19]:

$$C_{11} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \tag{14.15}$$

$$C_{12} = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}. \tag{14.16}$$

У випадку ізотропного тіла густина енергії буде мати наступний вигляд

$$W^e = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij} + \frac{1}{2}C_{12}\varepsilon_{jj}\varepsilon_{ii}. \tag{14.17}$$

Константа магнітострикції і, відповідно, магнітострикційна деформація ε_{ij} є тензорами:

$$\varepsilon_{ij} = \lambda_{ijkl}\alpha_k\alpha_l. \tag{14.18}$$

У разі кубічної симетрії тензор λ_{ijkl} зводиться до двох незалежних констант $\lambda_{[100]}$ і $\lambda_{[111]}$ магнітострикції насичення в матеріалі в напрямі [100] і [111] відповідно. Направляючі косинуси α визначають напрям намагнічування, а константи магнітострикції $\lambda_{[100]}$ і $\lambda_{[111]}$ визначаються експериментально. Якщо магнітострикція ізотропна, то $\lambda_{[100]} = \lambda_{[111]} = \lambda$, що є характерним для поліметалів. Таким чином e_{ij} можна представити [3, 5]:

$$\varepsilon_{ij} \approx \begin{pmatrix} \left(\frac{3}{2}\right)\lambda\left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}\right) & 3\lambda(\alpha_1\alpha_2) & 3\lambda(\alpha_1\alpha_3) \\ 3\lambda(\alpha_2\alpha_1) & \left(\frac{3}{2}\right)\lambda\left(\alpha_2^2 - \frac{1}{3}\right) & 3\lambda(\alpha_2\alpha_3) \\ 3\lambda(\alpha_3\alpha_1) & 3\lambda(\alpha_3\alpha_2) & \left(\frac{3}{2}\right)\lambda\left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3}\right) \end{pmatrix}, \tag{14.19}$$

Використовуючи закон Гука (14.13) і вираз (14.19) після деяких математичних викладень та з використанням позначення α_i для компонент одиничного вектора, який задає напрям намагнічування M, отримаємо вираз для магнітопружної енергії у такому вигляді:

$$W^m = \frac{3}{2}(C_{11} - C_{12}) \cdot \lambda \cdot \left[\varepsilon_{11}\left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3}\right) + \varepsilon_{22}\left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3}\right) + \varepsilon_{33}\left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3}\right) \right] +$$
$$+ 3(C_{11} - C_{12}) \cdot \lambda \cdot (\varepsilon_{12}\alpha_1\alpha_2 + \varepsilon_{23}\alpha_3\alpha_2 + \varepsilon_{13}\alpha_1\alpha_3) + \qquad (14.20)$$
$$+ (C_{11} + 2C_{12}) \cdot \varepsilon \cdot (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}).$$

Хоча всі попередні викладення справедливі для тривимірного випадку, в даній роботі обмежимо розгляд двовимірним випадком. Розглядатимемо плоский напружений стан. В цьому випадку всі три компоненти напруженого стану, паралельні даній площині по всьому об'єму пружного тіла, суть нулі. Якщо прийняти вказану площину за площину Oxy, то маємо співвідношення [20]:

$$\sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0\,. \qquad (14.21)$$

Зв'язана задача магнітного поля і магнітопружних деформацій. Спочатку розв'язується задача розрахунку магнітного поля, а потім значення магнітної індукції та інших необхідних величин використовуються для обчислення магнітопружних деформацій. Для вирішення задачі використовується програмне середовище ANSYS. Вибираємо скінчений елемент, що має шість ступенів свободи

$$\left(q^e\right)^T = (u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3), \qquad (14.22)$$

де u, v – значення переміщень у вузлах елемента, відповідно.

Виконуючи стандартні обчислення в (14.11) з врахуванням (14.17), (14.20), (14.21) , отримаємо наступний вираз функціоналу для елемента:

$$E^e = \frac{1}{2}\left(q^e\right)^T \left[K^e\right]\left(q^e\right) - \left(q^e\right)^T \left(q^e\right), \qquad (14.23)$$

де $\left[K^e\right]$ - матриця жорсткості елемента, $\left(q^e\right)$ - узагальнений вектор зусиль, що враховує магнітострикцію.

З позначеннями:

$$\xi_1 = x_3 - x_2, \quad \xi_2 = x_1 - x_3, \quad \xi_3 = x_2 - x_1,$$
$$\eta_1 = y_3 - y_2, \quad \eta_2 = y_1 - y_3, \quad \eta_3 = y_2 - y_1, \qquad (14.24)$$
$$S = \xi_2\eta_3 - \xi_3\eta_2, \quad a = 1 - \frac{C_{12}}{C_{11}}$$

вектор $\left(q^e\right)$ визначається виразом

$$\left(q^e\right)=\frac{S}{2|S|}\begin{pmatrix}
-\frac{3}{2}\eta_1\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)-\eta_1\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon+\frac{3}{2}\xi_1\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2\\
\frac{3}{2}\eta_1\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)+\eta_1\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon-\frac{3}{2}\xi_1\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2\\
-\frac{3}{2}\eta_2\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)-\eta_2\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon+\frac{3}{2}\xi_2\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2\\
\frac{3}{2}\eta_2\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)+\eta_2\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon-\frac{3}{2}\xi_2\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2\\
-\frac{3}{2}\eta_3\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)-\eta_3\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon+\frac{3}{2}\xi_3\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2\\
\frac{3}{2}\eta_3\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\left(\alpha_1^2-\frac{\alpha}{3}\right)+\eta_3\left(C_{11}+2C_{12}\right)\alpha\varepsilon-\frac{3}{2}\xi_3\left(C_{11}-C_{12}\right)\lambda\alpha_1\alpha_2
\end{pmatrix} \quad (14.24)$$

Виходячи з принципу мінімуму енергії для (14.23)

$$\frac{\partial E^e}{\partial\left\{q^e\right\}}=0\,, \quad (14.26)$$

отримаємо наступне співвідношення для елемента

$$\left[K^e\right]\left\{q^e\right\}=\left\{q^e\right\}. \quad (14.27)$$

Підсумовуючи (14.27) по всіх скінченних елементах, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для всього ансамблю скінченних елементів

$$[K]\{q\}=\{g\}\,, \quad (14.28)$$

розв'язок якої дозволяє визначити деформації і переміщення пристрою із врахуванням магнітострикції.

Приклад розрахунку. За наведеним алгоритмом проведено чисельне моделювання для однофазного масляного трансформатора потужністю 40 МВА. Ескіз розрахункової моделі МС, обмоток, розраховане магнітне поле, деформація стрижнів МС трансформатора показано на рис. 14.23 – 14.25.

Наведені дослідження вказують на один із можливих методів моделювання зв'язаного електромагнітного і механічного процесів в МС трансформаторів, необхідних для визначення шуму трансформаторного устаткування, проте не є достатнім для практичних розрахунків – потрібно вра-

хувати передачу коливань МС через охолодне масло, випромінювання коливань з поверхні бака (реєстрованих у вигляді шуму) і врахувати ряд інших чинників.

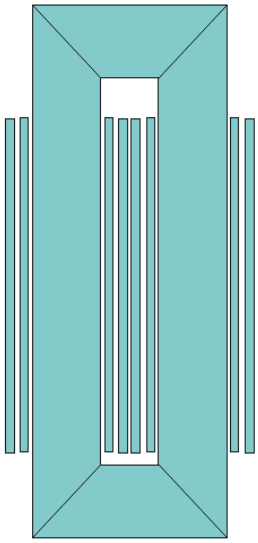


Рис. 14.23

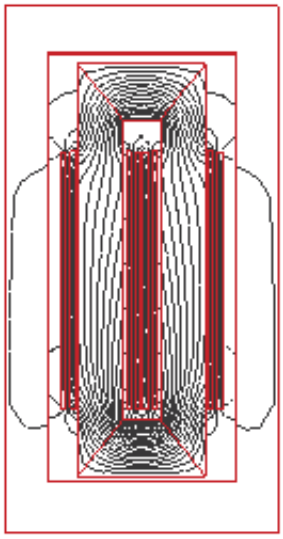


Рис. 14.24

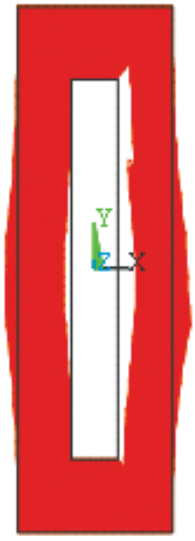


Рис. 14.25

14.4. Емпірико-аналітичний метод розрахунку шуму силових трансформаторів

Враховуючи складність врахування всіх чинників розрахунку шуму силових трансформаторів, на практиці використовується емпірико-аналітичний метод [12].

Рівень шуму є одним з основних експлуатаційних характеристик силових трансформаторів. Норми на допустимі рівні шуму трансформаторів вказуються в національних стандартах, наприклад, NEMA (США, Англія, Японія), DIN (Німеччина). В той же час, інколи, в вимогах замовників зазначаються нижчі норми на шум, ніж у вказаних стандартах. Це зумовлено тим, що часто трансформатори розташовуються в густонаселених районах з обмеженнями по шуму. Тому питання розрахунку, вимірювання шуму силових трансформаторів, методів його обмеження постійно розглядаються дослідниками та виробниками.

Розрізняють шум, що генерується в МС у режимі неробочого ходу і шум в режимі навантаження. Процес намагнічування МС супроводжується магнітострикцією в пластинах електротехнічної сталі та магнітодинамічними силами в стиках шихтованих пластин. Основна частота цих сил рівна подвоєній частоті намагнічування, проте, через нелінійну залежність магнітострикції від магнітної індукції, мають місце також вищі гармоніки

сил. Виникають механічні коливання пластин (в результаті – частин МС), інтенсивність і частотний спектр яких залежить від величини індукції, частоти намагнічування, маси і властивостей (марки) електротехнічної сталі, схем та технології шихтування МС.

Під шумом навантаження розуміють всі шуми, що виникають при роботі трансформатора додатково до шуму МС. Цей шум виникає в основному через дію на провідники обмоток електромагнітних сил від магнітних полів розсіяння. При звичній індукції в МС в межах 1.5-1.7 Тл шум обмоток силових трансформаторів порівняно з шумом МС складає малу величину і не враховується. Тому більшість нормативних документів визначають контроль шуму трансформатора лише в режимі неробочого ходу.

Збуджені механічні коливання МС, обмоток розповсюджуються двома шляхами. Перший – через трансформаторне масло до стінок бака, другий – безпосередньо через деталі кріплення активної частини в баку. Передача коливань супроводжується втратою вібраційної енергії у середовищах обмоток та охолодного масла. Вібрації стінок бака генерують звук, який передається в навколишній повітряний простір і сприймається як шум, з певним набором частотних складових.

Додатково до шуму бака трансформатора додається шум охолодних пристроїв в разі примусового руху повітря вентиляторами [50]. Унаслідок завихрень і зриву частинок повітря з лопатей вентиляторів, а також проходження повітря через щілини, тертя об поверхню радіаторів, виникає аеродинамічний шум охолодних пристроїв. Шум від бака і системи охолодження складається і сприймається як загальний шум трансформатора.

Аналіз виміряних параметрів шуму однотипних трансформаторів вказує на значний вплив чинників технологічного характеру, зокрема при виготовленні МС [35, 36]. Ними є: технологія розрізу та обробки пластин електротехнічної сталі, схеми їх шихтування, стабільність величин повітряних проміжків в стиках пластин, ступінь пресування частин МС, складання активної частини з чи без попереднього шихтування верхнього ярма МС та інші. Такого роду чинники визначають так званий технологічний допуск на стабільність звукових показників. Цей допуск встановлюється шляхом порівняння розрахункових та виміряних значень параметрів шуму для серії однотипних трансформаторів. Отримані для певного виробництва емпіричні методики розрахунку параметрів шуму не можуть бути застосовані для виробів, що мають відмінності в конструкції, в технології виготовлення МС, активної частини та в застосованих системах охолодження. Цим також пояснюється те, що у відомих роботах теоретичні моделі опису шуму трансформаторів доповнюються певними емпіричними поправками, що зумовлює неможливість їх прямого застосування на інших виробництвах.

В роботі [12] в якості основного елементу генерації шуму розглядається МС, у якої стрижні, вертикальні і горизонтальні частини ярем, куто-

вих ділянок над стрижнями та ярмами можна представити у вигляді механічної системи матеріальних тіл з відповідними фізичними параметрами. Так, модель п'ятистрижневого трансформатора може бути зведена до 14 розрахункових елементів і 19 діючих сил [18]. Достовірний розрахунок такої моделі все ж ускладнений через наявність таких невизначених параметрів як коефіцієнти тертя в зонах шихтування пластин і приєднаних мас деталей активної частини трансформатора і тому подібне.

Розглянемо, для прикладу, тристрижневу МС. Центральний стрижень знаходиться під дією подовжніх сил магнітострикції, орієнтованих через анізотропію електротехнічної сталі уздовж осі стрижня, і поперечних до осі стрижня магнітодинамічних сил та сил тертя в зонах стику пластин, які можуть бути представлені у вигляді еквівалентних пружин з певною жорсткістю. В результаті стрижень МС коливається відносно положення рівноваги з результуючими швидкостями вздовж і поперек своєї осі. При сучасних схемах шихтовки в кутових частинах МС з косим стиком та зі стиком типу step lap справедливе припущення про зменшену роль магнітодинамічних сил в повітряних проміжках, про малий зв'язок частин МС в загальній механічній системі, а також про урівноваження сил тяжіння в кутових частинах силами тертя.

Це дозволяє прийняти за основу спрощену модель, яка відтворює сумарну вібраційну потужність стрижнів, ярем і кутових ділянок як окремих вібраторів лише від подовжньої по цих частинах МС рівнодійних розподіленим силам магнітострикції.

При зміні швидкості v з періодом коливання $\tau = 1/f$ за лінійним законом швидкість в точці x по довжині l частини МС дорівнює $v_x = v\,x/l$, ефективна швидкість (характеризує енергетичний параметр коливань) $\bar{v} = v/\sqrt{2}$. Визначаючи для елементу завдовжки dx з щільністю сталі ρ, поперечним перерізом S потужність коливання [39]

$$dw_x = \frac{1}{2\tau}\bar{v}_x^2 \rho S\, dx\,, \tag{14.29}$$

отримуємо для частини МС масою $m = \rho S l$ загальну потужність коливань

$$W = \int_0^l dw_x = \frac{1}{6\tau} m \bar{v}^2\,. \tag{14.30}$$

Залежність магнітострикції від індукції може бути представлено у вигляді функції $\lambda_j(B) = a_j + b_j \Delta B$, де a_j, b_j коефіцієнти апроксимації, ΔB – амплітудний приріст індукції відносно базового значення. Для частоти

намагнічування $\omega_j = 2\pi f_j$ гармоніки j (практично прийнято $j = 1,\ldots,5$) залежність магнітострикції від часу визначається виразом $\lambda_j(t) = \lambda_j(B)\sin^2(\omega_j t)$. Узявши похідну магнітострикції від часу, отримаємо ефективне значення швидкості для координати $x = l$ частини МС $\bar{v}_j = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_j \lambda_j(B) l$ і потужність коливань $W_j = \frac{1}{6} f_j m \bar{v}_j^2$. Потужність коливання МС представляється сумою потужностей її стрижнів, горизонтальних і вертикальних частин ярем і кутових частин з відповідними масами m і довжинами l

$$W_{MCj} = \sum \mathrm{W}_{Cj} + \sum \mathrm{W}_{Яj} + \sum \mathrm{W}_{Kj}\,. \tag{14.31}$$

При поширенні звукової енергії усередині трансформатора відбувається демпфування коливань, що враховується через співвідношення повної маси трансформатора і його активної частини

$$\eta = (M_T / M_{AЧ} - 1)^{k(S)}\,. \tag{14.32}$$

Показник $k(S)$ встановлений емпірично залежно від потужності трансформатора S.

Середньоквадратична швидкість поверхні бака гармоніки j визначається потужністю звукових вібрацій МС, загальною масою трансформатора M_T і коефіцієнтом демпфування

$$\bar{v}_{Бj}^2 = \frac{W_{MCj}}{\omega_j M_T \eta}\,. \tag{14.33}$$

Звукове випромінювання бака залежить від співвідношення повної вертикальної поверхні бака $S_Б$ і поверхні бака, яка закрита пристроями охолодження (радіаторами) S_P: $\sigma_j = 1 - (S_P / S_Б)^j$.

Добуток

$$N_j^Б = \rho c\, \bar{v}_{Бj}^2\, S_Б\, \sigma_j \tag{14.34}$$

визначає звукову потужність бака, як джерела повітряного шуму, де ρc=420 Нс/м^3 – акустичний опір повітря.

Рівень звукової потужності вираховується через співвідношення звукової потужності до порогового значення $N_{пр} = 10^{-12}$ Вт

$$L_{Wj}^{Б} = 10\lg N_j^{Б} / N_{пр}\,. \qquad (14.35)$$

Коригований рівень звукової потужності за шкалою А обчислюється з урахуванням коефіцієнтів коригування K_j [37]

$$L_{Wj\,A}^{Б} = L_{Wj}^{Б} K_j\,. \qquad (14.36)$$

Результуючий коригований рівень звукової потужності бака визначається по внеску усіх гармонік

$$L_{WA}^{Б} = 10\lg \sum_{j=1}^{5} 10\text{^}(0.1 L_{Wj\,A}) - l_{cm}\,. \qquad (14.37)$$

Додатково в методику введено емпіричний коефіцієнт l_{cm} залежно від типу стику пластин в МС.

Шум вентиляторів СО в загальному вигляді описується [18] рівнянням

$$L^{B} = L + 50\lg u + 20\lg D\,, \qquad (14.38)$$

де L – критерій шумності; u – окружна швидкість, D – діаметр робочого колеса вентилятора. Зазвичай постачальниками вентиляторів повідомляється рівень звуку вентилятора L_{PA}^{B} певного типу на відстані, наприклад, $R = 1.5$ м.

Прийнято, що коригований рівень звукової потужності вентилятора може бути вирахуваний на основі відомого рівня звуку через поправку на поверхню випромінювання сфери з вказаним радіусом R

$$L_{WA}^{B} = L_{PA}^{B} + 10\lg(4\pi R^2)\,. \qquad (14.39)$$

Сумарний коригований рівень звукової потужності СО з числом вентиляторів n дорівнює

$$L_{WA}^{CO} = 10\lg\left[\beta\, n\, 10\text{^}(0.1 L_{WA}^{B})\right], \qquad (14.40)$$

де $\beta < 1$ – емпіричний коефіцієнт; а тут і далі символ ^ визначає піднесення до степені.

Коригований рівень звукової потужності трансформатора дорівнює сумі потужностей бака і СО

$$L_{WA}^{T} = 10\lg\left[10\hat{}(0.1L_{WA}^{Б}) + 10\hat{}(0.1L_{WA}^{CO})\right]. \qquad (14.41)$$

Якщо СО віддалена від стінок бака на відстань більше 3 м, то трансформатор і СО обраховують і вимірюють як два окремі джерела.

Стандартними при випробуваннях є виміри шуму на відстані $R = 0.3$ м від «лінії натягу» L_0, яка охоплює поверхню бака і СО. Позначимо довжину лінії при цьому $l_{0.3}$. При включеній СО виміри проводять по лінії завдовжки $l_{2.0}$, яка знаходиться від загального контуру бака і СО на відстані $R = 2.0$ м. У першому випадку звукова поверхня дорівнює $S_R = 1.25H^{Б}l_{0.3}$, в другому $S_R = (H^{Б} + R)l_{2.0}$, де $H^{Б}$ – висота бака. Рівень звуку трансформатора визначається через коригований рівень звукової потужності і звукову поверхню $L_{PA}^{T} = L_{WA}^{T} - 10\lg(S_R / S_0)$, де базове значення S_0 =1 м.

При розрахунку довжину лінії $l_{0.3}$ рекомендується визначати по довжині l_0, що вимірюється з креслення трансформатора : $l_{0.3} = l_0$ +1.9 і $l_{2.0} = l_0$ +12.6, де 1.9=2π *0.3 і 12.6=2π *2.0. На рис. 14.26 показано ескіз автотрансформатора типу АТДЦТН–125000/220 в плані, з визначенням лінії $l_{0.3}$.

З креслення на стадії розрахунку отримано довжину лінії натягу l_0 = 23.0 м, а виміряна при випробуваннях – 23.1 м. Необхідно відмітити, що при проведенні лінії натягу не слід «захоплювати» проекцію розширника масла з маслом і виступаючих колекторів.

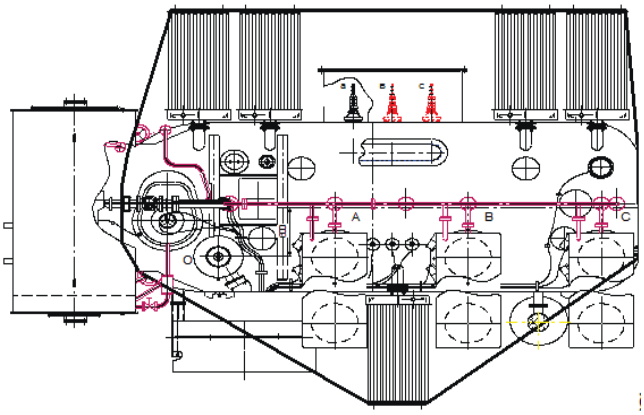


Рис. 14.26

Виконаний аналіз для виготовлених 49 типів трансформаторів показав [12], що в більшості випадків розрахунок і виміряні значення рівня звуку і коригованого рівня звукової потужності відрізняються в межах технологічного допуску, тобто, в межах 2–3 дБА. На діаграмі рис. 14.27 приведено різницю розрахункових і зміряних значень рівня звуку для лінії 0.3 м.

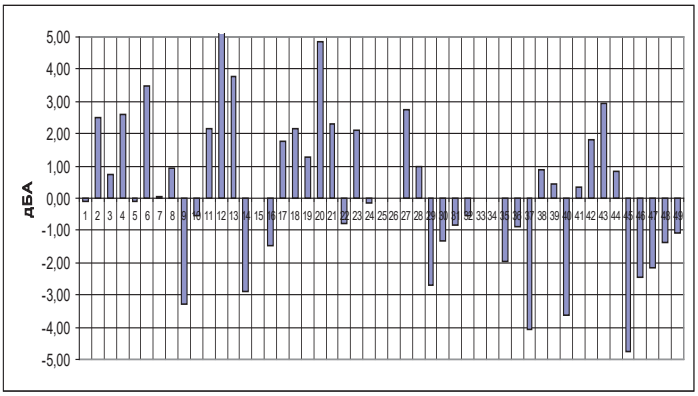


Рис. 14.27

З невеликими відхиленнями, відповідно до частки впливу вентиляторів СО, подібна розбіжність значень повторюється для трансформаторів і на лінії 2.0 м.

Залежність рівня звуку для лінії 0.3 м від значень індукції в МС для аналізованих трансформаторів представлено на рис. 14.28, з якого видно, що рівень індукції немає визначального впливу.

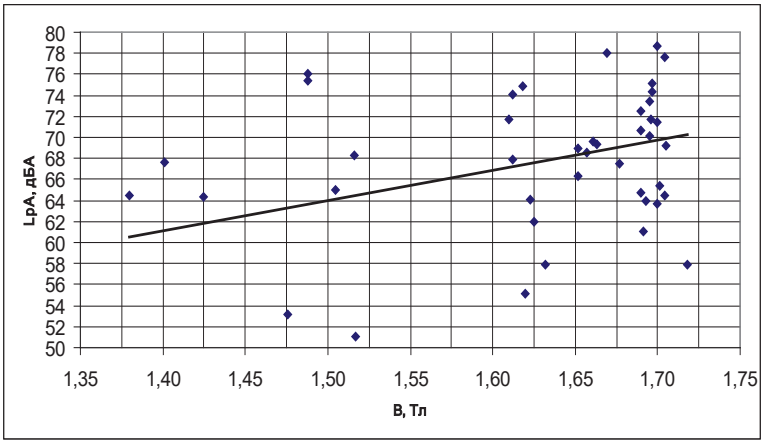


Рис. 14.28

Для підтвердження того, що використана в методиці залежність магнітострикції від індукції в МС є коректною, на рис. 14.29 лініями 1 і 2 показано залежність рівня звуку від індукції на відстані 0.3 м, відповідно, для трансформаторів типу ТДТН-40000/110 і ТДН-63000/110. Суцільними лініями наведено дані вимірювання, пунктирними – розрахунок.

Також на цьому малюнку приведено емпіричну лінію В з ГОСТ 12.2.024–76. Розрахункові і зміряні залежності рівня звуку від індукції мають подібний лінійний характер.

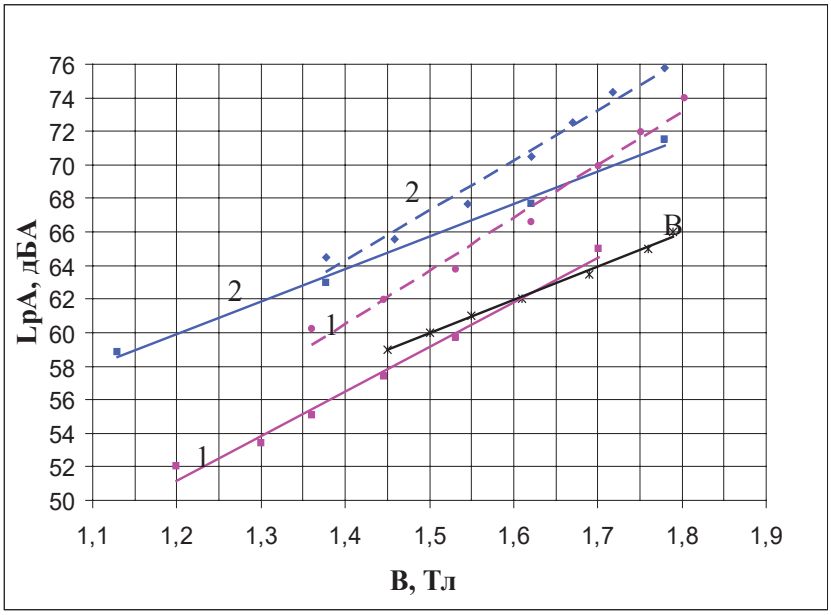


Рис. 14.29

На основі приведеного алгоритму і використання даних випробувань розроблено програми акустичного прямого **RZP,** аналогового **RZA** розрахунку шуму силових масляних трансформаторів, а також програма **RZO** розрахунку шуму СО, які розміщені окремо від трансформаторів. Вказані програми експлуатуються в розрахунковій підсистемі [13].

14.5. Вібрації бака шунтувального реактора

Відповідно до вимог міжнародних стандартів стінки баків електричних реакторів можуть мати розмах вібрації (подвійну амплітуду), не більш 200 мкм. Тому серед комплексу завдань розрахункових досліджень із застосуванням ПЗ ANSYS важливе місце займає аналіз вібрацій бака, викликаних дією на нього сил магнітострикційного і електромагнітного походження в МС [1].

Через складність розрахункового визначення віброперемiщень частин МС при завданні початкових збуджуючих сил використано результати прямих вимірів вібрації активної частини реактора при його механічних випробуваннях. Ескіз реактора шунтувального типу показано на рис. 14.30, де позначено: стрижень 1, вертикальне бокове ярмо 2, нижнє та верхнє горизонтальні ярма 3, 4, верхня ярмова балка 5, елементи розкріплення активної частини в баку в поперечному та поздовжньому напрямках 6, 7, отвір для вертикальної стяжної шпильки стрижня 8.

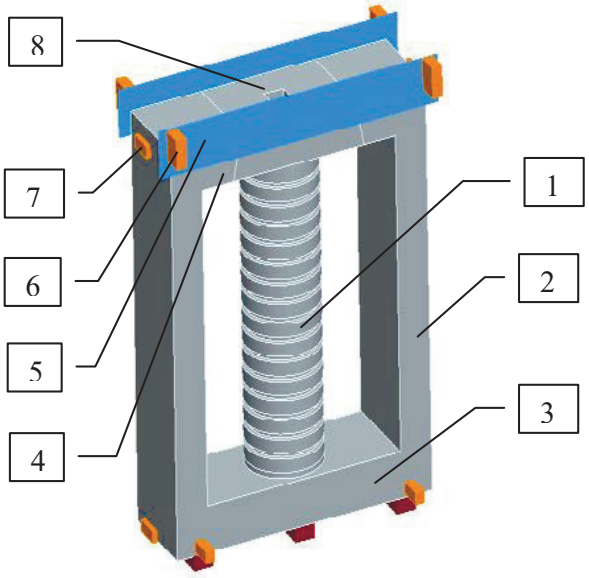


Рис. 14.30

Магнітострикція призводить до зміни форми і розмірів феромагнітного тіла, поміщеного в змінне магнітне поле, в даному випадку, − до подовження пластин електротехнічної сталі. Величини деформацій залежать від величини магнітної індукції в сталі. Електромагнітні сили проявляються як сили взаємного тяжіння між дисками стрижнів і до торцевих ярем МС. Величина цих сил пропорційна квадрату нормальної до поверхні феромагнітних дисків індукції магнітного поля. Основна частота цих сил дорівнює подвійній номінальній частоті струму реактора.

Подовження пластин ярем від магнітострикції та взаємодія дисків стрижнів, призводять до складних форм коливань МС реактора, яка зв'язана з баком реактора за допомогою елементів розпорів. Через них деформації МС передаються на стінки бака. Вібрації МС передаються баку також через масло, що заповнює об'єм бака.

Для обмеження вібрації на стінках бака окрім силових вертикальних ребер жорсткості приварюються додаткові − горизонтальні. Завданням розрахункового аналізу є оптимізація конструкції бака з метою зменшення вібрації його стінок.

Розрахункова модель включає бак, що складається з оболонкових скінченних елементів, яким присвоєні відповідна товщина і властивості сталі стінок бака, а також високовольтне введення (обов'язкове при проведенні випробувань), що представляється об'ємними скінченними елементами з приведеними властивостями матеріалів.

При завданні збуджуючих сил на розрахункову модель активної частини, що знаходиться в моделі оточуючого масла, використано результати вимірів в заводських умовах вібропереміщень в горизонтальному та в вертикальному напрямках частин МС. Ці ж вібропереміщення задавались в точках розкріплення активної частини в баку.

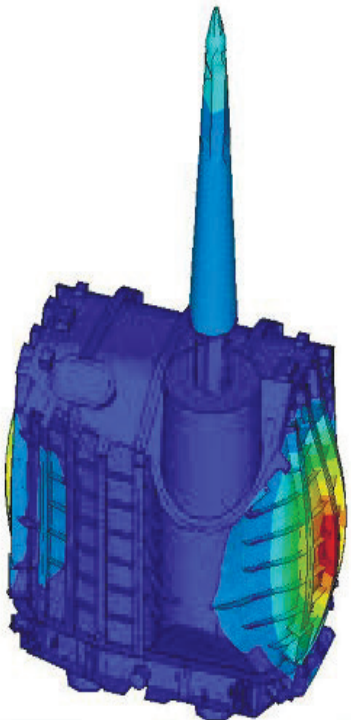


Рис. 14.31

В результаті проведення гармонійного аналізу в діапазоні частот 90-110 Гц з кроком 0,5 Гц визначено максимальні величини деформацій (рис. 14.31), що виникають на торцевій стінці бака на частоті власних коливань f_0 = 98 Гц, близької до основної частоти діючого навантаження (2х50=100Гц).

Отримані результати деформацій відповідають даним вимірювань. Оскільки до резонансних явищ схильні торцеві стінки бака, то прийнято рішення підвищити жорсткість цих стінок за рахунок додаткових поперечних ребер.

При аналізі вібрацій стінок бака реактора в умовах експлуатації також необхідно врахувати вплив навісного устаткування (СО, розширника масла і т.п.), що має великі маси і далеко виступає за межі бака та викликає додаткові навантаження на стінки бака. Навісне устаткування також може бути схильне до резонансних явищ, що повинно бути перевірено відповідними розрахунками.

14.6. Розрахунково-експериментальна оцінка сейсмостійкості

Як силові трансформатори, так і електричні реактори є великогабаритними виробами з великою масою (сотні тонн). Стендові випробування на сейсмостійкість таких виробів практично неможливі. Тому стандарти допускають для таких виробів застосування розрахункового і розрахунково-експериментального методів оцінки сейсмостійкості.

Методика розрахунку містить наступні етапи [42]:

− аналіз конструкції устаткування і визначення елементів, що підлягають розрахунку;

− створення розрахункових моделей елементів конструкції;

− проведення частотного аналізу;

− врахування зовнішніх механічних навантажень на елементи і вузли моделей;

− проведення аналізу механічної напруги в елементах конструкції і порівняння її з допустимим значенням.

Бак трансформатора і реактора розглядається як жорстке тіло, що передає без змін сейсмічну дію від фундаменту до елементів конструкції і комплектуючих виробів. Приймається, що устаткування має жорсткий зв'язок з фундаментом, який має бути запроектовано з урахуванням жорсткого з'єднання з трансформатором чи реактором та пружних і інерційних характеристик коливальної системи «ґрунт-фундамент-устаткування» для унеможливлення його перекидання від горизонтальної складової сейсмічної дії.

Оскільки кріплення активної частини виконується відповідно до вимог по стійкості до транспортних навантажень, які значно перевищують максимальні прискорення відповіді на сейсмічну дію, то така активна частина вважається стійкою до сейсмічної дії.

Найбільш схильними до дії землетрусів є устаткування, що не має жорсткого зв'язку з фундаментом: навісні та виносні СО (ушкодження патрубків, колекторів), розширник масла (ушкодження кронштейнів), газові реле (помилкові спрацьовування), високовольтні введення (руйнування), перемикачі напруги (ушкодження зовнішніх циліндричних оболонок та ін.).

В якості прикладу на рис. 14.32 представлено модель та результати моделювання виносної СО реактора.

Розподіл механічної напруги в деталях монтажу розширника масла при дії горизонтальної складової сейсмічного прискорення уздовж несучих колекторів показано на рис. 14.33.

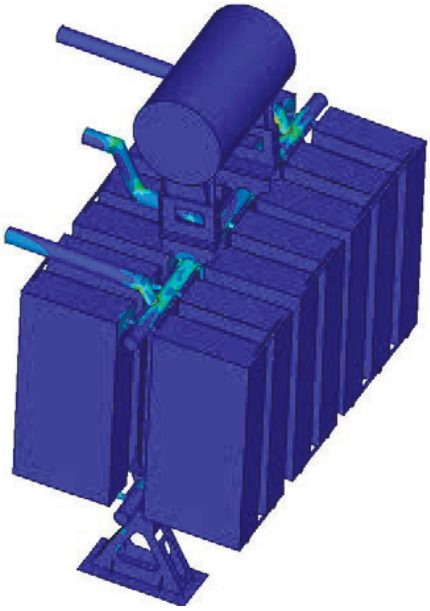


Рис. 14.32

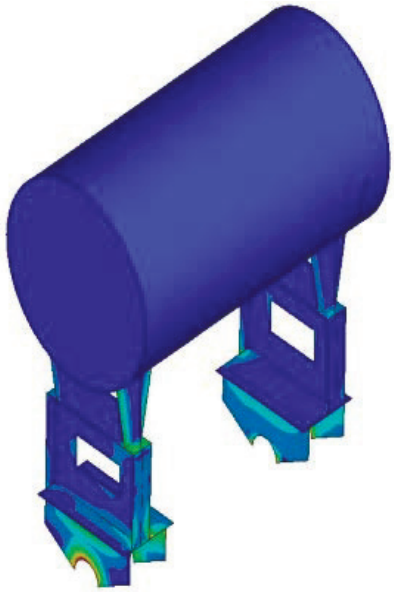


Рис. 14.33

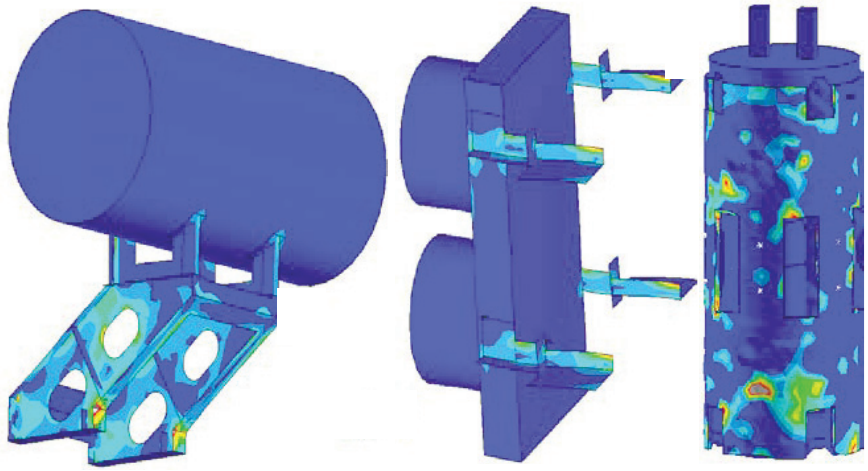


Рис. 14.34

На рис. 14.34 представлено результати розрахунків [42] розподілу механічної напруги в моделях розширника масла, навісної СО та перемикача трансформатора потужністю 417 МВА при дії землетрусу 9 балів за шкалою MSK-64.

У всіх наведених випадках максимальні механічні напруги не перевищували допустимих значень.

Було також проведено виміри власних частот коливань елементів трансформатора на зібраному виробі, результати яких були близькі до визначених модальним аналізом в системі ANSYS.

Подібні розрахунки виконуються і для електричних реакторів [30, 31].

Зрештою, за результатами подібних розрахунків і на основі аналізу сертифікатів постачальників про стендові випробування комплектувальних виробів (введень, перемикачів і т.п.) підтверджується стійкість до сейсмічної дії устаткування в комплексі.

Оцінку вібростійкості також проводять розрахунково-експериментальним методом, що полягає в розрахунку на міцність трансформаторного устаткування і його елементів (аналогічно розрахунку сейсмостійкості) на задані зовнішні дії, а також підтвердженням постачальниками вібростійкості комплектуючих виробів.

Література до розділу 14.

1. Басова А.В., Жук В.В., Иванков В.Ф., Циер Г.И. Моделирование в ANSYS вибрации бака электрического реактора. В кн. Сборник трудов Пятой конференции пользователей программного обеспечения CAD–FEMGmbH(Москва, 20–21 апреля 2005г.) / под ред. А.С.Шадского. М.: Полигон–пресс, 2005. 423 с. С. 197-199.
2. Басова А.В., Жук В.В., Иванков В.Ф. Моделирование прессующих колец обмоток трансформаторов. В кн. Сборник трудов Четвертой конференции пользователей программного обеспечения CAD–FEMGmbH (Москва, 21–22 апреля 2004г.) / под ред. А.С.Шадского. М.: Полигон–пресс, 2004. 400 с. С. 109-112.
3. Белов К. П. Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнитных металлах. М.-Л.: ГОТТЛ, 1951. 254 с.
4. Боуз А.К. Динамические усилия в обмотках при коротком замыкании. Трансформаторы: Пер. докл. Международной конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ–72) / под ред. С.И. Рабиновича. М.: Энергия, 1975. С.50-61.
5. Вонсовский С. В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
6. Геча В.Я., Смирнова Л.П., Урядников В.В. Определение виброактивности магнитопроводов трансформаторно–реакторного оборудования, обусловленной магнитострикцией. Электротехника. 1992. № 6-7. С. 40-43.
7. Дробышевский А.А. Совершенствование метода расчета электродинамической стойкости трансформаторов массовых серий с целью снижения их металлоемкости : автореф. дисс. … канд. техн. наук : 05.09.01 / М.: ВЭИ, 1983. 19 с.

8. Дробышевский А.А., Левицкая Е.И. Влияние силы прессовки обмоток на поведение трансформаторов при КЗ. Электротехника. 1979. №11. С. 27-30.
9. Иванков В.Ф., Нижник Л.П. Математические модели электромагнитных полей в трансформаторах. В кн. Математические проблемы энергетики: Сб. науч. тр./АН УССР. Ин–т математики; редкол.: Митропольский Ю.А. (отв. ред.) и др. Киев: Наук. думка. 1988. С. 50-60.
10. Иванков В.Ф. Расчет системы обмоток трансформаторов на действие осевых сил короткого замыкания. Технічна електродинаміка. 2005. № 5. С. 69-74.
11. Изучение динамических процессов в обмотках трансформаторов при коротком замыкании / И. Турние, М. Рихард, А. Синьеро, С. Яков, А. Мэдин, И.Дж. Уитейкер. Трансформаторы: Пер. докл. Международной конф. по большим электрическим системам (СИГРЭ–66) / под ред. С.И. Рабиновича. М.: Энергия, 1968. С. 129-153.
12. Іванков В.Ф. Розрахунок і дослідження шуму силових трансформаторів. Технічна електродинаміка. 2008. № 2. С. 39-43.
13. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. К.: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
14. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
15. Колдербенк В.Дж. Курс программирования на Фортране. М.: Энергия, 1976. Т.4. 72 с.
16. Кулда И., Адам И. Влияние соседних фаз на силы при коротком замыкании в трехфазном трансформаторе. Изв. Вузов. Электромеханика. 1960. №10. С. 45-57.
17. Лазарєв В.І. Електродинамічна стійкість силових трансформаторів (основи теорії, методи розрахунку, засоби забезпечення): автореф. дис…. докт. техн. наук : 05.09.01 / Київ: Інститут електродинаміки НАН України, 2005. 37 с.
18. Лазориу Д.Ф., Бикир Н. Шум электрических машин и трансформаторов. М.: Энергия, 1973. 271 с.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 202с.
20. Лейбензон Л.С. Курс теории упругости. М.-Л.: ОГИЗ, 1947. 464 с.
21. Либкинд М.С. Механические силы в обмотках трансформаторов. Электричество. 1945. № 9. С. 43-47.
22. Лурье С.И., Савельев М.П. Динамические осевые усилия в обмотках трансформаторов. Электричество. 1972. № 6. С. 25-31.

23. Лурье С.И. Осевые силы в обмотках трансформаторов. Электричество. 1972. № 4. С. 23-32.
24. Лурье С.И. Расчет трансформаторов, имеющих запрессовку нескольких обмоток общим кольцом. Электр. станции. 1971. № 6. С. 43-45.
25. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Кириллов В.М. Особенности электромагнитных расчетов и конструкции трансформаторов с резкопеременными нагрузками. Киев: Институт математики АН УССР, 1988. 36 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 88.36).
26. Нижник Л.П., Иванков В.Ф., Кириллов В.М. Численные и экспериментальные исследования трансформаторов с резкопеременными нагрузками. Киев: Институт математики АН УССР, 1988. 40 с. (Препринт / Институт математики АН УССР; 88.37).
27. Носачев В.А., Конторович Л.Н. Математическая модель расчета осевых деформаций изоляции обмоток мощных силовых трансформаторов. Электротехника. 1986. № 6. С. 15-17.
28. Огорелков Б.И. Исследование магнитных полей рассеяния крупных силовых трансформаторов методом скалярного магнитного потенциала и расчет осевых динамических усилий в обмотках: автореф. дисс. … канд. техн. наук: 05.09.01. Л.: ЛПИ, 1972. 15 с.
29. Подольцев А.Д., Конторович Л.Н. Численный расчет электрических токов, магнитного поля и электродинамических сил в силовом трансформаторе в аварийных режимах с использованием Matlab/Simulink и Comsol. Технічна електродинаміка. 2011. № 5. С. 3-10.
30. Поленок Ю.Ф. Опыт применения ANSYS WORKBENCH для расчета на механическую прочность конструкций баков трансформаторов спроектированных в PRO/ENGINEER. В кн. Сборник трудов Шестой конференции пользователей программного обеспечения CAD–FEMGmbH (Москва, 20–21 апреля 2006 г.) / под ред. А.С. Шадского. М.: Полигон–пресс, 2006. 437 с. С. 41-47.
31. Поленок Ю.Ф. Применение программы ANSYS в расчете меатлло-конструкций электрического реактора на сейсмостойкость. В кн. Сборник трудов Четвертой конференции пользователей программного обеспечения CAD–FEMGmbH (Москва, 21–22 апреля 2004г.) / под ред. А.С. Шадского. М.: Полигон–пресс, 2004. С. 102-108.
32. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. М.: Энергия, 1969. 352 с.
33. Применение ANSYS в проектировании силовых трансформаторов и электрических реакторов / М.А. Бики, В.В. Жук, В.Ф. Иванков, Н.В. Сульдин, Г.И. Циер // В кн. Сборник трудов Третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD–

FEMGmbH(Москва, 23–24 апреля 2003г.) / под ред. А.С. Шадского. М.: Полигон–пресс, 2003. 514 с. С. 469-477.

34. Применение матриц к расчету прессующих колец трансформаторов / В.И. Чернов, О.Н. Иванченко, Б.Г. Беликов, Л.И. Ленкова, В.К. Никотинев, С.А. Илиевская. Электротехника. 1975. № 4. С. 53-55.
35. Свирский В.Р., Эйнгорн И.Я. Влияние технологии сборки на шум силовых трансформаторов. Электротехника. 1982. № 119. С. 15-17.
36. Свирский В.Р., Эйнгорн И.Я. Влияние соотношений размеров магнитопровода на шум силовых трансформаторов. Электротехника. 1981. № 9. С. 10-12.
37. Силовые трансформаторы. Справочная книга / под ред. С.Д. Лизунова, А.К. Лоханина. М.: Энергоиздат, 2005. 614 с.
38. Система программ РЭСТ для расчета электродинамической стойкости, потерь и нагревов трансформаторов и реакторов / В.П. Зенова, Е.И. Левицкая, А.И. Лурье, И.Ш. Люблин, А.Н. Панибратец. Электротехника. 1997. № 8. С. 37-44.
39. Справочник по технической акустике / пер. с нем.; под ред. М. Хекла и Х.А. Мюллера. Л.: Судостроение, 1980. 440 с.
40. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / составитель и научный редактор А.И. Лурье. М.: Знак, 2005. 520 с.
41. Andersen Odd.W. home.broadpark.no/~oddwalte/
42. Application of ANSYS for transformer equipment mechanicalcal culations / M.A. Biki, V.V. Zhuk, V.F. Ivankov, N.V. Suldin, G.I. Tsiyer // 21–st CAD_FEMUsers' Meeting 2003 International Congresson FEM Technology, 12–14 november 2003: Berlin, Potsdam, Germany. 8 p.
43. Bertagnolli G. Short–circuit duty of power transformers. Legnano (Milano), Italy: ABB Transformatori, 1998. 200 p.
44. Hori Y., Okyjama K. Axial vibration analysis of transformer windings under short circuit conditions. IEEE Trans. on power apparatus and systems. 1980. Vol. 99. № 2. P. 443-451.
45. Koukoshev Chr. Z. Investigation of the stability of a transformer under effect of axial electrodynamics forces. Proceedings of the scientific jubilee conference "The transformer production is 100 yard". Budapest (18–21 June 1985). Budapest, 1985. P. 361-370.
46. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering. Design and Practice. New York (USA) – Basel (Switcerland): Marcel Dekker, Inc., 2004. 477 p.
47. Lundgren A. On measurement and modelling of 2D magnetization and magnetostriction of SiFe sheets. KTH Reprocental. Stockholm, 1999. 199 p.

48. Patel M.R. Dynamic response of power transformers under axial short–circuit forces. IEEE Trans. on power apparatus and systems. 1973. Vol. 92. № 5. P. 1558-1576.
49. Reyne G., Magnin H., Clerc C. A supervisor for the successive 3D computation of magnetic, mechanical and acoustic quantities in power oil inductors and transformers. IEEE Trans. Magn. 1994. 30. No 5б. Pt 2. P. 3292-3295.
50. Simkovic F. Prispevok k vypoctu hluku transformatora. Transformatory. 1989. 73. S. 33-42.
51. Swihart D.O., Mc Cormik L.S. Short circuit vibration analysis of a shell form power transformer. IEEE Trans. on power apparatus and systems. 1980. Vol. 99. № 2. P. 800-810.
52. Swihart D.O., Wright D.V. Dynamic stiffness and damping of transformer pressboard during axial circuit vibration. IEEE Trans. on power apparatus and systems. 1976. Vol. 95. № 2. P. 721-730.
53. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Assoc.: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.
54. Waters M. The Short–Circuit Strength of Power Transformers. London: Macdonald & Co. (Publishers) Ltd, 1966. 157 p.

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ В СИСТЕМІ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ САПР ТЕР

При проектуванні устаткування визначальна роль відводиться повноті і точності розрахунків параметрів устаткування, розробці його конструкторської документації, що можливо тільки за наявності комплексної САПР. Ефективність САПР забезпечується, як правило, трьома компонентами – розрахунковою підсистемою (РПС), інформаційно-пошуковою (ІПС) і конструкторською підсистемами, а також належною їх взаємодією [12].

Однією з перших комплексних програм, яка забезпечувала розрахунок струмів в обмотках, магнітного поля, електродинамічної стійкості, втрат та нагрівів в обмотках трансформаторів була програма «РЭСТ» [89], починаючи з версії 1975 р. для ЕОМ «Мінськ–22(32). Зв'язаний розрахунок магнітного поля розсіяння, втрат і нагріву обмоток трансформатора постійно описується в багатьох зарубіжних публікаціях, для прикладу – в [98].

Першою галузевою слід вважати САПР трансформаторів класів напруги 35-110 кВ (САПР 35-110), яка в 80-і роки минулого сторіччя пройшла промислову апробацію у ВІТ, а також на «ЗТР» (м. Запоріжжя). Основні принципи САПР 35-110 представлено в роботах [10 – 19]. При цьому наголошувалося [12, 18], що проектування трансформаторів вищих класів напруги і потужностей вимагає значно розвинутих математичних моделей, та програмно-методичних комплексів (ПМК) ніж ті, що використано у вказаній системі. Значна повнота і функціональність математичних моделей забезпечена в САПР ТОН ВІТ [88] за рахунок ПМК по проектному синтезу і оптимізації трансформаторів загального призначення, а також ПМК, які забезпечували можливість проводити електромагнітні, високовольтні, теплові, механічні і економічні розрахунки. Необхідно зазначити, що вказані САПР не розглядають питання проектування таких видів устаткування, як струмообмежувальні і шунтувальні та керовані реактори, сухі трансформатори, трансформатори і реактори з обмотками із стрічки і фольги, а тому не містять в розрахункових підсистемах відповідних ПМК. Певний розвиток математичних моделей з цих питань відображено в [70].

Відносно складних розрахунків, особливо на основі польових моделей, розробниками САПР також приділяється належна увага візуалізації, як вхідних даних, так і результатів розрахунків. Актуальним є завдання розробки для РПС САПР системи пре- і постпроцесорів, що забезпечують спрощення підготовки і контроль вхідних даних, а також підвищення повноти і якості аналізу результатів розрахунків.

У вказаних САПР значна увага приділена ІПС – по аналогах трансформаторів, по актах типових і приймально-здавальних випробувань, по рефератах нормативно-технічної документації і технічних рішень, по архівах розрахункових записок [12, 14, 20, 21, 66]. У [80] представлено підходи до

організації ведення бази проекту з використанням спеціального представлення конструктивних елементів. Украй важливим є забезпечення зворотнього зв'язку між роботою, вдосконаленням ПМК РПС і випробуваннями устаткування [31 – 33], що вимагає розробки і актуального ведення відповідних ІПС.

У комплексних САПР окрім застосування розрахункових процедур та ІПС значну увагу приділено розробці конструкторської документації на основі інтегрування з РПС. Рівень і ефективність таких робіт визначається можливостями спеціального програмного забезпечення (ПЗ) і обчислювальних засобів. Питання створення графічних підсистем в рамках САПР силових трансформаторів в автоматичному та інтерактивному режимах з використанням різних графічних пристроїв розглянуто в [10, 12]. При цьому, необхідно вказати на проблеми формалізації опису устаткування різної структури (трансформатори, реактори), різних класів напруги, схем регулювання, головних вузлів конструкції. Тому відомо обмежене число робіт, в яких представлено успішний досвід автоматизації розробки конструкторської документації. Так, в рамках розробки елементів САПР ТОН, спираючись на можливості програмного забезпечення до графічних пристроїв ЕОМ ЄС, в [5] представлено розроблені процедури розрахунку таблиць і викреслювання схем розкрою електротехнічної сталі (ЕТС) для магнітних систем (МС) силових трансформаторів, а також запропоновано алгоритм побудови розгорток гвинтових обмоток [4]. Інформаційна система трансформаторного виробництва на основі інтеграції процесів проектування, підготовки виробництва і управління представлена в [81]. Практичне впровадження (з 2005 р.) на ЗТР інтегрованої системи твердотільного проектування Pro/ENGINEER забезпечило можливість розробки відповідних програмних процедур передачі даних з РПС в типові параметризовані моделі трансформаторів і реакторів.

Значну увагу у вказаних САПР приділено оптимізаційним розрахункам. На стадії розробки технічних пропозицій актуальними є швидка структурна і розрахункова параметрична оптимізація устаткування. Завдання параметричної його оптимізації формулюється як математичне завдання мінімізації деякої цільової функції при заданих обмеженнях. При цьому, виділяється ряд основних незалежних змінних, що визначають конструкцію устаткування і встановлюються зв'язки між техніко-економічними параметрами його математичної моделі. В якості цільової функції традиційно розглядається мінімізація маси активних матеріалів, втрат, їх вартості, приведених витрат. Даному напряму присвячено значне число робіт дослідників і розробників, в основному, трансформаторного устаткування з масляним охолодженням [12, 15 – 17, 19, 22, 23, 49, 50, 52, 54, 55, 67, 72 – 79, 92, 93, 97, 99]. У ряді робіт розглянуто оптимізацію сухих [71, 86] і зварювальних трансформаторів [62, 63, 84].

Основні підходи у вказаних роботах відрізняються по повноті математичної моделі й власне по методах розв'язку задачі оптимізації. Так, в одній з перших галузевих робіт [92] із застосуванням обчислювальної техніки, при описі математичної моделі використано спрощені рівняння, що визначають реактивний опір головної пари обмоток, їх розміри, масу, омічні втрати, розміри і втрати в МС. Для оптимізації застосовано метод перебору змінних (варійованих) параметрів. У [72] відмічено, що зростаючі вимоги до якості проектних розробок трансформаторів приводять до необхідності все більш точного врахування в математичних моделях фізичних, конструктивних, технологічних і економічних чинників. Тому ефективно використовувати такі прийоми як декомпозицію і агрегатування [74].

У вказаних роботах значну увагу надано методам розв'язку власне задачі мінімізації цільової функції при заданих обмеженнях. Використовуються принципи адаптивної оптимізації, в [16] – евристичний метод керованого пошуку, в [50] – поєднання раціоналізованого перебору і формально-евристичних алгоритмів, в [54] – раціоналізованого перебору і направленого пошуку, в [55] – функціональний аналіз на основі планування експерименту, в [76] – поетапна процедура проектної оптимізації, в [86] – діалогова система проектування сухих трансформаторів, в [97] – методи лінійного програмування, в [100] – методи геометричного програмування. Системні дослідження цих питань узагальнено в книзі [12].

При цьому, разом з однопараметричною, у ряді робіт розглядаються питання багатопараметричної оптимізації [15, 49, 52], зокрема, в [23] – методом автоматичного синтезу узагальненого критерію ефективності, що дозволяє звести векторне завдання оптимізації до скалярного, в [54] – шляхом діалогу «проектувальник-ЕОМ» із спеціальним способом представлення області Парето.

Методи параметричної оптимізації електричних реакторів, зокрема шунтувальних із зазорами в стрижні МС, представлено в роботах [1, 7, 8, 48, 56, 59, 60].

В цьому розділі показано ефективність максимального використання підвищених можливостей сучасних обчислювальних машин при розробці і промисловому використанні ПМК по синтезу і параметричній оптимізації силових трансформаторів та шунтувальних реакторів. Мета досягається двома шляхами. По-перше, – спрощенням процедури оптимізації за рахунок зведення її до раціоналізованого перебору визначальних параметрів і з подальшим вибором оптимального варіанту, який задовольняє заданим обмеженням [90]. По-друге, – вдосконаленням процедур розрахунку конструктивних, електромагнітних, теплових, електродинамічних, вартісних і інших видів обчислень з максимальним використанням польових моделей.

Освоєння зростаючих потужностей і класів напруг трансформаторного устаткування, при одночасному обмеженні габаритів, зменшенні термі-

нів їх розробки і поставки, визначили актуальність створення системи автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів САПР ТЕР [38, 46], основні складові якої і представлено в цьому розділі.

15.1. Структура та функції розрахункової підсистеми

В РПС САПР ТЕР можна виділити п'ять блоків. Перші два – це ПМК по синтезу і параметричній оптимізації конструкції та перевірних розрахунків. Третій – це ІПС для забезпечення зв'язку з заводськими випробуваннями. Четвертий – методики спеціальних досліджень із застосуванням промислових інваріантних систем скінченноелементного аналізу. П'ятий - програмне забезпечення для інтегрування з системою автоматизованого твердотільного конструювання Pro/ENGINEER.

Діалогову форму програмного монітора РПС показано на рис. 15.1. Виклик відповідного ПМК здійснюється в лівій частині форми, в правій – вихід на розділи РПС.

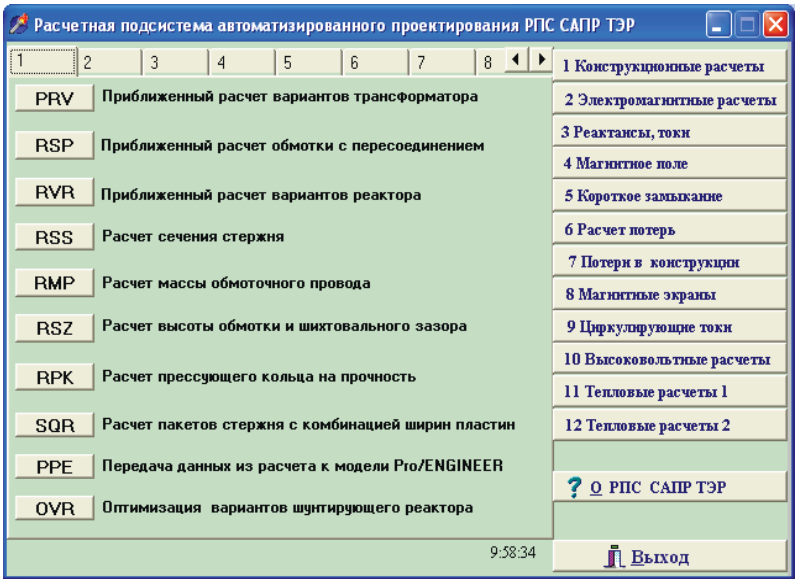


Рис. 15.1

Діалогову форму монітора другого рівня показано на рис. 15.2. Забезпечується виклик анотації на ПМК і документа «Опис застосування» з методикою розрахунку, вказівками по підготовці даних та результатами контрольних розрахунків. Здійснюється навігація по робочих папках користувача, виклик шаблону даних, розрахунок, перегляд результатів в текстовій та в графічній формах. У низку ПМК входять програми графічного відображення ескізів розрахункових моделей і одно- та двовимірних функцій результатів.

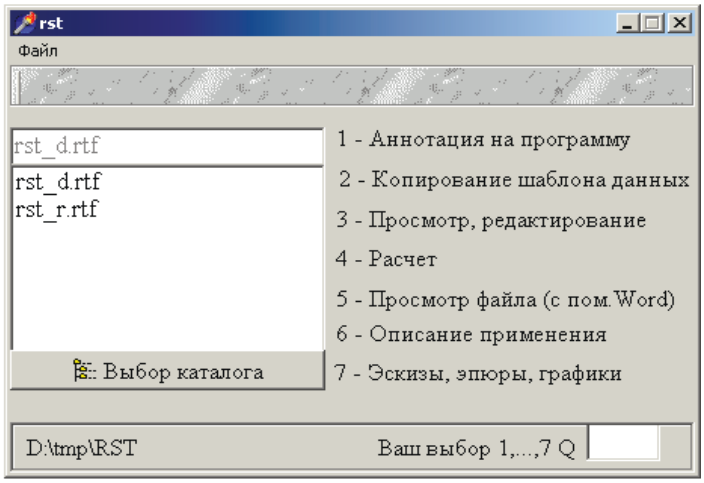


Рис. 15.2

15.2. Синтез і параметрична оптимізація шунтувальних реакторів

Електричні шунтувальні реактори, що є одним із важливих видів енергетичного устаткування, різноманітні за своїми функціями і по конструкції МС [8, 57]. Одними з найпоширеніших є реактори з проміжками в стрижні магнітопроводу. Конструкцію, методики розрахунку таких реакторів розглянуто в роботах [27, 56, 60]. Певний час вставки стрижнів реактора, подібно стрижням трансформатора, набирались з плоскошихтованих пластин ЕТС, різна ширина яких забезпечувала майже циліндричну форму вставки. На крайні пакети ЕТС вставки встановлювались пресувальні плити з немагнітної сталі. Така конструкція мала значні нагріви крайніх пакетів вставок і пресувальних плит від магнітного поля, що випинає в проміжках стрижня, а також значний рівень вібрації та шуму реактора. Розроблялись й інші типи конструкцій, наприклад, без стрижня – з горизонтальними ярмами, з С-подібними магнітними екранами, з броньованою МС [8]. В сучасних конструкціях застосовується радіальне шихтування дисків стрижня, які мають всередині отвір для проходження стяжної шпильки. Повітряні проміжки між вставками заповнюються набором керамічних прокладок циліндричної форми. Така конструкція стрижня разом із спеціальною вставкою в верхньому ярмі в значній мірі вирішує проблеми мінімізації втрат, електродинамічної стійкості, вібрації та шуму.

У вищенаведених роботах значну увагу надано питанням оптимізації реактора. Отримані з використанням спрощених розрахункових моделей аналітичні вирази дозволили описати в певному наближенні основні інтегральні показники реактора (реактивний опір, втрати в обмотці в залежності від розмірів провідників, щільності струму, параметрів стрижня

та індукції в МС) і віднайти аналітичні розв'язки ряду задач оптимізації. В якості цільових функції традиційно розглянуто масу активних матеріалів, втрати, вартість та приведені затрати. Але вже в [7] показано, що аналітичні методи оптимізації основних параметрів реактора недостатні при проектуванні реакторів, для яких експлуатаційні обмеження можуть бути визначальними, а тому, для прикладу, у перелік цільових функцій включено спрощену оцінку міцності провідників при аварійних струмах по величині середнього радіального напруження.

Все ж, можливості аналітичних методів не забезпечують необхідні рівень та комплексність оцінки оптимальної конструкції реакторів. Тому, в зв'язку з постійною актуальністю постачання на сучасний ринок конкурентного та одночасно високо надійного реакторного устаткування, розроблено методику і відповідне програмне забезпечення для визначення основних параметрів оптимальних конструкцій реактора одночасно з детальним розрахунком експлуатаційних параметрів на основі використання польових моделей реакторів для всієї множини варіантів оптимізації. В подальшому, детальні розрахунки магнітного поля, розподілу магнітних потоків в частинах МС, додаткових втрат в обмотці, в баку, нагріву обмотки, нагріву масла в баку та електродинамічної стійкості будемо визначати як перевірні.

Основний зміст розробленої методики (програма **OVR**) [47] полягає в наступному. Аналогічно [56, 59, 60] при зміні таких основних чинників, як розміри дисків стрижня, індукції в МС, щільності струму в обмотці та інше, визначаються основні параметри конструкції реактора з умови забезпечення номінального значення реактивного опору (індуктивності). Це – перший етап синтезу основних параметрів реактора.

Для кожного варіанта основних параметрів синтезованої конструкції виконуються детальні перевірні розрахунки, що є основним змістом другого етапу – параметричної оптимізації.

Синтез основних параметрів реактора. Осьовий переріз однострижневої моделі реактора показано на рис. 6.17. Заданими за технічними умовами є потужність фази реактора (обмотки) $S = UI$, напруга U, струм I, частота f (кругова частота $\omega = 2\pi f$) і, отже, індуктивність $L = U/(\omega I)$. Основними питомими електромагнітними навантаженнями реактора є щільність магнітного потоку (індукція) в стрижні B і струму в провідниках обмотки.

При розрахунковому синтезі реактора використовуються аналітичні визначення індуктивності (6.22) – (6.25) з уточненнями (6.30), (6.31). Незалежні змінні задаються наступним чином:

− індукція в стрижні у вигляді ряду значень в певному діапазоні,

− внутрішні і зовнішні діаметри стрижня, тип шихтування вставок, висоти крайніх вставок у вигляді дискретних, технологічно обґрунтованих значень,

− типи проводів, їх ізоляції, розмірів, що при заданому значенні струму визначає дискретні значення щільності струму в обмотці,

− мінімальна висота обмотки, середня висота горизонтальних охолодних каналів.

Для стрижня вказуються: марка ЕТС, коефіцієнт заповнення сталі в ярмах МС, орієнтовна технологічно допустима висота внутрішніх вставок. Для обмотки вказуються: число і розміри прокладок в радіальних каналах між котушками, число і розміри опорних рейок, розміри кінцевої ізоляції, кілець ємностей та інше. Також задаються інші величини, необхідні для обчислення розмірів, мас деталей конструкції активної частини, баку, об'єму масла, ізоляційних матеріалів та інше.

Для варіанту конструкції обмотки і стрижня реактора, сформованого комбінацією значень змінних параметрів, задача параметричного синтезу реактора зводиться до визначення сумарної висоти немагнітних проміжків в стрижні H_δ шляхом мінімізації з допустимою точністю Δ_L відносної різниці між заданим L і розрахунковим $L_\text{Р}$ значеннями індуктивності $\left|(L - L_\text{Р})/l\right| \le \Delta_L$.

При розв'язку задачі використовуються початкові значення коефіцієнта випинання $\varepsilon^{(0)}$ та радіального розміру обмотки $b_O^{(0)}$. Висота l вікна МС (рис. 6.17) приймається рівною сумі заданої висот обмотки і кінцевої ізоляції. Користуючись цим значенням, та заданими з технологічних міркувань висотами крайніх вставок, крайніх проміжків і орієнтовною технологічно доцільною висотою внутрішніх вставок, за відповідним ітераційним алгоритмом визначаються оптимальне число та висота внутрішніх вставок і повітряних проміжків і уточнене значення $\varepsilon^{(n)}$.

Додатково, з метою конструктивного виконання обмотки із заданих провідників (так звана задача радіальної розкладки обмотки), виконується ітераційна процедура уточнення ширини обмотки $b_O^{(k)}$.

Для прийнятих у конструктивному варіанті значень внутрішнього та зовнішнього діаметрів вставки розраховуються розміри пластин ЕТС, які забезпечують при їх радіальній шихтовці виконання технологічних вимог автоматизованого порізу сталі на відповідному устаткуванні та максимальне заповнення сталлю перерізу вставки.

Перевірні розрахунки варіантів реактора. *Розрахунок магнітного поля реактора*. У розробленому ПЗ **OVR** [47], як основну розрахункову прийнято одностріжневу замкнену циліндричну модель М-ЗЦ з аналітичним розв'язком відповідної крайової задачі (див. розділ 1 та роботу [34]).

Стрижень реактора представляється у вигляді ізотропного циліндра з скінченною магнітною проникністю. По висоті стрижень обмежується горизонтальними півпросторами ідеальних феромагнетиків. Усередині вікна розрахункової моделі розташовується обмотка реактора, а на поверхні стрижня – фіктивні обмотки, що імітують повітряні проміжки [59]. Лінійна щільність сил фіктивних обмоток намагнічування дорівнює напруженості магнітного поля в проміжках і спрощено визначається за законом повного струму ампер-витками обмотки. Нехтуються незначні падіння магнітної напруги усередині феромагнітних вставок стрижня і ярем магнітної системи та магнітне поле поза обмоткою.

Для умов вказаної моделі виконується розрахунок складових магнітного поля для трьох цілей. Перша – в котушках обмотки для наступного розрахунку додаткових втрат і стійкості при аварійних струмах, друга – на поверхні горизонтальних ярем для визначення потоку, що входить в магнітну систему додатково до основного потоку, третя – для розрахунку втрат в баку.

Розрахунок додаткових втрат в обмотках проводиться в кожній котушці, як від радіальної, так і від осьової складової магнітного поля. При цьому використовуються відомі алгоритми [58] – так звані формули Фільда. Сумарно з основними втратами визначаються повні втрати в кожній котушці і в обмотці. Отримані значення враховуються при визначенні сумарних втрат в реакторі, а також при розрахунку нагріву обмотки.

Розрахунок параметрів електродинамічної стійкості виконується також для кожної котушки. З використанням розрахункових модулів програми **RST** [46] розраховуються середня механічна радіальна напруга, радіальна напруга розтягування та деформація провідників за методами, що наведені в [96].

Розрахунок втрат в МС виконується з використанням відомих залежностей питомих активних втрат в ЕТС від індукції для вживаної марки сталі. При цьому, використовуються коефіцієнти місцевих збільшень втрат в місцях стикування і перешихтовки пластин, а також коефіцієнти на технологію обробки сталі і шихтування МС [53]. Додаткові коефіцієнти вводяться при розрахунку втрат у вставках стрижнів для врахування нерівномірності розподілу магнітного потоку по їх перерізу.

При розрахунку індукції в торцевих і вертикальних ярмах МС реактора додатково враховується доля магнітного потоку, що входить від обмотки в торцеві ярма. З цією метою, по замкнутій циліндричній моделі М-ЗЦ проводиться розрахунок нормальної складової індукції до верхньої границі розрахункового вікна, яка встановлюється на рівні нижньої площини верхнього ярма.

Розрахунок нагріву обмотки проводиться по галузевих методиках залежно від виду охолодження реактора [82, 83]. Середній нагрів обмотки визначається по сумарних втратах в обмотці з урахуванням заданих розмі-

рів радіальних і осьових каналів охолодження та заданої середньої температури масла в баку. Середній і максимальний нагрів найбільш нагрітої точки (ННТ) верхньої котушки визначається з урахуванням розмірів прилеглих каналів охолодження і заданої температури верхніх шарів масла. За наявності внутрішніх осьових каналів охолодження розрахунок втрат в котушках і нагріви обчислюються для кожного концентра.

Розрахунок втрат в баку введено до складу процедур розрахункового синтезу, оскільки доля втрат в баку реактора є визначальною для сумарних додаткових втрат в конструкції реактора. Для кожного варіанту розрахунок втрат в баку виконується за методикою [41]. При розрахунку квазітривимірного магнітного поля реактора в повітрі по контуру бака також використовується замкнена циліндрична модель М-ЗЦ стрижня з фіктивними обмотками на поверхні стрижня в місцях розташування повітряних проміжків по методу [58, 59]. Зниження втрат за рахунок застосування шунтів на баку враховується завданням емпіричних коефіцієнтів.

Сумарні втрати реактора визначаються як сума втрат в МС, основних і додаткових втрат в обмотці, втрат в баку, а також заданих наближених значень втрат у відведеннях, від циркуляційних струмів в обмотці, втрат в стяжній шпильці і втрат в електросиловому устаткуванні СО (для системи Д).

Розрахунок конструкційних параметрів. До цієї групи відносяться: розрахунки розмірів; маси вставок (дисків) стрижня; торцевих і вертикальних ярем МС, керамічних прокладок в проміжках між дисками стрижня, маси дроту і ізоляції обмотки, пресувальних ярем, пресувальних кілець, елементів головної ізоляції, бака, об'ємів і маси масла (у тому числі в розширнику) та ін. Спільно із заданими масами введень, трансформаторів струму та СО визначається транспортна і повна маса реактора. Ці дані дозволяють досить повно скласти калькуляцію вартості матеріалів і виготовлення реактора.

Контрольовані параметри (обмеження). За результатами розрахунку контролюються такі параметри: висота обмотки і МС, втрати в МС, сума основних і додаткових втрат в обмотці, втрати в баку; загальні втрати; середній нагрів і температура ННТ в обмотці; маси сталі МС і дротів обмотки, сумарна маса активних матеріалів, вартості втрат і активних матеріалів, механічна напруга в дротах при аварійному струмі. Вказані параметри виступають як обмеження, які дозволяють практично повністю задовольнити наявні транспортні і експлуатаційні вимоги.

Цільові функції. На підставі вимог замовника або при розробці постачальником ряду альтернативних пропозицій можуть бути прийняті наступні цільові функції.

Повна маса реактора, яка обчислюється, як сума маси сталі МС (включаючи маси ярем, вставок стрижня), фарфорових прокладок в про-

міжках стрижня, обмотувального дроту (з ізоляцією), ізоляційних деталей обмотки (опорних рейок і прокладок, ізоляційних циліндрів, деталей кінцевої ізоляції), конструкційної сталі ярмових балок, бака, масла (у баку, в розширнику, в СО) та інших елементів комплектації (трансформаторів струму, введень, СО та і т.п.).

Сумарні втрати.

Вартість матеріалів, що розраховується за складовими ваги реактора і їх питомій ціні.

Повна вартість розраховується стандартним (спрощеним) чином − через коефіцієнт співвідношення повної вартості до вартості матеріалів.

Приведені витрати розраховуються як сума повної вартості і витрат на експлуатаційні потреби за умови визначення замовником їх значень на одиницю активних втрат.

Визначення оптимальної комбінації вказаних величин (у вигляді цільової функції) і є завданням етапу параметричної оптимізації реактора.

Програмне забезпечення. Програма **OVR** працює в двох режимах представлення результатів. У початковому режимі виводяться скорочені таблиці для усіх варіантів, які задовольняють заданим обмеженням. Після сортування варіантів по заданій цільовій функції першим в таблицях видається варіант з її мінімальним значенням. Цей варіант, якщо не внесено додаткових міркувань, приймається як оптимальний. Після аналізу скорочених таблиць замовляється виведення повних таблиць результатів перевірних розрахунків для вибраних варіантів.

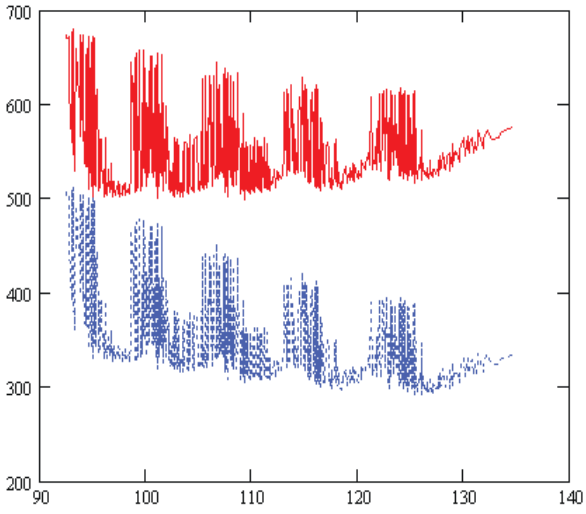


Рис. 15.3

Приклад параметричної оптимізації реактора. Як приклад, на рис. 15.3 показано в умовних одиницях залежності приведених витрат $З$ (верхній графік) і вартості втрат $З_P$ від вартості активних матеріалів $З_{AM}$ для однофазного реактора потужністю 30 МВАр.

Обидві залежності є немонотонними в результаті дискретності змінних параметрів. Всього варіантів, які задовольняють заданим обмеженням, в даному прикладі отримано і відображено на графіку близько тисячі. Нижні обвідні вказаних залежностей показують, що існує область мінімуму $З$ у початковій частині графіку. Обвідна $З_P$ знижується відповідно до збільшення матеріалів – кінцева частина графіку. Зауважимо, що для кожного з безлічі розрахункових варіантів величини сумарних втрат P_Σ, втрат в баку $P_Б$, додаткових втрат в обмотці від радіальної P_{BR} і осьової P_{BZ} складових індукції магнітного поля та втрат в МС P_{MC} до певної міри залежать від положення крайніх немагнітних проміжків між дисками стрижня по відношенню до верхнього і нижнього краю обмотки.

Це співвідношення, при заданій висоті обмотки, може бути визначено висотою крайньої вставки (h_K на рис. 6.17), яку вказують у вхідних даних до розрахунку в якості змінної величини. На рис. 15.4 показано залежність цих величин від визначеного номером N розміру крайнього диска при фіксованому наборі інших змінних. Отримані залежності підтверджують відмічений в [58, 59] значний вплив цього співвідношення на втрати в баку $P_Б$. Слід вказати на значну залежність від цього співвідношення додаткових втрат P_{BR} в обмотці від радіального магнітного поля, незначу - для втрат P_{BZ} від осьвого поля та незначну залежність втрат в МС P_{MC}. Певні зміни зазнають сумарні втрати P_Σ.

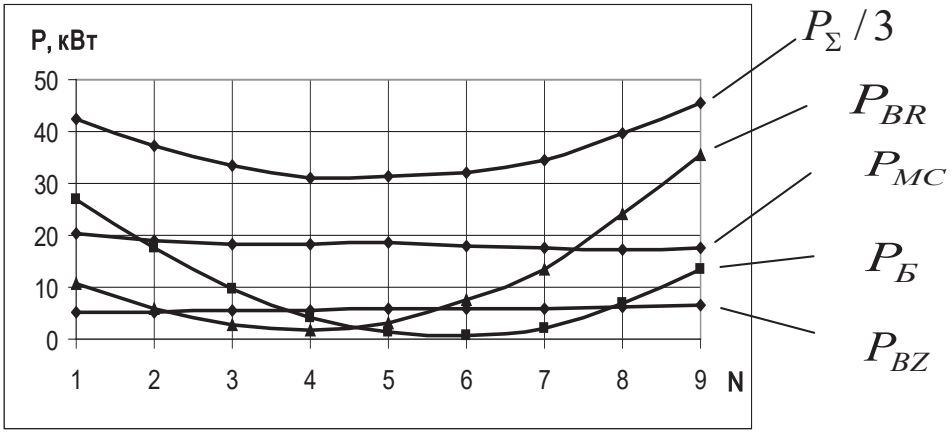


Рис. 15.4

Досвід застосування розробленої методики і програмного забезпечення синтезу і розрахунку оптимальних конструкцій реакторів показав досить високу точність розрахунку основних техніко-економічних і експлуатаційних характеристик, а саме: індуктивностей, втрат, нагріву, електродинамічної стійкості, вагових та габаритних показників і вартостей. Все це мінімізує ризики відхилення від указаних параметрів на етапі детальної розробки конструкції.

Розроблене програмно-методичне забезпечення **OVR** входить в розрахункову підсистему [46] і застосовується, як при розробці технічних пропозицій, так і при виконанні замовлень.

15.3. Параметрична оптимізація силових трансформаторів

Для синтезу і параметричної оптимізації трансформаторів розроблено ПМК з умовним позначенням **PRV** (наближений розрахунок варіантів). В основу покладено комп'ютерну математичну модель для визначення основних параметрів одно- та трифазного силового трансформатора (автотрансформатора) з котушковими або шаровими обмотками з комплексом перевірних розрахунків технічних і експлуатаційних характеристик.

Прийнято [9] наступні основні положення. Традиційно, завдання параметричного синтезу трансформатора визначають як підбір його основних параметрів для забезпечення заданої потужності при заданих номінальній напрузі, струмі і частоті. Номінальну потужність трансформатора може бути визначено добутком питомих електромагнітних навантажень (індукції магнітного поля, щільності струму в обмотках) на площі поперечних перерізів активних матеріалів – стрижня МС і обмоток при будь-якій їх комбінації. Насправді, поле допустимих варіацій вказаних параметрів звужується за рахунок різноманітних технічних обмежень (імпедансів, нагрів, стійкості при коротких замиканнях, електричної міцності, умов транспортування, шуму, терміну служби та ін.).

Попередньо, в результаті неформалізованого етапу структурної оптимізації, визначають розміщення обмоток на стрижні, виділяючи так звану основну пару обмоток із варійованими щільностями струму в перерізах їх провідників.

Подібно до [92], визначається набір основних варійованих змінних величин: індукції в стрижні МС; діаметри стрижня; щільності струму в перерізі провідників головної пари обмоток. При їх варіації, по відомих залежностях основних параметрів силового трансформатора [24, 64, 91] змінюються геометричні розміри МС і обмоток, їх маси і співвідношення між ними; втрати холостого ходу, короткого замикання і співвідношення між ними. Відповідно змінюються вартості трансформатора і втрат.

Для кожного варіанту синтез розрахункової моделі трансформатора полягає в підборі висоти обмоток з умови забезпечення заданого імпедан-

су (в основному індуктивного опору – по Роговському). Для трансформаторів малої потужності враховується активна складова імпедансу.

У програмі **PRV** [46] використовуються наступні групи даних: номінальні й інші необхідні зовнішні дані трансформатора (потужність, напруга, частота, імпеданс та ін.); електрична схема і загальне конструктивне виконання трансформатора; опис схем з'єднання обмоток і їх частин для розрахунку імпедансу; розміри електричної ізоляції; ознаки використовуваних активних матеріалів; параметри обмотувальних дротів (перерізи, ізоляція); початкові значення охолодних каналів; щільності струму не основних обмоток; поточні ціни на активні матеріали; питомі капіталізовані вартості втрат; варійовані змінні та параметри для синтезу і оптимізації параметрів СО.

В якості цільової функції оптимізації (параметра мінімізації) можуть виступати вартісні і фізичні величини: маса активної сталі, обмотувального дроту, активних матеріалів; транспортна маса і висота активної частини; втрати холостого ходу і короткого замикання та сумарні втрати.

Обмеженнями можуть виступати ті ж величини, які можуть використовуватися для вибору цільової функції оптимізації, а також норми нагріву, коефіцієнти запасу стійкості при коротких замиканнях, магнітна індукція в МС і щільності струму в обмотках та параметри радіаторів.

Набір вхідних і вихідних даних, що відповідає поточній комбінації варійованих змінних, складає один розрахунковий варіант трансформатора. Розрахунки робляться циклічно для усіх можливих комбінацій варійованих змінних, внаслідок чого формується масив розрахункових варіантів (їх звичайно декілька сотень або тисяч). За заданими умовами включається процедура підбору горизонтальних охолодних каналів в обмотках для забезпечення заданих допустимих нагрівів.

Подібно до ПМК **OVR** для розрахункової оптимізації реакторів, програма **PRV** використовує основні модулі програм перевірних розрахунків. При цьому забезпечується розрахунок імпедансу при довільних схемах з'єднання обмоток (по процедурах програм **RLI, RXK**), нагріву обмоток (**TKL, TSL**), параметри динамічної (**RST**) і термічної (**TKZ**) стійкості при коротких замиканнях, втрат і струму неробочого ходу (**PXX**), магнітного поля польовим методом (**МРТОРР**) і, на його основі, – додаткових втрат в обмотках (**RST**), розрахунок СО (**RCO, ODC**), шуму (**RZP**), ємностей обмоток (**REO**). Усі вказані програми входять до основного складу перевірних програм РПС [46], що забезпечує необхідну точність визначення технічних і експлуатаційних параметрів трансформатора.

Розрахунками визначаються: основні розміри і маси МС і обмоток; питомі електромагнітні навантаження (індукція в МС і щільності струму в обмотках); втрати і їх розподіл по частинах конструкції; імпеданс для заданих схем з'єднань; перевищення температур обмоток та їх ННТ; коефіцієнти запасу стійкості при коротких замиканнях; параметри оптимальної

СО, нагрів масла в баку, шум, ємності обмоток. Також визначаються вартісні показники: активної сталі, обмотувального дроту, активних матеріалів, комплектації СО, втрат неробочого ходу, короткого замикання, сумарних втрат та повні витрати.

Для усіх варіантів конструкції активної частини та бака визначаються варіанти оптимальних параметрів СО (див. розділ 10 та роботу [2]). Таким чином, загальне число варіантів дорівнює поєднанню варіантів активної частини і СО. Якщо варіант не задовольняє обмеженням, то він відкидається і в масив аналізованих варіантів не включається. Видається інформація про спрацьовування обмежень.

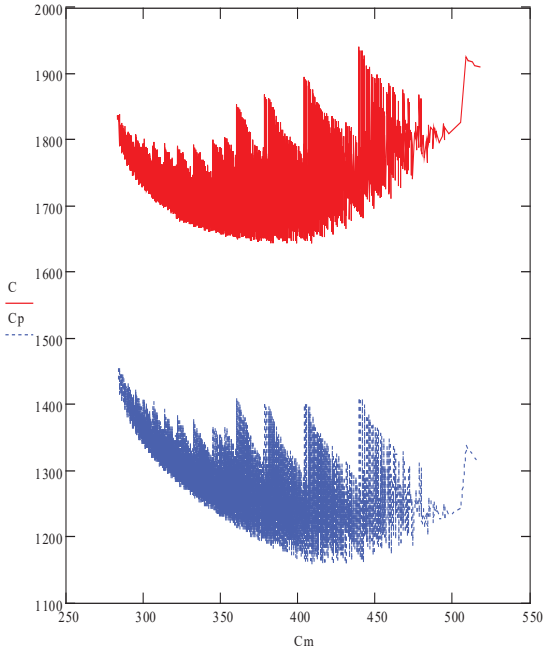


Рис. 15.5

При однокритеріальній оптимізації [90] після розрахунку масиву варіантів робиться їх сортування, тобто вони розташовуються в порядку спадання значення параметра, що мінімізується. Після сортування варіант, що займає в масиві перше місце, розглядається як оптимальний по замовленому параметру.

Мінімізація повних витрат є основним, хоча і не єдино можливим завданням розрахункової оптимізації трансформаторів. Цільовою функцією в цьому випадку є повні витрати $C = C_T + C_P$, де C_T, C_P – продажна ціна трансформатора і капіталізована вартість втрат електроенергії в трансформаторі. Як основний ціноутворюючий параметр вартості трансформатора прийнята вартість активних матеріалів C_m.

На рис. 15.5 приведено характерні графіки залежностей повних витрат і вартості втрат від вартості активних матеріалів, які отримано при розрахунку трансформатора типу ТДЦН потужністю 320 МВА.

Графіки відображають усю безліч розрахункових варіантів, за виключенням варіантів, що відкинуто програмою як ті, що не задовольняють заданим обмеженням.

З графіків видно наступне. Обидві залежності мають пилкоподібну "коливальну" форму з досить великим розмахом амплітуд, тобто є істотно немонотонними через дискретність варійованих параметрів. В той же час нижні обвідні обох графіків змінюються монотонно. Розрахунковий мінімум повних витрат дорівнює 1650 умовних одиниць при вартості матеріалів 410 умовних одиниць. Нижня обвідна повних витрат в області розрахункового мінімуму змінюється досить плавно, тобто рівень 1650 умовних одиниць можна отримати і при меншій або більшій вартості матеріалів. При цьому вартість втрат при зменшенні вкладених матеріалів збільшується. Якщо ж вкласти матеріали більше ніж 410 умовних одиниць, то вартість втрат спочатку трохи зміниться, а потім також почне зростати. Варіант із здешевленням матеріалів може бути привабливішим.

Досвід застосування ПМК **PRV** показав [9], що точність визначення основних параметрів на основі застосованих методів електромагнітних розрахунків в необхідній мірі відповідає точним перевірним розрахункам.

15.4. Програмно-методичні комплекси розрахункової підсистеми

Блок програмно-методичних комплексів з перевірних розрахунків розбито на розділи з конструкційних, електромагнітних, високовольтних та теплових розрахунків. Значну частину ПМК розроблено за алгоритмами, які розглянуто в попередніх розділах книги. Приведемо їх короткий опис з посиланням на відповідні основні публікації та нормативні галузеві документи.

Розділи «Конструкційні розрахунки», «Електромагнітні розрахунки» містять програми оптимізації **PRV** і **OVR;** розрахунку оптимального перерізу стрижня МС трансформатора **RSS;** маси різних типів проводів обмоток **RMP;** коефіцієнтів трансформації **RKT;** корисної дії **KPD;** падіння напруги **PDN;** рівня звуку **RZP;** розрахунку індукції в МС при навантаженні **RIN** та ін.

Розділ «Реактанси, струми» забезпечує розрахунок струмів включення **TVK**, струмів при однофазному короткому замиканню (КЗ) **TKO**, опору і втрат в системі відведень **RSO**, струмів КЗ трансформаторів в триобмоткових режимах **RTK**, струмів навантажень **RTN**, номінальних величин трансформатора **RNV**, індукції в МС при навантаженні **RIN** [30].

Розрахунок парних реактансів методом середньо геометричних відстаней, вхідного опору і струмів КЗ трансформатора виконується за про-

грамою **RXK** [94]. При заданій електричній схемі з'єднання з джерелами напруги розв'язується відповідна система рівнянь Кірхгофа.

Для розрахунку індуктивностей, реактансів, розподілу струмів трансформаторів, електричних реакторів із замкненими електричними екранами застосовується програма **RLI** [25, 37]. Внутрішній і зовнішній циліндри моделі мають скінченну магнітну проникність. Усередині циліндричного паза з горизонтальними півпросторами ідеальних феромагнетиків розташована довільна система провідних кругових кілець. Використовується розв'язок відповідної крайової задачі і явні вирази для власних і взаємних індуктивностей кругових кілець у вигляді рядів Бесселя-Фурье. Струми в гілках схеми заміщення визначаються шляхом розв'язку рівнянь Кірхгофа. Виконується також розрахунок складових магнітної індукції для активних і реактивних струмів в обмотках.

У розділ «Магнітне поле» входять програми, що ґрунтуються на різних однострижневих плоскопаралельних, плоскомеридіанних та квазітривимірних розрахункових моделях [36].

Програма розрахунку магнітного поля в обмотках відкритої плоскопаралельної моделі трансформатора **MPTOPP** використовує систему плоских шин, які замінюють частини обмоток з постійною щільністю ампервитків по їх перерізу, а стрижень, ярма, бак та бічні ярма враховуються методом віддзеркалення.

У програмі **MPTDFP** розрахунку магнітного поля плоскопаралельної моделі трансформатора дискретні феромагнетики еквівалентують пресувальні кільця з конструкційної сталі, виті кільця з ЕТС, полиці і стінки ярмових балок та магнітні екрани. Вторинні джерела на поверхні феромагнетиків визначаються методом інтегральних рівнянь [40].

Розрахунок магнітного поля замкненої циліндричної моделі виконується за процедурою **MZC** [34]. Використовується, аналогічно як і для програми **RLI**, модель у вигляді тороїдального паза прямокутного перерізу, бічні стінки якого є поверхнями феромагнітних циліндрів з скінченними значеннями магнітних проникностей.

Для визначення магнітного поля шунтувальних реакторів використовується програма **MPR** [41]. Первинне поле моделі - це поле, створене силами намагнічування в обмотках, які розташовані у феромагнітному пазу (процедура **MZC**). Вторинне поле, яке враховує дискретні ізотропні феромагнетики, визначається методом інтегральних рівнянь.

Розділ «Коротке замикання» забезпечує розрахунок втрат в обмотках та електродинамічної стійкості трансформаторів і реакторів.

Програма розрахунку магнітного поля, втрат та електродинамічної стійкості обмоток при КЗ **RST** є однією з версій системи програм РЭСТ [89] і містить три частини. В першій частині програма забезпечує визначення складових магнітної індукції в котушках обмоток трансформатора. В другій частині програма забезпечує визначення основних і додаткових

втрат від вихрових струмів в провідниках котушок за методиками викладеними в [58]. В третій частині програма забезпечує визначення механічних осьових сил і напружень, напружень осьового згину, радіальних середніх і критичних напружень, напружень стиску та розтягу від радіальних сил, сумарних напружень, абсолютних і відносних деформацій дротів та сили пресування. Програма також використовується для розрахунку реакторів за умови розрахунку складових індукції магнітного поля з використанням програм **MPR, RLI**.

Програма розрахунку сил пресування обмоток з урахуванням динаміки осьових сил КЗ **RDO** [44] призначена для аналізу електромеханічних процесів в системі обмоток, які знаходяться під спільним пресувальним кільцем. Процес досліджується з урахуванням розподілених по висоті обмоток електромагнітних сил, сил інерційного руху мас обмоток, пружно-в'язких властивостей ізоляції та характеристик жорсткості опорної конструкції. Нелінійна система диференційних рівнянь руху інтегрується явним однокроковим методом.

В розділі «Розрахунок втрат» програма **PXX** призначена для розрахунку втрат і струму неробочого ходу трансформатора із стрижневою, броневою і бронестрижневою шихтованими МС. Виконується розрахунок об'ємів стрижнів, вертикальних і горизонтальних ділянок торцевих, бічних ярем, кутових ділянок Г- і Т-типу при різних видах стиків. Втрати і потужність намагнічування розраховуються по експериментальних залежностях з врахуванням технологічних чинників [53].

Розрахунок сумарних додаткових втрат в елементах конструкції трансформатора виконується програмою **PST** за результатами випробування трансформатора-аналога.

Для розрахунку втрат в баку трансформатора використовується програма **PBT** [41]**.** Розраховується дотична напруженість, нормальна індукція магнітного поля на поверхні бака, поверхневі втрати і перевищення температури бака над температурою охолодного масла. Магнітне поле трансформатора в повітрі по контуру бака розраховується як квазітривимірне шляхом просторового накладання полів обмоток стрижнів трансформатора та просторової системи відведень. На поверхні бака поле визначається з урахуванням коефіцієнта впливу на просторові гармоніки поля по висоті бака. При цьому враховується нелінійна залежність еквівалентної магнітної проникності бака від напруженості поля. Втрати обчислюються по квадрату напруженості поля і відповідному поверхневому опору.

Для розрахунку втрат в баку шунтувальних реакторів призначена програма **PBR** [41]**,** яка подібна програмі **PBT**. Основна її відмінність в методиці розрахунку магнітних полів стрижнів. Для цього використовується циліндрична модель програми **MPR** з дискретними феромагнітними елементами - вставками стрижня з ЕТС.

Для конструювання шунтів на баку трансформатора застосовується

програма **DST** [41]. Після роботи програми **PBT** на поверхні бака поле обчислюється з урахуванням локального розташування вертикальних і горизонтальних магнітних екранів. За наслідками різного їх завантаження магнітним потоком можна визначити шунти з різним поперечним перерізом з метою економії ЕТС. Для визначення місцевих і загальних втрат в баку реактора з магнітними екранами на баку застосовується програма **DSR** [41], яка пов'язана з програмою **PBR.**

Програма **PNB** [42] призначена для розрахунку вихрових струмів, місцевих і загальних втрат в немагнітних ярмових балках. Квазітривимірне магнітне поле в повітрі по контуру балки визначається за програмою **PBT** для трансформатора і за програмою **PBR** для реактора шляхом завдання розрахункової поверхні, яка геометрично співпадає з поверхнею полиць і стінки балки. Для визначення вихрових струмів і втрат в немагнітній балці застосовується модель еквівалентної прямокутної немагнітної пластини. Програма використовується також для розрахунку частин стінок баків реактора, які виконуються з немагнітної конструкційної сталі [41].

У розділ «Втрати в конструкції» входять програми з розрахунку втрат і оцінки нагріву окремих деталей кістяка і систем пресування трансформатора і реактора.

У програмі розрахунку пресувального кільця з немагнітної сталі **NKL** застосовано спрощений розв’язок для прямокутної пластини. Зниження втрат при установці на поверхні кільця магнітних екранів враховується емпіричним коефіцієнтом. Нагрів визначається через усереднені втрати і коефіцієнт тепловіддачі з урахуванням закриття кільця твердою ізоляцією. Точніший розрахунок розподілу вихрових струмів методом інтегральних рівнянь, втрат та нагріву методом скінченних елементів розрізного кільця з немагнітної сталі виконується по методиці, яку приведено в [26, 45].

Для пресувального кільця з феромагнітної сталі по програмі **FKL** виконується розрахунок поверхневих втрат при відомому розподілі нормальної складової індукції магнітного поля. Використовується експериментальна залежність питомих поверхневих втрат від настилу магнітного потоку, що проходить в поверхневому шарі товщиною, яка дорівнює глибині проникнення електромагнітної хвилі [58]. Зниження втрат при установці магнітних екранів визначається експериментальним коефіцієнтом.

Завантаження магнітним потоком та нагрів витого з ЕТС пресувального кільця визначається наближено за програмою **VKL** по співвідношенню параметрів даного кільця і кільця-аналога.

Для розрахунку ярмової балки з немагнітної сталі застосовуються дві процедури - для горизонтальної полиці **NPB** і вертикальної стінки **NSB.** Використовується наближений аналітичний розв’язок для тонкої немагнітної пластини. Поправочні коефіцієнти враховують конфігурацію полиці стінки, вид епюри поля, співвідношення ширини і довжини полиці і стінки, довжину шляху вихрового струму і наявність шунтів з ЕТС. При роз-

рахунку нагріву враховується передача тепла між полицею і стінкою балки.

Розрахунок втрат в полиці і в стінці ярмової балки з конструкційної феромагнітної сталі виконується за процедурами **FBL** і **FSB.** На поверхні балки вираховується нормальна складова магнітної індукції, настил магнітного потоку і поверхневі втрати**.** Зниження втрат і нагріву при установці магнітних екранів враховується експериментальним коефіцієнтом.

Для розрахунку пресувальної пластини і крайнього пакету стрижня МС використовується модель тонкої немагнітної пластини при заданому нормальному полю до їх поверхні. У програмі розрахунку пресувальної пластини **PPL**, на відміну від набору стандартних епюр [61], використовується розв'язок у вигляді ряду Фур'є для довільної по довжині пластини епюри поля [35]. Визначаються місцеві і сумарні втрати. Аналогічна процедура **KRP** застосовується до крайнього пакету стрижня МС трансформатора.

При розрахунку втрат в баку трансформатора від магнітного поля відведень із значними значеннями робочих струмів по програмі **PBO** використовується ряд розрахункових моделей [35], що дозволяють визначити складові магнітної індукції, напруженості магнітного поля, вихрових струмів, місцевих і загальних втрат в немагнітних і феромагнітних частинах конструкції. Якщо струми відведень багатофазні, то для частин з немагнітних матеріалів виконуються розрахунки для проекцій струмів на дійсну та уявні осі. У подальшому вихрові струми в розрахункових частинах баку складаються векторно.

У розділ «Магнітні екрани» входять процедури **EKM** для розрахунку параметрів магнітних екранів у вигляді пакетів пластин ЕТС на пресувальних кільцях, екранів радіального дугового, повздовжнього і комбінованого типів на ярмових балках. Вважається відомою нормальна до поверхні екрану індукція магнітного поля, яка на дискретних феромагнетиках визначається за програмою **DFP**. Розрахунок екранів полягає у визначенні товщини пакету за умови допустимої індукції насичення.

Розділ «Циркуляційні струми» включає програми по розрахунку циркуляційних струмів і втрат в різних типах обмоток, а також оптимізацію транспозиції по методиках, які наведено у [95]. Програма **OTH** призначена для оптимізації розташування перекладень в дво-, три- і чотириходових гвинтових обмотках з транспозицією Хобарта. Втрати в таких обмотках вираховуються програмою **PCT**. Розрахунок циркуляційних струмів і додаткових втрат від недосконалості транспозиції в котушкових обмотках виконується за програмою **CTK**. Програма розрахунку розподілу струму і транспозиції в гвинтовій обмотці з транспонованого проводу **CTV** визначає координати перекладень оптимальної транспозиції і розраховує циркуляційні струми в багатоходових, багаторядних гвинтових обмотках. Для оптимізації перекладень транспозиції в одноходових гвинтових обмотках з

простого проводу із зосередженими транспозиціями використовується програма **OPT**.

В розділі «Високовольтні розрахунки» визначення дії перенапруг в обмотках трансформатора виконується по програмі **VLN** [6]. За даними МС, обмоток та їх з'єднаннями, програма формує схему заміщення багатообмоткового трансформатора, розраховує ємності між елементами та власні і взаємні індуктивності елементів. На основі матриць ємностей і індуктивностей та параметрів високовольтних дій розраховуються власні частоти і амплітуди коливань, початковий і кінцевий розподіл напруги у вузлах схеми. Діючі напруги між котушками порівнюються з допустимими, чим визначаються коефіцієнти електричної міцності подовжньої ізоляції.

Програма **EPC** [28] методом скінченних різниць моделює електричне поле і оцінює запаси міцності головної ізоляції між обмотками в зоні середини їх висоти.

Комплекс програм **EPK_P** призначено для визначення параметрів електричного поля і оцінки запасів електричної міцності головної ізоляції трансформатора в проміжках між обмотками − до стрижня та бокового ярма МС, до пресувальних кілець, до баку, в зоні середини висоти обмоток. Розрахунок електричного поля виконується по програмі AXIAL-2000 методом інтегральних рівнянь [51]. Коефіцієнти запасу електричної міцності головної ізоляції визначаються за допомогою програми **EPZ** по методиці, яку наведено у [87].

За програмою **REO** обчислюються ємності для проміжків між обмотками, до стрижня, ярем, до баку. Програма **RRR** призначена для розрахунку процесу реверсування регулювальної обмотки за наявності і відсутності шунтувального резистора, навантаження на резистор в робочому і випробувальних режимах і для вибору або перевірки його параметрів.

В розділі «Теплові розрахунки» використовуються програми розрахунку перевищення середньої та температури найбільш нагрітої котушки обмоток (**TKL**) і циліндричних багатошарових обмоток (**TSL**) над маслом і над температурою охолодного середовища для трансформаторів та реакторів з системами охолодження М, Д, ДЦ і Ц по методиках [82, 83]. Для оцінки температури обмотки після КЗ використовується процедура **TKZ**.

Програма **TOT** визначає нагрів зовнішніх і внутрішніх відведень масляного трансформатора. Розрахунок проводиться для ізольованих і неізольованих відведень круглого, прямокутного перерізу та з ізольованих провідників.

При тепловому розрахунку стрижня МС масляного силового трансформатора за програмою **TRM** використовується аналітичний розв’язок задачі для пакету шихтованої сталі прямокутного перерізу з анізотропною теплопровідністю (див. підрозділ 11.2).

Для теплового розрахунку систем охолодження М і Д прямотрубними радіаторами застосовується процедура **RMD.** Визначаються параметри

стандартизованого ряду охолоджувачів, достатніх для забезпечення заданого нагріву масла та обмоток в трансформаторі.

Програма **RCO** призначена для теплового розрахунку систем охолодження М/Д/ДЦ із плоскоштампованих радіаторів. Розрахунок за методикою [2] поширюється на системи охолодження навісні без колектора та виносні або встановлені на колекторі, з поперечним і вертикальним обдуванням вентиляторами. Програма передбачає два варіанти розрахунку: перший – при заданому числі радіаторів обчислюються температурні параметри масла в баку, найбільш нагрітої обмотки й ННТ; другий – визначення необхідного числа радіаторів, при яких задовольняються умови нормування температур.

Для визначення параметрів охолоджувачів систем охолодження ДЦ використовується процедура **ODC.**

Програма **OWF** призначена для теплового розрахунку систем охолодження Ц і НЦ. У результаті розрахунку визначаються кількість і параметри масляних охолоджувачів та масляних насосів, які необхідні для забезпечення заданого теплового режиму трансформатора.

Програма **NSM** призначена для перевірки відповідності масляних трансформаторів і автотрансформаторів вимогам Публікації 354 МЕК, МЕК 60076-7 та стандарту IEEE Std C57.91, для розрахунку систематичних, аварійних, заданих і короткочасних перевантажень. Для перевірки відповідності сухих трансформаторів вимогам Публікації 905 МЕК застосовується програма **NST.**

Для теплового розрахунку трансформатора з гофрованими баками призначена програма **TGF**. Програма розраховує параметри гофрів і розміри оптимальної поверхні бака та перевищення температури масла над температурою навколишнього повітря.

Процедури **TPT** та **TPO** використовуються для розрахунку теплової постійної часу масляного трансформатора та обмотки при номінальному і аварійних навантаженнях.

Програма **TST** призначена для теплового розрахунку сухих трансформаторів з повітряно-бар'єрною ізоляцією відкритого або захищеного виконання, з шихтованою стрижневою МС, циліндричними і котушковими обмотками, з вертикальними і горизонтальними охолодними каналами по методиці, яку наведено у [43] та у підрозділі 10.5.

В розділі «Механічні розрахунки» використовується програма **RPK** розрахунків пресувального кільця на міцність. Програма призначена для розрахунків розподілу приведених сил, механічних напруг, деформацій розрізних і нерозрізних, симетрично й несиметрично навантажених пресувальних кілець, які виготовлені з металу та ізотропних і анізотропних матеріалів типу електрокартону та деревинно-шаруватих пластиків. Прийнято [69] розрахункову схему у вигляді криволінійної (у плані) балки, що лежить на пружно-податливих опорах (стовпах пружних прокладок в об-

мотці), і яка навантажена силами стиску, що спрямовано перпендикулярно площини кільця. Для розкриття статичної невизначеності задачі визначення сил взаємодії між кільцем і обмоткою трансформатора використовується змішаний метод будівельної механіки. Приймається, що зусилля спротиву обмотки зосереджені в центрах розрахункових ділянок. Розрахунки проводяться із урахуванням моменту опору й зсуву точок прикладання сил (пресувальних гвинтів) від осьової лінії кільця. Розраховується розподіл зусиль опору, осьових переміщень по периметру кільця, нормальних, дотичних і приведених напруг на ділянках периметра кільця.

Програма **RKS** застосовується для розрахунку кріплення трансформатора при сейсмічних навантаженнях: сил, що діють на елементи кріплення трансформатора до фундаменту; міцності болтового чи зварного з'єднання трансформатора з фундаментом.

Програма **RZB** розраховує сили затягування бандажів, що пресують ярма МС тристрижневого трансформатора.

Для розрахунків міцності підйомної (пресувальної) пластини використовується програма **RPP**.

15.5. Графічні пре- та постпроцесори розрахункових програм

Для ряду програм РПС засобами ПЗ Delphi розроблено графічні пре - та постпроцесори для забезпечення візуального контролю розрахункових моделей, а також для аналізу та документування результатів. Базовими елементами постпроцесорів є дво- і тривимірні ескізи розрахункових моделей, графіки одновимірних функцій, зображення двовимірних функцій у вигляді поверхонь та у вигляді ізопараметричних розподілів. Для тривимірних ескізів і просторових зображень двовимірних функцій забезпечується обертання зображень на екрані відносно умовної точки спостереження.

Графічні постпроцесори розроблено для програм розрахунку магнітного поля **MPTOPP, MPTDFP, MPR** (приклади на рис. 2.7 − 2.16).

Робота графічних постпроцесорів програм розрахунку втрат в баках трансформатора **PBT**, **DST** і реактора **PBR**, **DSR** показано на рис. 7.17 − 7.10, 7.17, 7.18, а програми розрахунку динаміки обмоток **RDO** на рис. 14.3 – 14.6.

З метою автоматизації підготовки складних розрахункових моделей в області краю і середини обмоток трансформатора і електричного реактора розроблено числовий препроцесор **ЕРК_Р** на основі запропонованих уніфікованих структур електродів, деталей ізоляції і з використанням відносних і символьних координат між поверхнями елементів. Структуру елементів і специфікацію даних наведено в розділі 13 відносно програми [51] у версії AXIAL-2000, що забезпечує розв’язок системи інтегральних рівнянь для частково-однорідних середовищ з простим шаром зарядів на поверхнях електродів.

15.6. Інформаційно-пошукові системи

Досвід промислового проектування силових трансформаторів і електричних реакторів показав необхідність розробки і використання ряду інформаційно-пошукових систем (ІПС) [9]. Діалогову форму ІПС «**Керівні матеріали**» представлено на рис. 15.6.

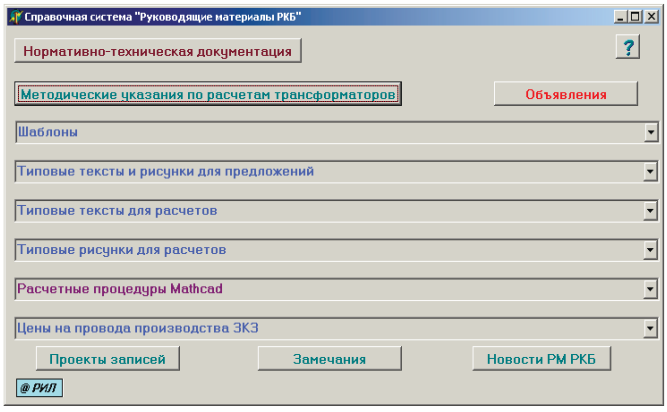


Рис. 15.6

Вона містить перелік існуючої науково-технічної документації (ГОСТ, МЕК, КД, технічні звіти і таке інше) та довідкову систему з актуальних методичних вказівок. Для оперативної підготовки технічної документації і тендерних пропозицій в ІПС є бібліотеки текстових і графічних шаблонів та розрахункових процедур Mathcad.

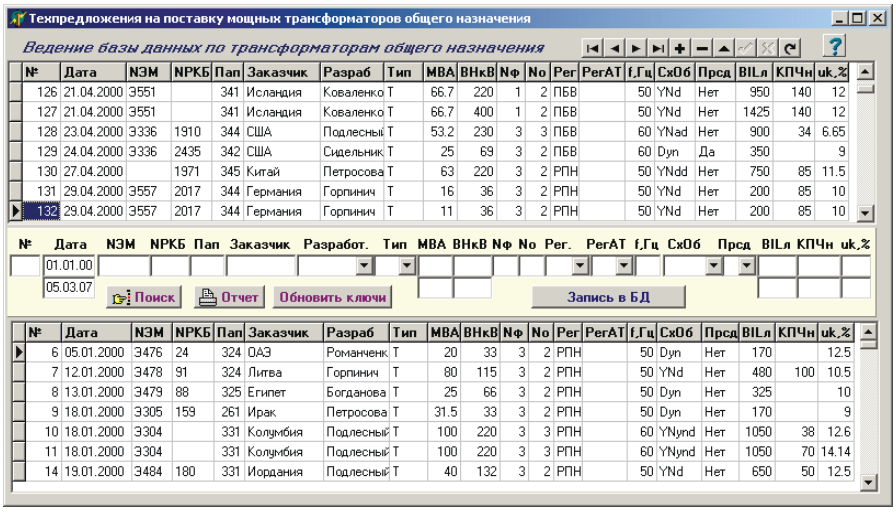


Рис. 15.7

При підготовці тендерних пропозицій для пошуку аналогів розроблено ІПС «**Технічні пропозиції**». Діалогову форму ІПС представлено на рис. 15.7. Ключами пошуку в системі є основні технічні параметри трансформатора

В ІПС «**Архів розрахункових записок»** поля бази даних містять ключові параметри для пошуку архівного номера розрахункових записок. Система також містить електронні копії їх основних листів.

Традиційно важливим елементом, який вимагається системами забезпечення якості, є контроль результатів розрахунку за даними заводських випробувань. Це забезпечується веденням ІПС «**Приймально-здавальні випробування (ПСИ)», «Нагрів»** та «**Шум».**

Робота з ІПС **ПСИ** (рис. 15.8) передбачає три етапи. Перший етап – заповнення даних про трансформатор та про результати випробувань в базу даних шляхом діалогової роботи з екранною формою системи. Вказані дані в автоматичному режимі можуть бути перенесені в базу ІПС з бази даних загальнозаводської системи. На другому етапі виконується заповнення розрахункових і нормованих даних на трансформатор. На третьому етапі забезпечується власне користування цими ІПС шляхом діалогової роботи користувача по формуванню запитів і статистичної обробки даних та друк звітів.

В системі прийнято певну класифікацію трансформаторів, позначень схем регулювання та режимів (до семи), яка записується програмно в «списки» на відповідних панелях екранів ІПС. Дані визначають трансформатор, параметри МС (у тому числі технологічні), виміряні втрати в МС (Рм), втрати короткого замикання (Рк), напруги КЗ ($U_К$), опору нульової послідовності Zo.

Таблиці діалогової форми етапу 3 містять значення втрат та опорів (позначено символами: И – виміри; Р – розрахунок; Н – нормовані значення).

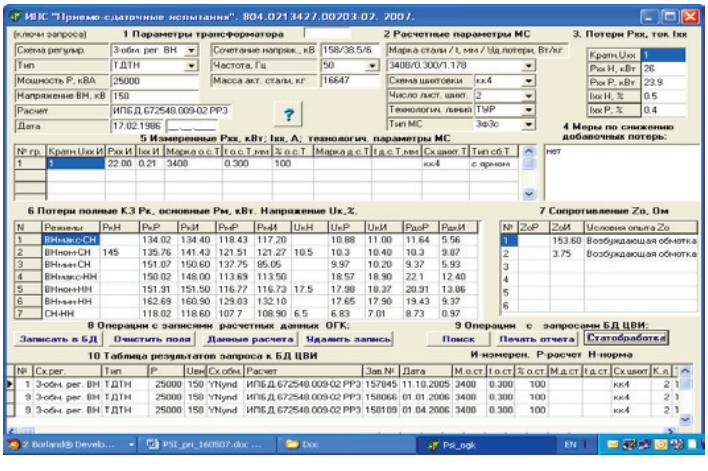
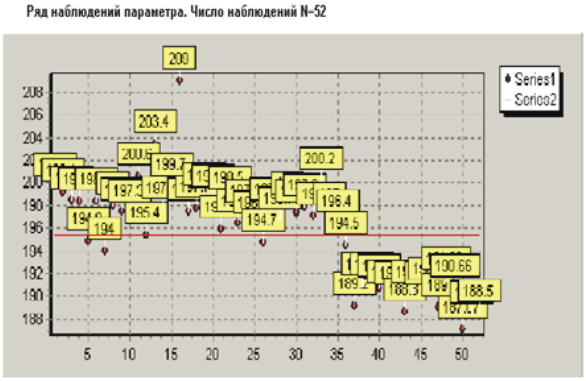


Рис. 15.8

ІПС забезпечує статистичну обробку виміряних втрат, напруги КЗ і опорів Zo подібно до [31 – 33]. На рис. 15.9 в якості прикладу показано протокол обробки втрат короткого замикання.



Результаты статобработки и расчетов:

Результат измерения (среднее значение)	195.41
Погрешность результата измерения	1.21
Доверительная вероятность	0.95
Максимальное значение	209.00
Минимальное значение	187.07
Расчетное значение	189.14
Нормированное значение	200

Рис. 15.9

ІПС «**Нагрів**» (рис. 15.10) призначено для накопичення та систематизації результатів типових теплових випробувань і розрахункових даних трансформаторів з метою їх використання при розробці технічних пропозицій на постачання, при їх проектуванні або модернізації, а також при уточненні методик розрахунків.

ІПС забезпечує введення даних за результатами таких випробувань: перевищення середніх температур обмоток над середнім маслом в баку; перевищення температур над навколишнім повітрям; перевищень середнього і верхнього масла над повітрям; перевищення температур МС і елементів конструкції. ІПС також забезпечує введення розрахункових даних, перегляд бази даних по вказаних параметрах, друк звіту та результатів вибірки. Ключами запиту є тип, потужність, напруга, розрахунок, заводський номер.

Екранна форма містить поля введення даних, кнопки запитів, навігацію, таблицю результатів вибірки. Форма має 6 розділів для роботи з 29 параметрами (даними) ІПС. На екранній формі певними символами представлено: «_И» – дані вимірів; «_Р» – дані розрахунків; «_Н» – нормовані значення.

У ряді випадків порівняльний аналіз результатів розрахунків і випробувань дозволяє видати рекомендації по поліпшенню конструктивних рі-

шень. Зокрема, такі рекомендації було видано при впровадженні лабіринтового руху масла в обмотках трансформатора.

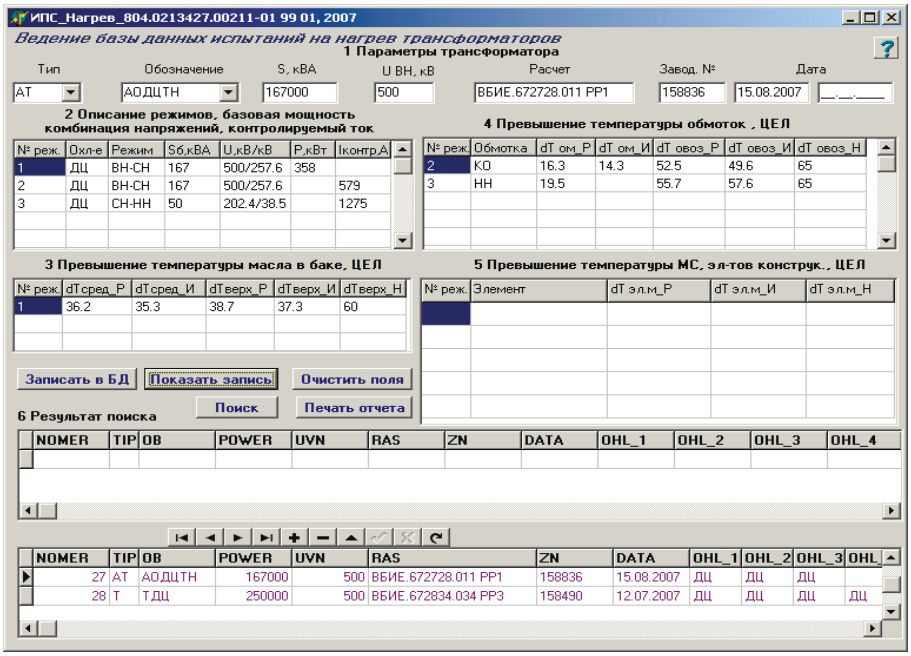


Рис. 15.10

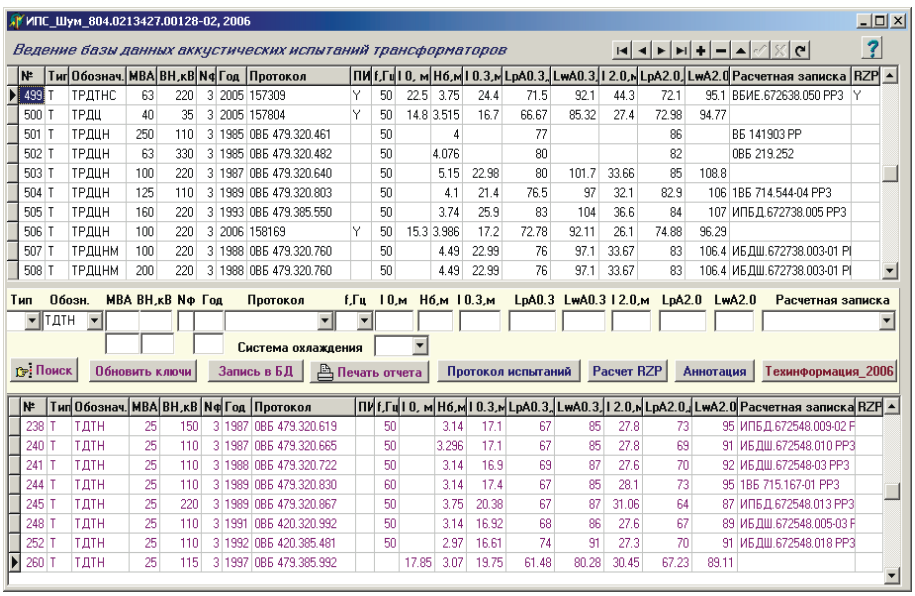
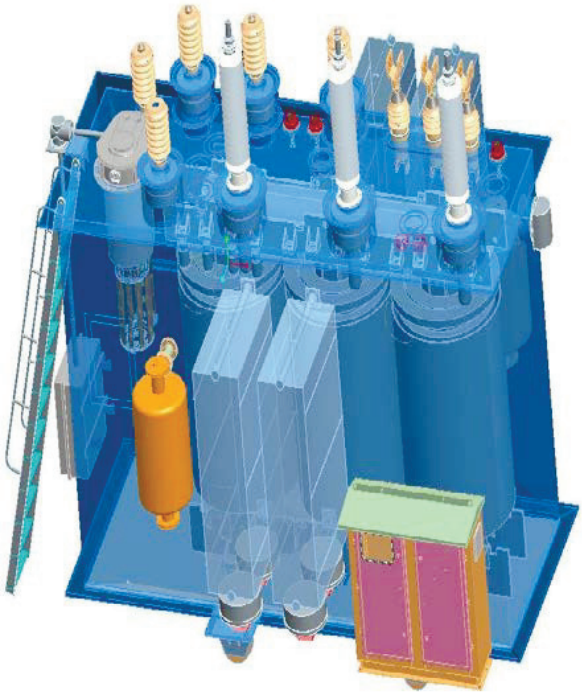


Рис. 15.11

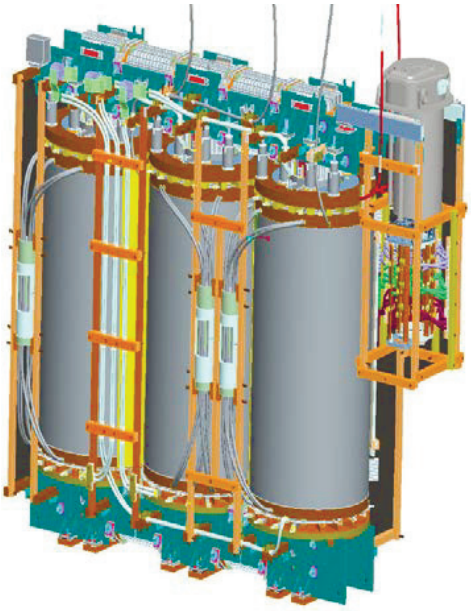
Для систематизації і аналізу шуму трансформаторів розроблено ІПС «**Шум**» – рис. 15.11. Результати певного аналізу розрахунків та вимірів шуму трансформаторів наведено, зокрема, в підрозділі 14.4.

15.7. Інтегрування з системою тривимірного конструювання

Оскільки більшість параметрів конструкції трансформатора та реактора визначається на стадії розрахункового проектування, то природним є інтегрування [9] РПС з конструкторською системою тривимірного твердотільного автоматизованого конструювання Pro/ENGINEER. У вхідних даних і в результатах роботи програм РПС міститься докладний опис структури і розмірів МС, радіальної і осьової структури обмоток, параметрів провідників, котушок, охолодних каналів, ізоляційних деталей головної ізоляції, елементів пресування і таке інше. Ця інформація записується в базу РПС. У подальшому виконується програма **PPE** (параметри для Pro/ENGINEER). Вона формує відповідні дані в Excel-файл стандартної структури, яку узгоджено з розробниками параметризованої тривимірної моделі трансформатора. Потім ці дані передаються в модель Pro/ENGINEER спеціальною програмою, яку розроблено на мові Java-Link.

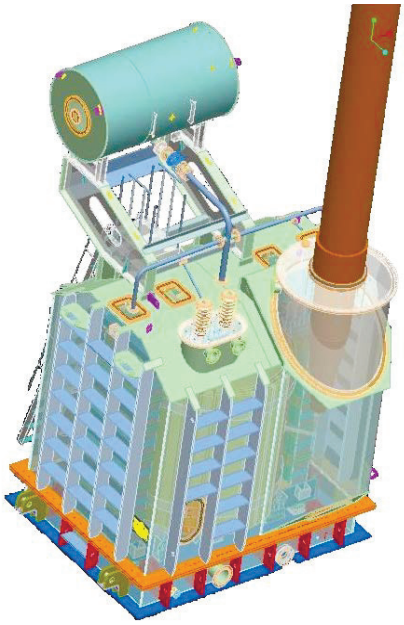


а)

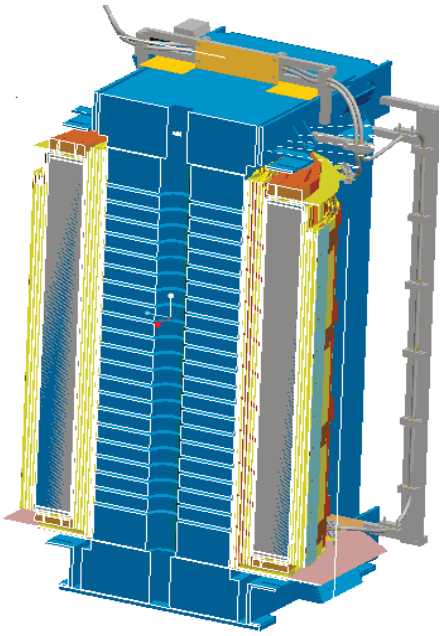


б)

Рис. 15.12



а)



б)

Рис. 15.13

Для прикладу, на рис. 15.12 показано: а) – загальний вид, б) активну частину моделі трифазного трансформатора, яку побудовано в Pro/ENGINEER.

Загальний вигляд та активну частину однофазного шунтувального реактора з проміжками в стрижні показано на рис. 15.13.

Моделі Pro/ENGINEER генерують точну по-пакетну структуру МС, яка включає схему шихтування пластинами ЕТС стрижнів, ярем, конструкцію обмоток та елементів головної ізоляції, деталей кріплення МС в кістяку і пресування обмоток та систему відведень, конструкцію баку та ін. На підставі моделей генеруються креслення та інша конструкторська документація для виготовлення і монтажу устаткування.

Досвід експлуатації САПР ТЕР показав, що система забезпечує розробку надійного і конкурентоздатного трансформаторного устаткування. Вказане підтверджується багаторічним досвідом розробки, випробувань і успішною експлуатацією широкої номенклатури трансформаторів та автотрансформаторів потужністю від 100 кВА до 1250 МВА на напругу до 1150 кВ і статичних та з регулюванням електричних реакторів потужністю до 128 МВАр на класи напруг до 800 кВ.

Література до розділу 15

1. Александров Г.Н., Селезнев Ю.Г. Расчет параметров шунтирующих реакторов. Изв. РАН. Энерг. 2000. № 1. С. 63-68.
2. Басова А.В., Иванков В.Ф. Инженерный расчет комбинированной масляной системы охлаждения трансформаторов. Пром. теплотехника. 2013. Т. 35. № 4. С. 9-17.
3. Басова А.В., Иванков В.Ф., Кокошин С.С., Химюк И.В. Опыт применения ANSYS для электромагнитных исследований силовых трансформаторов и электрических реакторов. В кн. Сборник трудов Седьмой конф. пользователей программного обеспечения CAD–FEM GmbH, 23-24 мая 2007 г.: М.: Полигон–пресс, 2007. С. 119-125.
4. Белецкий Б.З. Алгоритм автоматизированного проектирования разверток винтовых обмоток. Изв. вузов. Электромеханика. 1987. № 3. С. 22-30.
5. Белецкий Б.З. Бунин А.Г., Виногреев М.Ю., Явник Н. И. Расчет на ЭВМ таблиц раскроя электротехнической стали магнитопроводов силовых трансформаторов. Электротехн. пром–сть. Технол. электротехн. пр–ва. 1983. № 1. С. 9-10.
6. Белецкий З.М., Бунин А.Г., Горбунцов А.Ф., Конторович Л.Н. Расчет импульсных воздействий в обмотках трансформаторов с применением ЭВМ. Серия ТС-3. Трансформаторы. М.: Информэлектро, 1978. 80 с.
7. Бики М.А. Оптимизация параметров сглаживающих реакторов высокого напряжения. Электротехн. пром-сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1979. Вып. 2 (94). С. 16-20.
8. Бики М.А. Проектирование электрических реакторов для высоковольтных линий электропередач на постоянном и переменном токе. Днепропетровск: Монолит, 2014. 164 с.
9. Богданова Е.В., Иванков В.Ф., Шафир Ю.Н. Программно–методическое обеспечение расчетов трансформаторов. Материалы XI Международной научно–технической конференции «Трансформаторостроение – 2005», 5–9 сентября 2005 г. Запорожье: ВИТ, 2005. С. 76-77.
10. Бородулин Ю.Б., Попов Г.В., Карякин А.М. Автоматизация чертежно-графических работ при проектировании силовых трансформаторов. В кн. Электомашиностр. и электрооборуд. Киев: Техніка. 1982. № 34. С. 58-63.
11. Бородулин Ю.Б., Лапин А.Н., Попов Г.В. Автоматизированное проектирование многообмоточных трансформаторов на заданное

напряжение короткого замыкания. Изв. вузов. Энергетика. 1984. № 7. С. 14-19.

12. Бородулин Ю.Б., Гусев В.А., Попов Г.В. Автоматизированное проектирование силовых трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1987. 264 с.
13. Бородулин Ю.Б., Попов Г.В. Автоматизированное проектирование силовых трансформаторов средней мощности. Автоматиз. проектир. 1986. № 1. С. 221-235.
14. Бородулин Ю.Б., Бурченков В.Н., Белоносов Н.Н., Попов Г.В. Архив расчетных записок САПР трансформаторов 35 кВ. Электротехн. пром–сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1982. Вып. 6 (128). С. 10-11.
15. Бородулин Ю.Б., Кузнецов С.Ю., Попов Г.В. Многокритериальная оптимизация проектных решений при проектировании трансформаторов на базе САПР. Изв. вузов. Электромеханика. 1986. № 6. С. 21-26.
16. Бородулин Ю.Б., Петренко А.Ф. Оптимизация силовых трансформаторов методом управляемого поиска вариантов. Изв. вузов. Электромеханика. 1989. № 2. С. 47-52.
17. Бородулин Ю.Б., Бутовский В.М. Применение алгоритмов рационализированного перебора и направленного поиска при оптимизации трансформаторов малой мощности. Изв. вузов. Электромеханика. 1987. № 12. С. 22-26.
18. Бородулин Ю.Б., Попов Г.В. Система автоматизированного проектирования силовых трансформаторов 35–110 кВ. Электротехн. Пром–сть. Аппараты высок. напряж., трансформаторы, силовые конденсаторы. 1981. Вып. 1 (114). С. 16-19.
19. Бородулин Ю.Б., Гусев В.А., Попов Г.В., Тюрин Е.П. Создание расчетной подсистемы САПР трансформаторов. Электротехника. 1981. № 5. С. 27-30.
20. Бунин А.Г., Чередниченко Л.Н., Федорова О.Ю. Информационно–поисковые системы в САПР трансформаторов. Материалы 8–й Всесоюзной научно–технической конференции по трансформаторостроению, 12-14 сентября 1990 г. Запорожье: ВИТ. 1990. С. 126.
21. Бурченков В.Н., Кораблева И.М., Попов Г.В. Информационное обеспечение в САПР трансформаторов. Автоматиз. проектир. в энерг. и электротехн. Иваново. 1979. № 2. С. 34-40.
22. Бутовский В.М., Конторович Л.Н. Многокритериальная оптимизация трансформаторов малой мощности на витых броневых магнитопроводах. Изв. вузов. Электромеханика. 1987. № 8. С. 33-37.
23. Бутовский В.М. Синтез обобщенного критерия эффективности в задачах векторной оптимизации трансформаторов. Автоматиз. ис-

след. и проектир. электр. машин и трансформаторов. Иваново. 1987. С. 37-41.
24. Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
25. Виногреев М.Ю., Григоров И.Б., Иванков В.Ф., Степенко О.Н. Электромагнитный расчет трансформаторов и реакторов из фольги. Техническая электродинамика. 1983. № 6. С. 21- 26.
26. Воеводина Е.И., Иванков В.Ф. Расчет вихревых токов и потерь в немагнитных прессующих кольцах трансформаторов. Электротехника. 1983. № 10. С. 38-39.
27. Гальперин Б.Б. О расчете магнитного поля рассеяния катушки со стальным сердечником и воздушным зазором. Вестник электротехнической промышленности. 1961. № 3. С. 21-24.
28. Гооге Б.В., Иванов С.А. Программа расчета электрических полей в зоне середины высоты межобмоточных промежутков силовых трансформаторов. Электротехн. пром-ть. Сер. Аппараты высок. напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1983. Вып. 6(140). С. 11.
29. Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин / пер. с нем. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 264 с.
30. Григоров И.Б. Потоки в магнитопроводах мощных силовых трансформаторов и автотрансформаторов с учетом потока рассеяния. Электротехника. 1975. № 4. С. 20-25.
31. Гурин В.В. Исследование разброса потерь короткого замыкания силовых трансформаторов. Электротехника. 1993. № 2. С. 12-17.
32. Гурин В.В. Корреляционный анализ характеристик холостого хода силовых трансформаторов. Электротехника. 1990. № 3. С. 75-77.
33. Гурин В.В. Исследование стабильности напряжения короткого замыкания автотрансформаторов. Электротехника. 1990. № 6. С. 47-49.
34. Иванков В.Ф. Исследование плоскомеридианных полей рассеяния трансформаторов и реакторов. В кн.: Электроэнергетика и магнитная гидродинамика. Киев : Наукова думка, 1974. С. 121-128.
35. Иванков В.Ф. Математические модели к расчету вихревых токов в элементах конструкции из немагнитной стали трансформаторов и электрических реакторов. Труды ИЭД НАН Украины. Электродинамика. Киев. 2001. С. 9-25.
36. Иванков В.Ф., Нижник Л.П. Математические модели электромагнитных полей в трансформаторах. В кн.: Математические проблемы энергетики. Сб. н. тр. Киев: Наукова думка. 1988. С. 50-60.
37. Иванков В.Ф., Басова А.В., Шульга Н.В. Методи верифікації електротеплових розрахунків електричних реакторів без сталі. Електротехніка та електроенергетика. 2015. № 2. С. 26-34.

38. Иванков В.Ф., Шафир Ю.Н. Развитие расчетной подсистемы автоматизированного проектирования трансформаторов и электрических реакторов. X Междунар. н.-т. конф. "Трансформаторостроение-2000" (г.Запорожье, сентябрь 19-21, 2000). Запорожье: ВИТ, 2000. С. 41-42.
39. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля плоскопараллельной модели трансформатора методом Фурье. В кн.: Теоретическая электротехн. и электроника. Киев: Наукова думка. 1976. С. 142-145.
40. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля рассеяния трансформаторов с учетом дискретных ферромагнитных элементов конструкции. Электротехническая промышленность. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1979. Вып. 12 (104). С. 1-4.
41. Иванков В.Ф. Расчет магнитного поля, потерь в баках трансформаторов и электрических реакторов. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2005. № 1 (10). С. 91-104.
42. Иванков В.Ф., Каналюк В.Л. Расчет магнитной индукции, вихревых токов и потерь в немагнитной ярмовой балке силового трансформатора. Техническая электродинамика. 1987. № 6. С. 34-40.
43. Иванков В.Ф. Расчет нагрева трансформаторов с воздушно-барьерной изоляцией. Техническая электродинамика. 2006. № 6. С. 58-63.
44. Иванков В.Ф. Расчет системы обмоток трансформаторов на действие осевых сил короткого замыкания. Техническая электродинамика. 2005. № 5. С. 45-47.
45. Иванков В.Ф. Расчет электромагнитных и тепловых параметров прессующего кольца из немагнитной стали. Техническая электродинамика. 2001. № 4. С. 56-59.
46. Іванков В.Ф., Шафір Ю.Н. Розрахункова підсистема автоматизованого проектування трансформаторів і реакторів. Праці Ін–ту електродинаміки НАН України. Збірник наукових праць. Київ: Ін–т електродинаміки НАН України. 2008. № 18. С. 123-131.
47. Іванков В.Ф. Синтез і розрахунок електричних реакторів із зазорами в стрижні магнетопроводу. Техн. електродинаміка. 2008.№ 3. С. 66-70.
48. Карасев В.В., Кубарев Л.П., Лейтес Л.В. Обобщенный аналитический метод оптимизации и оценки параметров реакторов. Электротехника. 1977. № 3. С. 1-8.
49. Карякин А.М. Интерактивная процедура принятия решений при многокритериальной оптимизации силовых трансформаторов. Системы автоматизир. обуч. и проектир. Иваново: Иванов. Гос. Ун–т, Иванов. Энерг. ин-т. 1989. С. 65-68.

50. Карякин А.М. К вопросу совершенствования оптимального проектирования многообмоточных трансформаторов на заданное напряжение короткого замыкания. Системы автоматизир. обуч. и проектир. Иваново: Гос. Ун–т, Иванов. Энерг. ин-т. 1987. С. 49-55.
51. Колечицкий Е.С., Ратьковский А.Г., Филиппов А.А., Шульгин В.Н. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1983. 168 с.
52. Конторович Л.Н., Кирпичевский С.Г., Мелешко И.Ю. Многокритериальная оптимизация силовых трансформаторов в условиях автоматизированного проектирования. Техническая электродинамика. 1997. № 2. С. 13-18.
53. Кравченко А.Н., Родионов В.Г., Шугайло А.И., Эйнгорн И.Я. Методика расчета потерь и тока холостого хода трансформаторов. Техническая электродинамика. 1979. № 2. С.45-52.
54. Крысенко С.И.. Пуйло Г.В., Чайковский В.П. Динамическая оптимизация трансформаторов на основе обобщенной математической модели. Электомашиностр. и электрооборуд. 1990. № 44. С. 119-122.
55. Крысенко С.И. Регрессионный анализ математической модели трансформатора. Электромашиностр. и электрооборуд. 1990. № 44. С. 122-126.
56. Кубарев Л.П. Оптимизация и оценка параметров реакторов с зазорами в стержне магнитопровода. Электротехн. пром-сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1973. Вып. 3 (23). С. 9-12.
57. Лейтес Л.В. Классификация конструкции реакторов. В кн.: Вопросы трансформаторостроения. Труды ВЭИ. М.:Энергия, 1969. Вып. 79. С. 168-175.
58. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. М.: Энергия, 1981. 392 с.
59. Мастрюков Л.А. Вопросы проектирования шунтирующих реакторов большой мощности : дис. … к. техн. наук: 230 / М.: ВЭИ, 1968. 208 с.
60. Манькин Э.А. Расчет реакторов со стальным магнитопроводом с зазорами. Электричество. 1959. № 7. С. 35-41.
61. Морозов Д.Н. Расчет общих и местных потерь в пластинах, принизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. Электричество. 1967. № 12. С. 32-38.
62. Пентегов И.В., Рымар С.В., Стемковский Е.П. Оптимизационная математическая модель трехфазного трансформатора и выбор его расчетного варианта при многокритериальной оптимизации. Техническая электродинамика. 2002. № 1. С. 22-28.

63. Пентегов И.В., Рымар С.В. Оптимизация математических моделей трансформаторов и реакторов. Электричество. 2006. № 3. С. 35-47.
64. Петров Г.Н. Трансформаторы. Том 1. Основы теории. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1934. 446 с.
65. Подиновский В.В., Гаврилов В.М. Оптимизация по последовательно удовлетворяемым критериям. М.: Сов. Радио, 1975. 192 с.
66. Попов Г.В., Ратманова И.Д., Игнатьев Б.Б. Информационно-поисковая система для проектирования трансформаторов. Автоматизир. системы проектир. и обуч. Иваново. 1988. С. 75-81.
67. Постников И.М. Приближенный метод определения экономических удельных нагрузок и размеров трансформатора. Электричество. 1972. № 9. С. 40-45.
68. Применение ANSYS в проектировании силовых трансформаторов и электрических реакторов / М.А. Бики, В.В. Жук, В.Ф. Иванков, Н.В. Сульдин, Г.И. Циер. В кн. Сборник трудов Третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 23–24 апреля 2003г.) / под ред. А.С. Шадского. М.: Полигон-пресс, 2003. 514 с. С. 469-477.
69. Применение матриц к расчету прессующих колец трансформаторов / В.И. Чернов, О.Н. Иванченко, Б.Г. Беликов, Л.И. Ленкова, В.К. Никотинев, С.А. Илиевская. Электротехника. 1975. № 4. С. 53-55.
70. Программное обеспечение проектирования трансформаторов и реакторов / Ю.И. Паук, В.А. Дорогокупля, В.А. Желонин [и др.]. ЭЛЕКТРО. 2009. № 4. С. 26-35.
71. Прокофьев В.Л. Концепция оптимизационного расчета сухих трансформаторов. Електротехнічний журнал. 1998. № 2. С. 55-57.
72. Пуйло Г.В. Декомпозиция в задачах проектного синтеза специальных трансформаторов. Изв. Вузов. Электромеханика. 1991. № 10. С. 56-65.
73. Пуйло Г.В. Использование особенностей математических моделей трансформаторных устройств при их оптимальном проектном синтезе. Технічна електродинаміка. 2000. № 5. С. 11-12.
74. Пуйло Г.В., Кузьменко И.С. Концепция программного обеспечения для исследовательского проектного синтеза трансформаторов на основе инновационных технических решений. Энергетика. Теплотехника. Электротехника. Труды Одесского политехнического университета. 2010. Вып. 1(33)-2(34). С. 105-111.
75. Пуйло Г.В. Математическое моделирование и автоматизированный проектный синтез специальных трансформаторов : автореф. дис. … докт. техн. наук. / 05.09.01. М.: МЭИ, 1992. 40 с.
76. Пуйло Г.В., Суханов В.М., Чайковский В.П. Определение оптимальных значений управляемых переменных трансформаторов.

Электромашиностр. и электрооборуд. Киев: Наукова думка. 1982. № 34. С. 53-58.

77. Пуйло Г.В., Левин Д.М., Трищенко Е.В. Подсистема автоматизированного синтеза силовых трансформаторов со слоевыми обмотками. Електротехн. і електромех. 2004. № 1. С. 49-52.

78. Пуйло Г.В. Проектная оптимизация трансформаторов с учетом упорядоченной совокупности частных критериев. Электротехн. пром-сть. Сер. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы. 1979. Вып. 11 (103). С. 13-16.

79. Пуйло Г.В., Трищенко Е.В. Обобщенная модель для синтеза и анализа силовых трансформаторов со слоевыми обмотками. Електротехн. і електромех. 2005. № 2. С. 42-45.

80. Ратманова И.Д. Методы и средства представления знаний в автоматизированном банке данных интегрированной САПР трансформаторов. Система автоматизир. обуч. и проектир. Иваново: Иванов. гос. ун–т. 1989. С. 23-29.

81. Рожкова О.Н. Информационная система трансформаторного производства на основе интеграции процессов проектирования, подготовки производства и управления : автореф. дисс. … канд. техн. наук / 05.13.01. Екатеринбург: Уральский гос. техн. ун–т, 2004. 24 с.

82. Руководящий документ РД16 452-88. Трансформаторы силовые масляные с системами охлаждения М и Д. Тепловой расчёт обмоток / И.Д. Воеводин, Ю.С. Гитин, Ю.А. Михайловский, И.И. Щукина. Запорожье: ВИТ. 1988. 28 с.

83. Руководящий документ РД16 619–90. Трансформаторы силовые масляные с системами охлаждения ДЦ и Ц. Тепловой расчет обмоток / О.И. Сисуненко, В.П. Пустовой, В.В. Боднар, В.Ф. Иванков, А.Б. Швидлер. Запорожье: ВИТ, 1990. 38 с.

84. Рымар С.В. К вопросу оптимизации трехфазных и трехфазно-двухфазных многообмоточных трансформаторов и автотрансформаторов. Електротехн. і електромех. 2006. № 1. С. 47-50.

85. Рымар С.В. Оптимизация трансформатора с развитыми поперечными потоками рассеяния и магнитным шунтом. Автомат. сварка. 2006. № 5. С. 20-23.

86. Самонин В.И., Герасимов Е.В., Девочкина С.И. Диалоговое проектирование сухих трансформаторов с использованием графической информации. Системы автоматизир. обуч. и проектир. – Иваново: Иванов. Гос. Ун–т, Иванов. Энерг. ин–т. 1989. С. 130-137.

87. Силовые трансформаторы. Справочная книга / под ред. С.Д. Лизунова, А.К. Лоханина. М.: Энергоиздат, 2005. 614 с.

88. Система программ математического моделирования силовых трансформаторов / А.Г. Бунин, В.А. Дорогокупля, В.А. Желонин,

И.Ю. Мелешко, С.Ю. Фролов. Электротехника. 1995. № 2. С. 12-16.

89. Система программ РЭСТ для расчета электродинамической стойкости, потерь и нагревов трансформаторов и реакторов / В.П. Зенова, Е.И. Левицкая, А.И. Лурье, И.Ш. Люблин, А.Н. Панибратец. Электротехника. 1997. № 8. С. 37-44.
90. Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981. 217 с.
91. Тихомиров П.И. Расчет трансформаторов. М.: Энергия, 1986. 528 с.
92. Хубларов Н.Н. Оптимизация трансформаторов при промышленном проектировании. Электротехн. пром–сть. Сер. Апп. высокого напряжения, транс-ры, силовые конденсаторы. 1971. Вып. 7. С. 9-14.
93. Чайковский П.В., Насыпная Е.П., Мартынюк А.И. Полиномиальная оптимизационная математическая модель трехобмоточного трансформатора и ее анализ. Електромашинобудування та електрообладнання. 2009. Вып. 74. С. 82-86.
94. Шафир Ю.Н., Рогачевский В.И. Методы расчета распределения тока в обмотках трансформаторов и реакторов. Электричество. 1983. № 8. С. 18-24.
95. Шафир Ю.Н. Распределение тока в обмотках трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1992. 192 с.
96. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / составитель и научный редактор А.И. Лурье. М. : Знак, 2005. 520 с.
97. Drierzynski A. Metody optymalizacij stosowane w projektowaniu transformatorow. Prace Inst. elektrotechn. (Pol.). 1984. 32. № 131. S. 51-82.
98. Preiningerova V., Kahout V., Dolezel I. Spojeny vypocet magnetickeho pole, pole ztrat a otepleni ve vinutich velkych olejovych transformatoru a jeho overeni. Electrotechn. obzor. 1984. 73. N 2. S. 69-76.
99. Simrin J., Trowbridge C.W. Optimization problems in electromagnetic. IEE Trans. Magn. 1991. 27. N 5. P. 4016-4019.
100. Transformer design principles: with application to core–form transformers / Del Vecchio R.M., Poulin Bertrand, Pierre T. Feghali, Dilipkumar M. Shah and Reiendra Ahuia. Overseas Publishers Association: Gordon and Breach Science Publishers, 2001. 599 p.

Наукове видання

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

Іванков Віктор Феодосійович
Басова Анастасія Валентинівна
Хімюк Іван Васильович

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНСФОРМАТОРІВ ТА РЕАКТОРІВ

Монографія

(Українською мовою)

Підп. до друку 10.11.2017. Формат 60×80/16. Папір офс. № 1.
Гарн. Таймс. Умов. друк. арк. 26,4.
Наклад 300 пр.

Віддруковано у друкарні ТОВ «Наш Формат»
01042, м. Київ, пр. Миру, 7, оф. 45.