

Національна академія наук України
Інститут електродинаміки



ЛИКТЕЙ ВІКТОРІЯ ВОЛОДИМИРІВНА

УДК 621.3.013.22

**УДОСКОНАЛЕННЯ СПОСОБУ ФОРМУВАННЯ ЯДЕР ІНТЕГРАЛЬНИХ
РІВНЯНЬ В МЕТОДІ ВТОРИННИХ ДЖЕРЕЛ ДЛЯ АНАЛІЗУ МАГНІТНИХ
ПОЛІВ В НЕЛІНІЙНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Спеціальність 05.09.05 — теоретична електротехніка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ — 2023

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у відділі електромагнітних систем Інституту електродинаміки Національної академії наук України, м. Київ.

Науковий керівник – доктор технічних наук, член-кореспондент НАН України
Кондратенко Ігор Петрович,
Інститут електродинаміки НАН України, м. Київ,
завідувач відділу електромагнітних систем.

Офіційні опоненти: – доктор технічних наук, професор
Щерба Максим Анатолійович,
Національний технічний університет України «Київський
політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», м. Київ,
професор кафедри теоретичної електротехніки;

– доктор технічних наук, професор
Прус В'ячеслав В'ячеславович,
Кременчуцький національний університет імені Михайла
Остроградського, м. Кременчук,
завідувач кафедри електротехніки.

Захист дисертації відбудеться «_____» _____ 2023 р. об _____ годині
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.187.01 в Інституті електродинаміки
НАН України за адресою:
03057, м. Київ-57, проспект Перемоги, 56. Тел. 366-26-45.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту електродинаміки НАН
України за вищевказаною адресою.

Автореферат розісланий «_____» _____ 2023 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради



А.В. Жильцов

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Для аналізу електромагнітних процесів в електромеханічних пристроях, таких як електричні машини на теперішній час пропонуються різні методи розрахунку електромагнітних полів з урахуванням реальних електрофізичних властивостей матеріалів, які різняться за постановкою, складністю чисельної реалізації, можливістю повного урахування реальної геометрії системи та реальних магнітних властивостей компонентів. Серед них – метод скінчених різниць, метод скінчених елементів, метод інтегральних рівнянь та інші методи. Незважаючи на великі можливості використовуваної в подібних розрахунках обчислювальної техніки, для більшості методів моделювання електромагнітних процесів зберігається необхідність підвищення точності, зниження трудомісткості і скорочення часу рахунку.

Обґрунтування вибору теми досліджень. Багато електротехнічних пристроїв (електричні машини та апарати, елементи автоматики й обчислювальної техніки) містять феромагнітні елементи. Номінальні режими роботи таких пристроїв реалізуються зазвичай при значеннях магнітної індукції, які не призводять до значного насичення магнітом'яких матеріалів. У цей же час у деяких областях (наприклад, кутові зони, тонкі феромагнітні перекладки) значення магнітної індукції можуть перевищувати допустимі, що вимагає врахування нелінійної залежності $B(H)$ при розрахунку магнітного поля в таких пристроях.

На основі методу вторинних джерел крайову задачу розрахунку характеристик магнітного поля з урахуванням нелінійності магнітної характеристики сталі може бути зведено до системи інтегральних рівнянь, наприклад, для фіктивних магнітних зарядів, розташованих по границі та об'єму феромагнітних тіл, що дозволяє суттєво звужити область пошуку невідомих. При цьому у ядра інтегральних рівнянь входить функція $grad \mu$, розрахунок якої ускладнюється при чисельному розв'язку цих рівнянь. Перевага методу вторинних джерел у цьому випадку полягає в тому, що цю функцію можна явно виразити через густину джерел магнітного поля. Це з одного боку суттєво спрощує формування ядер інтегрального рівняння, а з іншого, підвищує точність її розрахунку при переході до скінченновимірних аналогів при чисельному розв'язку системи інтегральних рівнянь.

Тому подальший розвиток методу вторинних джерел для розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійних середовищах в напрямі зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густину джерел магнітного поля є актуальним науковим завданням.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами. У науково-дослідній роботі за темою «Розвиток теорії електрофізичних процесів в імпульсних системах електромагнітної обробки електропровідних середовищ («Бар'єр-2»)» (номер державної реєстрації 0117U007714), яка виконувалася в Інституті електродинаміки Національної академії наук України, автором проведено аналіз геометрії розташування феромагнітних електропровідних труб у завантаженні, що дозволило врахувати симетрію електромагнітного поля і скоротити кількість шуканих змінних інтегральних рівнянь.

У науково-дослідній роботі за темою «Розробка методів і засобів підвищення енергоефективності і екологічної безпеки електрообладнання в технологіях АПК» (номер державної реєстрації 0115U003344), яка виконувалася у Національному університеті біоресурсів і природокористування України, автором у підрозділі «Проведення теоретичних і експериментальних досліджень електромагнітних та електромеханічних процесів в електроприводі електротехнічного комплексу знезаражуючої та передпосівної обробки зерна» розроблено нову математичну модель і відповідний розрахунковий метод для чисельного розрахунку магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами, що дозволяє враховувати нелінійні властивості феромагнітних елементів магнітної системи двигуна.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є удосконалення методу інтегральних рівнянь для розрахунку неоднорідних магнітних полів у нелінійних середовищах в напрямі зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густину джерел магнітного поля, та застосування цих підходів для розрахунку магнітних систем конкретних електротехнічних пристроїв.

Для досягнення мети були сформульовані та розв'язані наступні *завдання*:

- обґрунтувати необхідність вдосконалення існуючих методів розрахунку магнітних полів у нелінійних середовищах із використанням інтегральних рівнянь для густин вторинних джерел магнітного поля;

- удосконалити метод вторинних джерел для розрахунку магнітного поля у магнітних системах із нелінійними феромагнітними елементами;

- розробити математичну модель та відповідний розрахунковий метод для аналізу магнітного поля у безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами;

- виявити закономірності розподілу магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму та визначити умови за яких тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та ротором входять у стан магнітного насичення, що суттєво знижує шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками.

Об'єктом дослідження є процеси у магнітних системах з нелінійними феромагнітними елементами.

Предметом дослідження є спосіб формування ядер інтегральних рівнянь в методі вторинних джерел для розрахунку характеристик магнітного поля у нелінійних середовищах.

Методи дослідження. Вирішення поставлених у роботі завдань здійснювалося методами, що базуються на використанні теорії електромагнітного поля, векторного аналізу, концепції вторинних джерел, теорії інтегральних рівнянь, теорії апроксимації, теорії чисельного інтегрування, чисельного розв'язання систем

інтегральних рівнянь, чисельного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Отримав подальший розвиток метод інтегральних рівнянь для розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійних середовищах в напрямі зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густини джерел магнітного поля, що дає змогу замінити процедуру чисельного диференціювання при апроксимації функції градієнту від магнітної проникності на процедуру чисельного інтегрування, що має суттєве значення для підвищення точності розрахунку ядер інтегральних рівнянь в методі інтегральних рівнянь.

2. Розроблено нову математичну модель і відповідний розрахунковий метод для чисельного розрахунку магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами, що дозволяють враховувати нелінійні властивості феромагнітних елементів магнітної системи двигуна.

3. Доведено, що при номінальному режимі роботи безколекторного двигуна постійного струму феромагнітний матеріал, з якого виготовлено перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та ротором, входять у стан близький до магнітного насичення з неоднорідним розподілом магнітної проникності, що суттєво знижує шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблені математичні моделі для розрахунку характеристик магнітного поля у нелінійних середовищах з використанням методу вторинних джерел можуть бути використані в навчальному процесі на кафедрі електротехніки, електромеханіки та електротехнологій Національного університету біоресурсів і природокористування України.

Практичне значення для електротехнічної галузі має запропонований алгоритм розрахунку магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами, що дозволяє враховувати нелінійні властивості феромагнітних елементів магнітної системи двигуна. На основі нього написано програму мовою *FORTRAN*, яка дозволяє за відомими вхідними даними (геометричні параметри системи, електрофізичні параметри матеріалів, характеристики постійних магнітів, струму у обмотках) розрахувати магнітне поле у робочому зазорі електричного двигуна та провести оптимізацію за обраними критеріями.

Особистий внесок здобувача. У наукових публікаціях, виданих у співавторстві, автору дисертації належать: у [1] розв'язано задачу розрахунку магнітного поля від однорідно-намагніченого постійного магніту, що розташований між двома феромагнітними тілами циліндричної форми, у [2] з використанням методу вторинних джерел розроблено дво- та тривимірну математичні моделі для розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики, в [3]

виведено аналітичні формули для розрахунку плоскопаралельного стаціонарного магнітного поля струмів, розміщених у пазах криволінійної трапецеїдальної форми статора вентильного двигуна, в роботі [4] удосконалено математичну модель розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики шляхом модифікації ядер інтегральних рівнянь в напрямі зменшення складових, що містять функцію $grad\mu$, у [5] розроблено математичну модель вентильного двигуна з висококоерцитивними постійними магнітами, в основі якої лежить метод вторинних джерел, що дав змогу завдання визначення розподілу магнітної проникності у феромагнітних елементах двигуна звести до розв'язання системи інтегральних рівнянь для густини простого шару й густини об'ємних магнітних зарядів. Запропоновано ітераційний метод знаходження магнітної проникності з урахуванням її нелінійної залежності, у [6] розроблено метод розрахунку характеристик магнітного поля в електромеханічних системах з тонкими перекладками на основі зведення початково-крайової задачі для рівнянь Максвелла до еквівалентної системи інтегро-диференціальних рівнянь з подальшим її чисельним розв'язуванням.

Апробація результатів наукової роботи. Всі найбільш важливі положення та результати дисертаційної роботи були обговорені на наукових конференціях та семінарах: IV Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні питання сталого розвитку сільськогосподарського виробництва» (Бережани, 2014); XV Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика» (Кременчук, 2014); II Міжнародній науково-практичній конференції молодих вчених «Відновлювальна енергетика, новітні автоматизовані технології в біотехнічних системах АПК» (Київ, 2014); Науково-практичній конференції науково-педагогічних працівників, наукових співробітників та аспірантів «Підсумки науково-дослідних робіт 2014 року» (Київ, 2015); семінарі «Електротехнології та електрообладнання в системі біоресурсів і природокористування» Наукової Ради з проблеми «Наукові основи електроенергетики» Інституту електродинаміки НАН України (Київ, травень 2015); III Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування (теорія, практика, історія, освіта)» (Київ, 2015); семінарі «Електротехнології та електрообладнання в системі біоресурсів і природокористування» Наукової Ради з проблеми «Наукові основи електроенергетики» Інституту електродинаміки НАН України (Київ, грудень 2015); IV Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування (теорія, практика, історія, освіта)» (Київ, 2016); XV Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми сучасної електротехніки - 2018» (Київ, 2018). VII Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування (теорія, практика, історія, освіта)» (Київ, 2018).

Публікації. За результатами дисертації опубліковано 6 наукових праць, у тому числі 5 статей у наукових фахових виданнях України та 1 стаття в іноземному виданні (з них 2 – у виданнях, які включені до міжнародної наукометричної бази SCOPUS). Опубліковано матеріали доповідей на 6 науково-технічних конференціях.

Обсяг і структура дисертації. Дисертаційна робота викладена на 165 сторінках машинописного тексту, складається зі вступу, 3 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та 3 додатків. Обсяг основного тексту дисертації складає 136 сторінок друкованого тексту. Робота ілюстрована 2 таблицями та 25 рисунками. Список використаних джерел містить 202 найменування, з них 195 кирилицею та 7 латиницею.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, розкрито сутність і стан науково-технічної проблеми, що досліджується, наведено обґрунтування доцільності проведення досліджень, відображено зв'язок роботи з науковими програмами та планами НДР Інституту електродинаміки НАН України та Національного університету біоресурсів і природокористування України, сформульовано мету і завдання досліджень, наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, зазначено особистий внесок здобувача, наведено апробації роботи та публікації її результатів у наукових виданнях.

У першому розділі проведено аналіз літературних джерел, що виявив різноманітність електротехнічних і електроенергетичних пристроїв, що вимагає всебічного дослідження їх передбачуваних техніко-економічних характеристик і властивостей ще до моменту їх виготовлення. Це в свою чергу передбачає на першому етапі математичне моделювання основних характеристик розроблюваних пристроїв з урахуванням як геометричних параметрів так і фізичних властивостей використовуваних при їх проектуванні матеріалів для створення сучасної конкурентоспроможної продукції. Одним з основних і найвідповідальніших етапів процедури математичного моделювання параметрів електротехнічних пристроїв є розрахунок характеристик створюваного ними електромагнітного поля. Для досягнення цієї мети в сучасних умовах найбільш широко застосовуються різні чисельні методи розрахунку електромагнітних полів із застосуванням обчислювальної техніки: метод скінченних різниць, метод скінченних елементів, метод інтегральних рівнянь та інші методи.

Номінальні режими роботи таких пристроїв реалізуються зазвичай при значеннях магнітної індукції, які не призводять до значного насичення магнітом'яких матеріалів. У цей же час у деяких областях (наприклад, кутові зони, тонкі феромагнітні перекладки) значення магнітної індукції можуть перевищувати допустимі, що вимагає врахування нелінійної залежності $B(H)$ при розрахунку магнітного поля в таких пристроях.

Сформульовано задачу розрахунку електромагнітного поля у феромагнітному середовищі в вигляді крайової задачі для

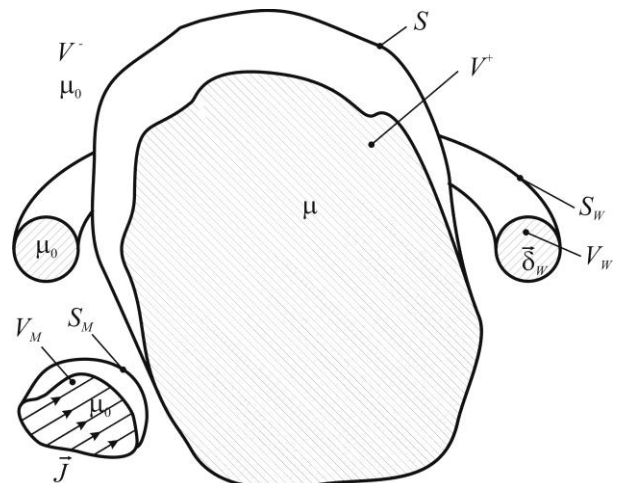


Рис. 1

магнітного потенціалу φ_M з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей матеріалу $\mu(Q)$ на прикладі електромагнітної системи, що зображена на рис. 1: V^+ – область, зайнята ферромагнітними тілами; S – поверхня, що обмежує область V^+ ; V_W – область, що займають провідники, у яких протікають струми зі густиною $\vec{\delta}_W(Q)$; S_W – поверхня, що обмежує область V_W ; V_M – область, що займають однорідно-намагнічені постійні магніти з намагніченістю \vec{J} ; S_M – поверхня, що обмежує область V_M .

$$\Delta\varphi_M^+(Q) = -\frac{\rho_M(Q)}{\mu_0}, \quad Q \in V^+, \quad \Delta\varphi_M^-(Q) = 0, \quad Q \in V^-, \quad (1)$$

$$\varphi_M^+(Q) = \varphi_M^-(Q), \quad \mu(Q) \frac{\partial\varphi_M^+(Q)}{\partial n} - \mu_0 \frac{\partial\varphi_M^-(Q)}{\partial n} = (\mu(Q) - \mu_0) H_n^{(B)}(Q), \quad Q \in S, \quad (2)$$

де

$$\rho_M(Q) = -\frac{\mu_0 \vec{H}(Q) \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q)}. \quad (3)$$

На основі методу вторинних джерел крайову задачу розрахунку характеристик магнітного поля з урахуванням нелінійності магнітної характеристики сталі може бути зведено до системи інтегральних рівнянь для фіктивних магнітних зарядів, розташованих по границі та об'єму ферромагнітних тіл, що суттєво звужує область пошуку невідомих:

$$\begin{aligned} \sigma_M(Q) - \frac{1}{2\pi_S} \oint_S \sigma_M(M) \left[\lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^3} - \frac{1}{S} \oint_S \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^3} dS_P \right] dS_M = \\ = \frac{1}{2\pi_{V^+}} \int_{V^+} \rho_M(M) \left[\lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ} \vec{n}_Q}{r_{MQ}^3} - \frac{1}{S} \oint_S \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^3} dS_P - \frac{2\pi}{S} \right] dV_M + \\ + 2\mu_0 \left[\sigma(Q) \vec{H}^{(B)}(Q) \vec{n}_Q - \frac{1}{S} \oint_S \sigma(P) \vec{H}^{(B)}(P) \vec{n}_P dS_P \right], \quad Q \in S, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho_M(Q) + \frac{1}{4\pi_{V^+}} \int_{V^+} \rho_M(M) \left[\frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^3} - \frac{1}{V^+} \int_{V^+} \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^3} dV_P \right] dV_M = \\ = -\frac{1}{4\pi_S} \oint_S \sigma_M(M) \left[\frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^3} - \frac{1}{V^+} \int_{V^+} \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^3} dV_P + \frac{4\pi}{V^+} \right] dS_M - \\ - \mu_0 \left[\frac{\vec{H}^{(B)}(Q) \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q)} - \frac{1}{V^+} \int_{V^+} \frac{\vec{H}^{(B)}(P) \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P)} dV_P \right], \quad Q \in V^+, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\sigma_M(Q)$ – поверхнева густина магнітних зарядів в точці Q ; $\sigma_M(M)$ – аналогічно точці M ; $\rho_M(Q)$ – об'ємна густина магнітних зарядів в точці Q ; $\rho_M(M)$ – аналогічно у точці M ; \vec{r}_{MQ} – радіус вектора проведений з точки M в точку Q ; $\vec{r}_{MQ}\vec{n}_Q$ – скалярний добуток векторів \vec{r}_{MQ} і \vec{n}_Q ; $\lambda(Q) = (\mu(Q) - \mu_0) / (\mu(Q) + \mu_0)$ – параметр інтегрального рівняння, $Q \in S$; $\lambda(M)$ – аналогічно в точці M ; $\mu(Q)$ – абсолютна магнітна проникність феромагнітного середовища V^+ як функція координат точки Q , $Q \in V^+$; $\vec{H}^{(B)}(Q)$ – напруженість магнітного поля, що створюють струми провідності та постійні магніти.

При цьому у ядра інтегральних рівнянь входить функція $grad \mu$, розрахунок якої ускладнюється при чисельному розв'язку цих рівнянь. Перевага методу вторинних джерел у цьому випадку полягає в тому, що цю функцію можна явно виразити через густину джерел магнітного поля. Це з одного боку суттєво спрощує формування ядер інтегрального рівняння, а з іншого, підвищує точність її розрахунку при переході до скінченновимірного аналогу при чисельному розв'язку системи інтегральних рівнянь.

У другому розділі розроблена математична модель електромагнітних процесів у нелінійних феромагнітних середовищах, в основі якої лежить метод вторинних джерел, що дозволило звести задачу визначення розподілу магнітної проникності у феромагнітних елементах тіл до розв'язання системи інтегральних рівнянь для густини простого шару та густини об'ємних магнітних зарядів. Запропоновано ітераційний метод знаходження магнітної проникності з урахуванням її нелінійної залежності.

На основі методу вторинних джерел крайова задача в плоскопаралельному наближеному розрахунку характеристик магнітного поля у безколекторному двигуні постійного струму з урахуванням нелінійних магнітних властивостей матеріалу зведена до системи інтегральних рівнянь для фіктивних магнітних зарядів, розташованих по границі та об'єму феромагнітних тіл, що дозволяє суттєво звужити область пошуку невідомих.

$$\sigma(Q) - \frac{1}{\pi_L} \oint \sigma(M) K_1(M, Q) dL_M = \frac{1}{\pi_S} \int \rho(M) K_2(M, Q) dS_M + F^\sigma(Q), \quad Q \in L, \quad (6)$$

$$\rho(Q) + \frac{1}{2\pi_S} \int \rho(M) K_3(M, Q) dS_M = -\frac{1}{2\pi_L} \oint \sigma(M) K_4(M, Q) dL_M - F^\rho(Q), \quad Q \in S, \quad (7)$$

де

$$K_1(M, Q) = \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ}\vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP}\vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P, \quad (8)$$

$$K_2(M, Q) = \lambda(Q) \frac{\vec{r}_{MQ}\vec{n}_Q}{r_{MQ}^2} - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \frac{\vec{r}_{MP}\vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P - \frac{\pi}{L}, \quad (9)$$

$$F^\sigma(Q) = 2\mu_0 \left[\lambda(Q) \vec{H}^{(B)}(Q) \vec{n}_Q - \frac{1}{L_L} \int \lambda(P) \vec{H}^{(B)}(P) \vec{n}_P dL_P \right], \quad (10)$$

$$K_3(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P, \quad (11)$$

$$K_4(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_S} \int \frac{\vec{r}_{MP} \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P) r_{MP}^2} dS_P + \frac{2\pi}{S}, \quad (12)$$

$$F^p(Q) = \mu_0 \left[\frac{\vec{H}^{(B)}(Q) \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q)} - \frac{1}{S_S} \int \frac{\vec{H}^{(B)}(P) \text{grad}_P \mu(P)}{\mu(P)} dS_P \right]. \quad (13)$$

Вдосконалено математичну модель розрахунку компонент магнітного поля з урахуванням нелінійних властивостей феромагнітних матеріалів шляхом спрощення виду ядер інтегральних рівнянь для об'ємних магнітних зарядів (7) за рахунок зменшення кількості складових, що містять $\text{grad}_Q \mu(Q)$. Це дозволяє спростити подальший чисельний розв'язок цих рівнянь. Таким чином, ядра $K_3(M, Q)$ та $K_4(M, Q)$ приймають наступний вигляд:

$$K_3(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_L} \int \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P + \frac{2\pi}{S} \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0}, \quad (14)$$

$$K_4(M, Q) = \frac{\vec{r}_{MQ} \text{grad}_Q \mu(Q)}{\mu(Q) r_{MQ}^2} - \frac{1}{S_L} \int \ln \frac{\mu(P)}{\mu_0} \frac{\vec{r}_{MP} \vec{n}_P}{r_{MP}^2} dL_P + \frac{\pi}{S} \ln \frac{\mu(M)}{\mu_0} + \frac{2\pi}{S}. \quad (15)$$

Розроблено методику розрахунку функції $\text{grad}_Q \mu(Q)$ з урахуванням явного представлення напруженості магнітного поля через густини магнітних зарядів, що дозволило процес її апроксимації скінченновимірним аналогом виконати інтегруванням за джерелами поля. Це дозволило зменшити похибку її апроксимації на відміну від процедури чисельного диференціювання безпосередньо функції $\mu(Q)$.

Тобто, якщо вважати заданою залежність $\mu(Q) = \mu(H(Q))$, тоді, наприклад, в циліндричній системі координат записується

$$\text{grad}_Q \mu(Q) = \frac{\partial \mu}{\partial H} \left[\frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} \vec{e}_r(Q) + \frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{r_Q \partial \alpha_Q} \vec{e}_\alpha(Q) \right], \quad (16)$$

де напруженість магнітного поля визначається у такий спосіб

$$\begin{aligned} \vec{H}(Q) = & \frac{1}{2\pi\mu_0} \oint_L \sigma(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_S \rho(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M + \\ & + \frac{1}{2\pi} \oint_{L_M} \sigma_J(M) \frac{\vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dL_M + \frac{1}{2\pi} \int_{S_w} \frac{\vec{\delta}_w(M) \times \vec{r}_{MQ}}{r_{MQ}^2} dS_M. \end{aligned} \quad (17)$$

У співвідношенні (16): r_Q, α_Q – координати точки Q в циліндричній системі координат, $\vec{e}_r(Q)$, $\vec{e}_\alpha(Q)$ – орти в циліндричній системі координат.

Перша складова напруженості магнітного поля (17) обумовлена розподілом простого шару магнітних зарядів з густиною $\sigma(M)$ по границі феромагнітних тіл L , друга складова – розподілом простих магнітних зарядів із густиною $\rho(M)$ в перерізі

феромагнітних тіл S , третя складова – намагніченість \vec{J} постійних магнітів, де на границі постійних магнітів вводиться простий шар магнітних зарядів із густиною $\sigma_J(M) = J_n(M)$, четверта складова – струмами з густиною $\vec{\delta}_w(M)$ у перерізі катушок S_w .

Враховуючи, що модуль напруженості магнітного поля дорівнює

$$H(r_Q, \alpha_Q) = \sqrt{H_r^2(r_Q, \alpha_Q) + H_\alpha^2(r_Q, \alpha_Q)}, \quad (18)$$

знайдено:

$$\frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{1}{H(r_Q, \alpha_Q)} \left(H_r(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_r(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} + H_\alpha(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_\alpha(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} \right), \quad (19)$$

$$\frac{\partial H(r_Q, \alpha_Q)}{r_Q \partial \alpha_Q} = \frac{1}{r_Q H(r_Q, \alpha_Q)} \left(H_r(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_r(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} + H_\alpha(r_Q, \alpha_Q) \frac{\partial H_\alpha(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} \right). \quad (20)$$

Часткові похідні, що входять у співвідношення (19), (20), виражено явно через густини відповідних вторинних та первинних джерел магнітного поля.

Напруженість магнітного поля розраховується від простого шару магнітних зарядів із густиною $\sigma(M)$ (покомпонентно в циліндричній системі координат):

$$H_r^\sigma(Q) = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dL_M, \quad H_\alpha^\sigma(Q) = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) \frac{r_Q \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dL_M, \quad (21)$$

де $H_r^\sigma(Q)$, $H_\alpha^\sigma(Q)$ – r - та α -компонента напруженості магнітного поля у точці Q від густини простого шару магнітних зарядів з густиною $\sigma(M)$ в циліндричній системі координат; r_M, α_M – координати точки M в циліндричній системі координат.

Тоді, виконав нескладні перетворення, знайдено

$$\frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) P_{rr}(Q, M) dL_M, \quad \frac{\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) P_{\alpha r}(Q, M) dL_M, \quad (22)$$

$$\frac{\partial H_r^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) P_{r\alpha}(Q, M) dL_M, \quad \frac{\partial H_\alpha^\sigma(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = \frac{1}{2\pi\mu_0 L} \oint \sigma(M) P_{\alpha\alpha}(Q, M) dL_M, \quad (23)$$

де

$$P_{rr}(M, Q) = -\frac{r_Q^2 - 2r_M r_Q \cos(\alpha_Q - \alpha_M) + r_M^2 \cos(2(\alpha_Q - \alpha_M))}{r_{MQ}^4}, \quad (24)$$

$$P_{\alpha r}(M, Q) = -\frac{2r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M) [r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)]}{r_{MQ}^4}, \quad (25)$$

$$P_{r\alpha}(M, Q) = \frac{r_M (r_M^2 - r_Q^2) \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^4}, \quad (26)$$

$$P_{\alpha\alpha}(M, Q) = -\frac{r_M(2r_M r_Q - (r_M^2 + r_Q^2)\cos(\alpha_Q - \alpha_M))}{r_{MQ}^2}. \quad (27)$$

Аналогічні вирази мають відповідні часткові похідні від компонентів напруженості магнітного поля, яке створюється постійними магнітами при заміні їх простим шаром магнітних зарядів з густиною $\sigma_J(M) = J_n(M)$, $J_n(M) = \vec{J}(M) \cdot \vec{n}_M$, тут $\vec{J}(M)$ – намагніченість постійних магнітів; \vec{n}_M – зовнішня нормаль до поверхні постійного магніту. Також аналогічні вирази мають відповідні часткові похідні від компонентів напруженості магнітного поля, яке створюється об'ємними магнітними зарядами з густиною $\rho(M)$.

Напруженість магнітного поля від струмів котушок з густиною струму $\delta_w(M)$ (покомпонентно в циліндричній системі координат):

$$H_r^\delta(Q) = -\frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) \frac{r_M \sin(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dS_M, \quad H_\alpha^\delta(Q) = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) \frac{r_Q - r_M \cos(\alpha_Q - \alpha_M)}{r_{MQ}^2} dS_M. \quad (28)$$

Після нескладних перетворень знайдено

$$\frac{\partial H_r^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = -\frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) P_{\alpha r}(Q, M) dS_M, \quad \frac{\partial H_\alpha^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial r_Q} = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) P_{r\alpha}(Q, M) dS_M, \quad (29)$$

$$\frac{\partial H_r^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = -\frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) P_{\alpha\alpha}(Q, M) dS_M, \quad \frac{\partial H_\alpha^\delta(r_Q, \alpha_Q)}{\partial \alpha_Q} = \frac{1}{2\pi_{S_w}} \int \delta_w(M) P_{r\alpha}(Q, M) dS_M. \quad (30)$$

Якщо відомо розподіл густини простого шару магнітних зарядів $\sigma(Q)$ на границі феромагнітних тіл L , об'ємної густини магнітних зарядів $\rho(Q)$ у перерізі масивних провідників S , розподіл густини струму $\delta_w(Q)$ в котушках обмотки S_w , намагніченість постійних магнітів \vec{J} , то у відповідності із наведеними вище співвідношеннями можуть бути розраховані часткові похідні (19), (20) і відповідно функція $grad_Q \mu(Q)$ по формулі (16). Враховуючи, що остання функція явно виражається через густини джерел магнітного поля, це з одного боку суттєво спрощує формування ядер інтегрального рівняння (7), а з іншого, підвищує точність її розрахунку при переході до скінченновимірного аналогу при чисельному розв'язанні системи рівнянь (6), (7).

Розглянуто безколекторний двигун постійного струму (БДПС) з неявнополюсним гладким статором і явнополюсним ротором (рис. 2): $N^{(w)}$ – нескінченно довгі паралельні один одному провідники (обмотка статора), по яким течуть струми, що розподілені по перерізу провідників з густиною $\vec{\delta}_m^{(w)}(Q) = \vec{e}_z \delta_m^{(w)}(Q)$, $Q \in S_k^{(w)}$, $k=1, 2, \dots, N^{(w)}$, де $S_k^{(w)}$ — переріз k -го провідника, \vec{e}_z – орт циліндричної системи координат, що спрямований за напрямком вісі Oz ; $L_k^{(w)}$ – контур, який обмежує $S_k^{(w)}$; $S^{(s)}$ – переріз труби з каналами, що обмежена контурами

$L^{(in)}$ з боку ротору та $L^{(ex)}$ з зовнішнього простору. Всередині труби коаксіально розміщено ротор – нескінченно довгий, шихтований, феромагнітний циліндр, на поверхні якого розташовані однорідно-намагнічені постійні магніти: $S^{(r)}$ – переріз цього циліндра, а $L^{(r)}$ – контур, який обмежує $S^{(r)}$.

Особливістю конструкції представленого БДПС з висококоерцитивними постійними магнітами є наявність тонких феромагнітних перекладок між обмоткою статора і зазором між статором та ротором. При номінальному режимі роботи електродвигуна феромагнітний матеріал, з якого їх виготовлено, входить у стан магнітного насичення, що необхідно для суттєвого зниження шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками, магнітна проникливість матеріалу яких наближається до значення магнітної проникливості повітря.

Це робить потрібним врахування нелінійних магнітних характеристик матеріалу при розрахунку середнього моменту двигуна представленої конструкції.

Для формування складових $F^{\sigma}(Q)$, $F^{\rho}(Q)$, що входять у рівняння (6), (7) визначено компоненти напруженості магнітного поля, що створюють струми в обмотках статора, та компоненти напруженості магнітного поля, що створюються постійними однорідно намагніченими магнітами ротора.

Розроблено ітераційний метод знаходження магнітної проникності з урахуванням нелінійної характеристики $\mu(|\vec{H}|)$, в основі якого лежить зведення задачі визначення характеристик магнітного поля до розв'язання системи нелінійних інтегральних рівнянь для густини простого шару і густини об'ємних магнітних зарядів.

На першому кроці приймається магнітна проникність феромагнітних елементів постійною за всією площею S та близькою до її середнього значення $\mu^{(0)} \approx \mu'_{\text{сеп}}$. При цьому рівняння (7) зникає в силу того, що $\text{grad}_Q \mu(Q) = 0$. Далі розв'язується рівняння (6) з $\lambda(Q) = \text{const}$ та розраховується розподіл напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(1)}$ у феромагнітних елементах. Далі, за кривою намагнічування для обраного матеріалу, з якого виконано феромагнітні елементи, знаходиться новий розподіл магнітної проникності $\mu^{(1)}(H^{(1)})$ та розв'язується рівняння (7). Визначивши розподіл густини магнітних зарядів ρ , розраховується новий розподіл напруженості магнітного поля $H^{(2)}$ в феромагнітних елементах та за кривою

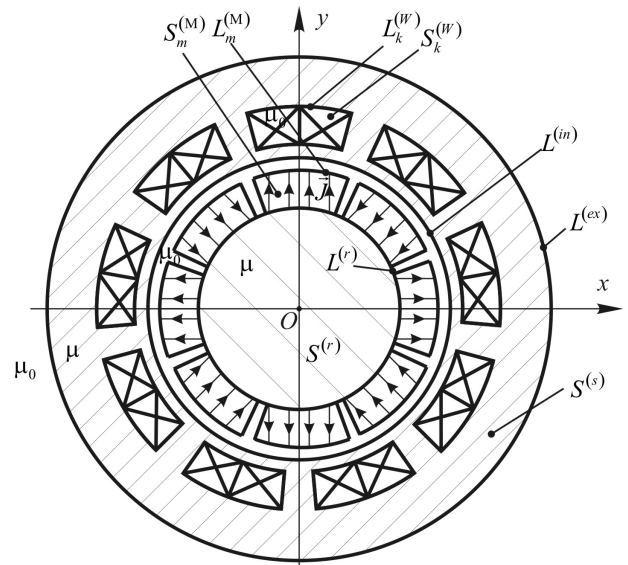


Рис. 2

намагнічування уточнюємо розподіл магнітної проникності $\mu^{(2)}(H^{(2)})$. Знову розв'язується рівняння (6), попередньо розрахувавши $\lambda(Q)$ за уточненим розподілом $\mu^{(2)}(H^{(2)})$, та т.д.

У третьому розділі розроблено методику розрахунку характеристик магнітного поля в електротехнічних пристроях з тонкими перекладками або насиченими в магнітному відношенні областями, яка дозволяє виявити області з явно вираженою насиченістю феромагнітних елементів, вважати їх магнітну проникність як функцію $\mu(H)$, а для іншої частини феромагнітних елементів задати постійну магнітну проникність.

Це дозволяє складну задачу розрахунку характеристик магнітного поля в електротехнічному пристрої з феромагнітними елементами з нелінійною магнітною характеристикою звести до задачі розрахунку магнітного поля в кусково-однорідному середовищі з постійними магнітними проникностями для одних областей, та враховувати нелінійності в окремих локалізованих областях.

Вирішення першої задачі зводиться до розв'язання одного інтегрального рівняння для густини простого шару магнітних зарядів, розподілених тільки по границі феромагнітних тіл з різною магнітною проникністю, для другої застосовуються два інтегральні рівняння: для густини простого шару магнітних зарядів на границі феромагнітних тіл та для густини об'ємних магнітних зарядів у перерізі феромагнітних тіл. Це істотно зменшує область пошуку розв'язку на відміну від методу скінченних різниць або методу скінченних елементів, де розв'язок шукається, власне кажучи, в усьому необмеженому просторі.

Представлено результати розрахунку магнітного поля у робочому зазорі безколекторного двигуна постійного струму. На рис. 3. наведено геометричні параметри електричного двигуна: 1 – обмотка статора; 2 – статор; 3 – однорідно намагнічені постійні магніти; 4 – ротор. Матеріал, з якого виконано вал ротора і феромагнітна частина статора – електротехнічна сталь, магнітні властивості якої представлені залежністю $B(H)$ (рис. 4). Постійні магніти виконано з $NdFeB$, коерцитивна сила магніту $H_c = 1000$ кА/м, або $B_r = 1,32$ Тл (напрямок намагніченості постійних магнітів показано на рис. 2). До котушок підключено джерела прямокутної форми струму.

Для аналізу розподілу магнітного поля у електричному двигуні з урахуванням залежності магнітної проникності феромагнітних матеріалів ротора та статора від напруженості магнітного поля використано наступні алгоритми, що представлені блок-схемами: перший алгоритм розв'язку системи інтегральних рівнянь (рис. 5) та другий (модифікований) алгоритм розв'язку системи інтегральних рівнянь (рис. 6).

Границя магнітопроводу L розбивалась на 4032 елементарних ділянок, переріз ротора та статора S на 876 елементарних площинок.

У табл. 1 надано результати розрахунків за першим алгоритмом розв'язання системи інтегральних рівнянь: а) розв'язання СЛАР, до якої зводиться неперетворена система інтегральних рівнянь (6), (7), прямим методом (метод Гауса); б) розв'язання СЛАР, до якої зводиться перетворена система інтегральних рівнянь

(6), (7) з ядрами (14) та (15), прямим методом (метод Гауса); в) розв'язання СЛАР, до якої зводиться неперетворена система інтегральних рівнянь (6), (7) методом простої ітерації; г) розв'язання СЛАР, до якої зводиться перетворена система інтегральних рівнянь (6), (7) з ядрами (14) та (15), методом простої ітерації.

Для розв'язання нелінійної задачі задавалась похибка $\epsilon_0 = 1\%$.

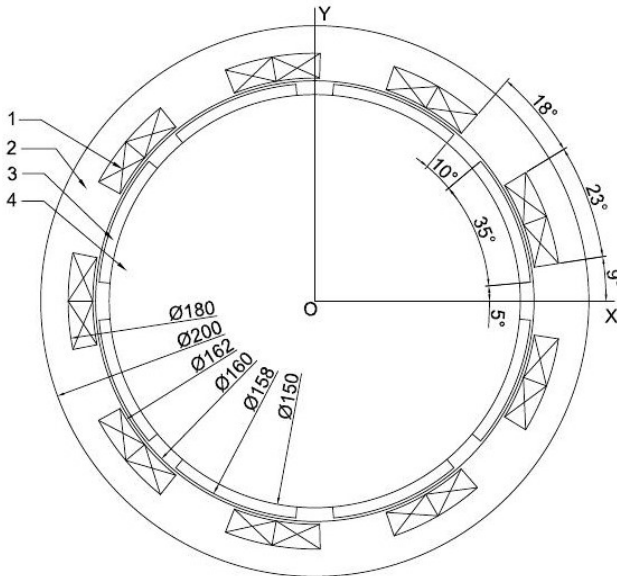


Рис. 3

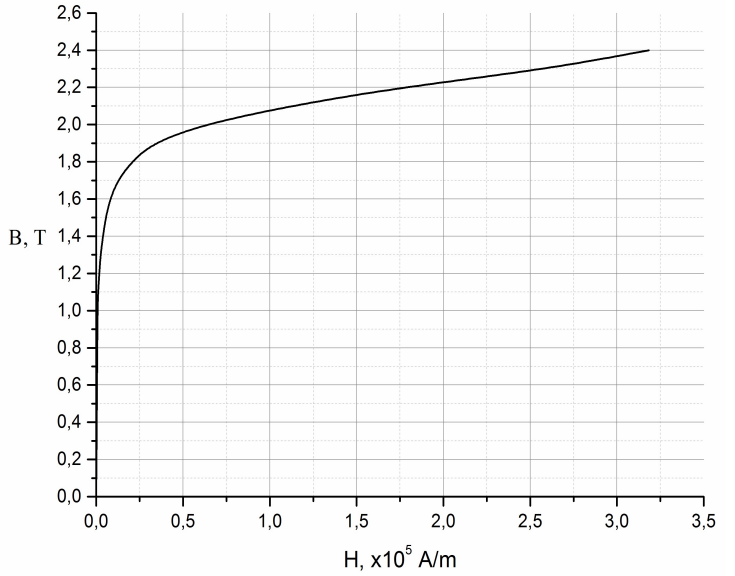


Рис. 4

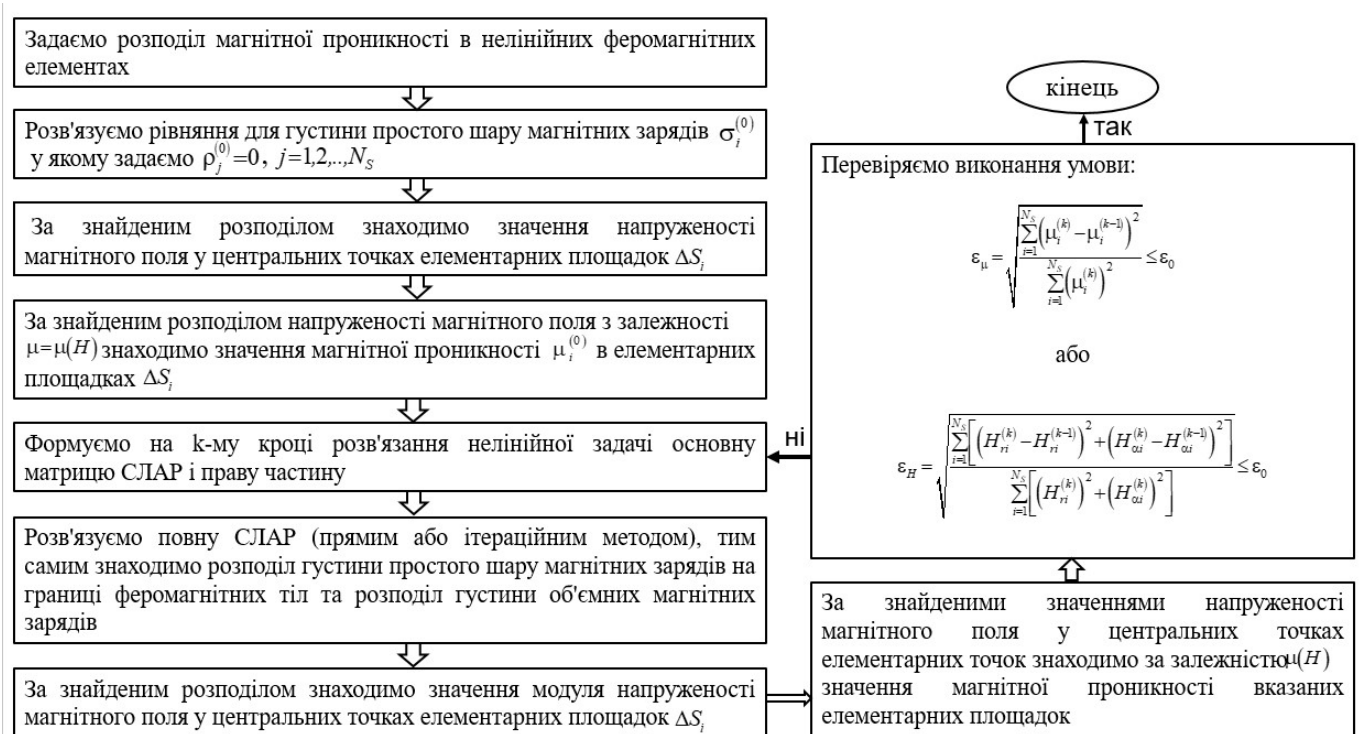


рис. 5

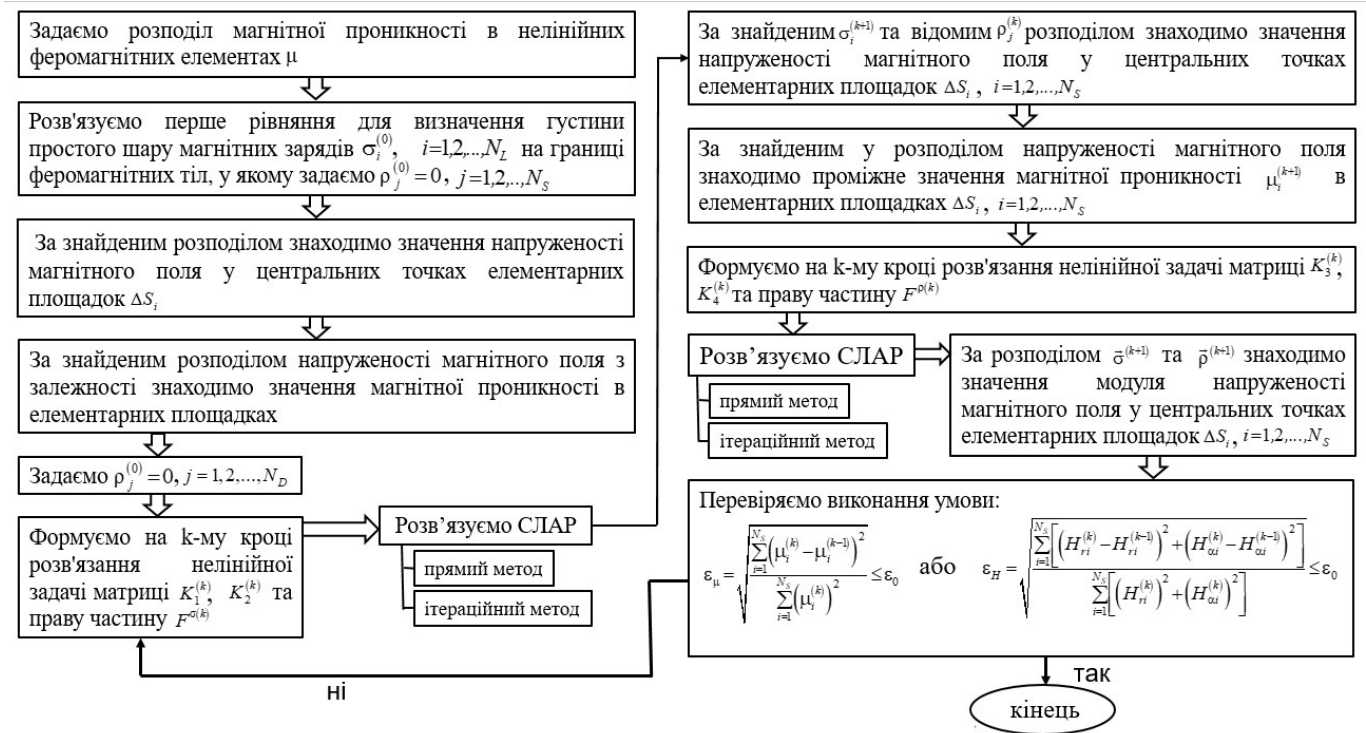


рис. 6

Таблиця 1

Крок розв'язання нелінійної задачі	а)		б)		Кількість ітерацій	в)		Кількість ітерацій	г)	
	ϵ_μ , %	ϵ_H , %	ϵ_μ , %	ϵ_H , %		ϵ_μ , %	ϵ_H , %		ϵ_μ , %	ϵ_H , %
1	23,2	79,9	23,2	79,9	437	23,2	79,9	192	23,5	80,0
2	16,1	60,2	16,1	60,2	398	16,1	60,2	124	17,0	57,9
3	15,1	32,7	15,1	32,7	421	15,1	32,7	94	17,1	31,3
4	8,9	13,5	8,9	13,5	316	8,9	13,5	52	13,2	13,1
5	16,8	6,2	16,8	6,2	281	16,8	6,1	32	15,7	5,7
6	5,7	3,7	5,7	3,7	253	5,8	3,7	17	6,6	2,5
7	9,9	2,4	9,9	2,4	211	10,3	2,3	7	6,1	1,2
8	9,4	1,5	9,4	1,5	186	9,5	1,53	6	3,0	0,7
9	12,1	1,5	12,1	1,5	174	12,1	1,54	-	-	-
10	10,7	1,4	10,7	1,4	162	10,7	1,48	-	-	-
11	10,1	1,1	9,06	1,08	124	8,8	1,1	-	-	-
12	10,1	1,1	10,1	1,1	134	10,1	1,2	-	-	-
13	9,0	0,9	9,0	0,9	130	9,13	0,99	-	-	-
Час розрахунків, с	15067		15176		1303			948		

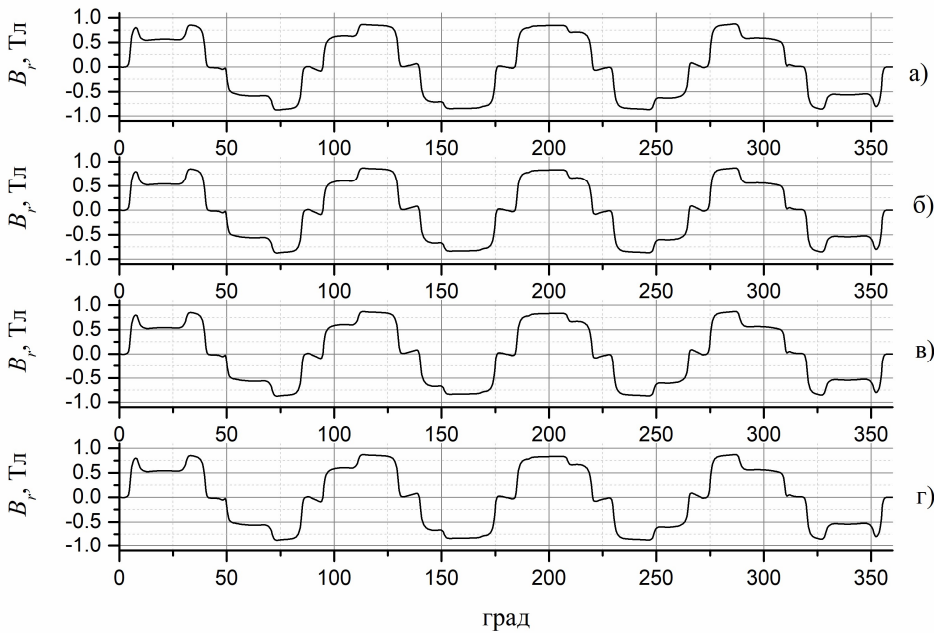


Рис. 7

Аналіз результатів, що надано у табл. 1 дозволяє зробити висновок, що розв'язання СЛАР, до якої зводиться перетворена система інтегральних рівнянь (6)-(7) з ядрами (14), (15) методом простої ітерації дає найкращий результат як за кількістю ітерацій розв'язання нелінійної задачі (результат досягається за 8 ітерацій) так і за кількістю ітерацій розв'язання СЛАР на кожному кроці безпосередньо нелінійної задачі.

Це приводить до суттєвого скорочення часу розрахунку: в порівнянні зі прямими методами час розрахунку зменшується до 16 разів, а в порівнянні зі ітераційним методом розв'язання СЛАР з неперетвореними ядрами інтегральних рівнянь до 1,4 разу. У табл. 2 надано аналогічні результати розрахунків, що реалізовані за використання другого (модифікованого) алгоритму розв'язання системи інтегральних рівнянь. Аналіз наданих результатів показує, що використання прямих методів розв'язання СЛАР у даному випадку менше у 2 разу в порівнянні з використанням аналогічних підходів, що описано у підрозділі 3.3; використання ітераційного методу розв'язання СЛАР у даному випадку менш але порівняно з результатами, що описано у підрозділі 3.3.

На рис. 8 надано розподіл відносної магнітної проникності в перерізі статора електричного двигуна, а на рис. 9 надано графік залежності відносної магнітної проникності вдовж кола, що проходить скрізь перекладинки, з радіусом $r = 80,5$ мм, де позначено місця розташування постійних магнітів та перекладинок. Як бачимо з наведених залежностей у крайових зонах перекладинок відносна магнітна проникність зменшується до $6-10\mu_0$.

На рис. 7. надано розподіл r -компоненти індукції магнітного поля у робочому зазорі між постійними магнітами та по верхній гладкого статора. Середньоквадратичне відхилення цих залежностей одне від іншого не перевищує 1%.

Крок розв'язання нелінійної задачі	а)		б)		в)				г)			
	ε_{μ} , %	ε_H , %	ε_{μ} , %	ε_H , %	Кількість ітерацій	Кількість ітерацій	ε_{μ} , %	ε_H , %	Кількість ітерацій	Кількість ітерацій	ε_{μ} , %	ε_H , %
1	35	63	36	63	41	7	37	61	41	7	37	61
2	18	49	18	49	39	6	22	48	39	6	36	29
3	30	29	30	29	37	6	36	29	37	6	36	29
4	19	14	19	14	29	6	26	14	29	6	26	14
5	17	6,5	17	6,5	21	6	27	7	21	6	27	7
6	13	3,4	13	3,4	17	5	21	3,7	17	5	21	3,7
7	9,3	2,3	9,3	2,3	13	4	11	2,1	13	4	11	2,1
8	7,2	1,7	7,2	1,7	8	4	7,3	1,3	8	4	7,3	1,3
9	6,4	1,3	6,4	1,3	3	4	3,9	0,5	3	4	3,9	0,5
10	6,9	0,9	6,9	0,9								
Час розрахунків, с	6526		6655		1187				854			

Тобто тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та ротором входять у стан магнітного насичення, що суттєво знижує шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками. Для інших положень ротора ситуація аналогічна.

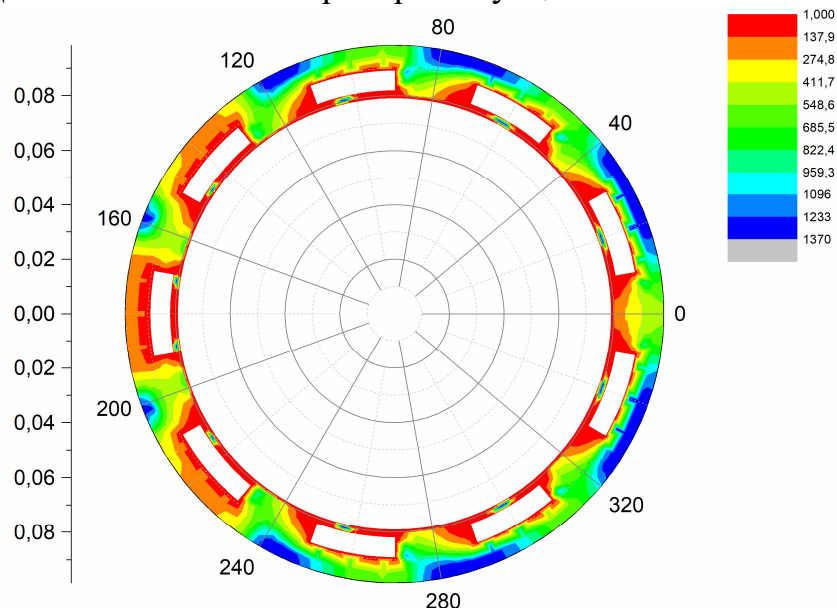


Рис. 8

Враховуючи результати розрахунку розподілу відносної магнітної проникності (рис. 8 та рис. 9) найбільша нелінійність магнітних властивостей середовища проявляється в феромагнітних перекладках. Тому було виконано розрахунок магнітного поля у перерізі електричного двигуна у допустимій постійній магнітній проникності у областях крім феромагнітних перекладок, а для останніх враховувалась нелінійна залежність $\mu(H)$.

На рис. 10 наведено графіки розподілу індукції магнітного поля у робочому зазорі електричного двигуна для випадку, коли всюди у феромагнітних елементах враховувалась залежність $\mu(H)$ (суцільна лінія), та для випадку, коли нелінійні властивості феромагнітного матеріалу враховувалось тільки у перекладках (пунктирна лінія), а для іншого феромагнітного матеріалу задавалось $\mu = 500\mu_0$.

В обох випадках розв'язання СЛАР, до якої зводиться перетворена система інтегральних рівнянь (6)-(7) з ядрами (14), (15) методом простої ітерації. Середньоквадратичне відхилення другої залежності від першої складає до 3,5 %, що є прийнятним для подальшого аналізу електромагнітних процесів у електричному двигуні.

При цьому як і раніше границя магнітопроводу L розбивалась на 4032 елементарних ділянок, переріз ротора та статора S на 876 елементарних площинок для розв'язання першої задачі та на 297 елементарних площинок для розв'язання другої задачі, що менше у 3 рази.

Було виконано дослідження впливу товщини феромагнітних перекладок на їх шунтуючі властивості. З рис. 11, де надано залежність від товщини перекладок Δr відношення магнітного потоку Φ_2 через поперечний переріз перекладок у їх середині до магнітного потоку Φ_1 через основний полюс статора (у відсотках), бачимо, що при товщині перекладок до 1 мм тільки до 6 % магнітного потоку проходить через них.

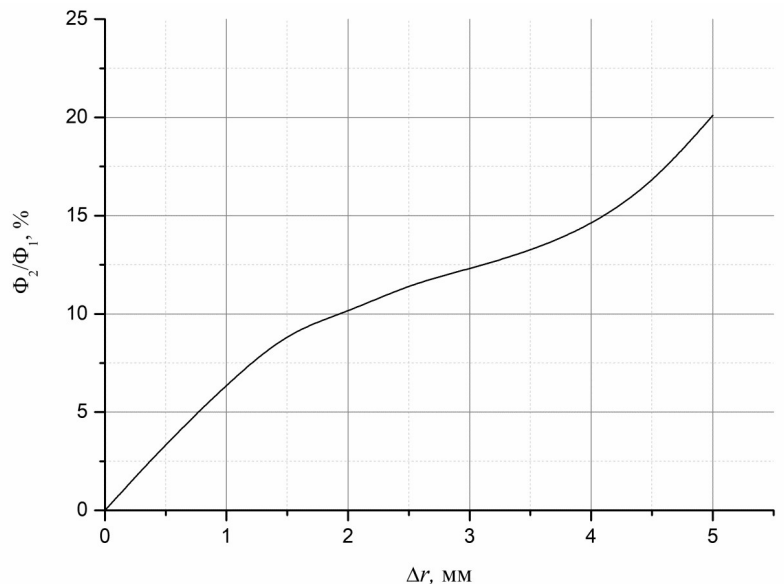


Рис. 11

Також було проведено порівняльний аналіз розрахунків, виконаних з тією ж самою постановкою задачі, за допомогою програмного продукту COMSOL Multiphysics, середньоквадратичне відхилення індукції магнітного поля в робочому зазорі електричного двигуна в порівнянні з методом інтегральних рівнянь не перевищує 5,5%.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі з використанням методу інтегральних рівнянь на підставі отриманих теоретичних і експериментальних результатів розв'язано актуальне наукове завдання подальшого розвитку методу вторинних джерел для розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійних середовищах у напрямку зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густини джерел магнітного поля, що має суттєве значення для розвитку методів розрахунку електромагнітних полів та має важливе значення для галузі теоретична електротехніка.

Виконані в дисертаційній роботі дослідження дозволили сформулювати наступні висновки:

1. Проведений аналіз літературних джерел виявив необхідність вдосконалення існуючого методу розрахунку магнітного поля у нелінійних середовищах з використанням методу вторинних джерел у напрямку зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густини джерел магнітного поля.

2. Вдосконалено математичну модель електромагнітних процесів у нелінійних феромагнітних середовищах, в основі якої лежить метод вторинних джерел, у напрямку спрощення виду ядер інтегральних рівнянь для густини об'ємних електричних зарядів за рахунок зменшення кількості складових, що містять $grad_Q \mu(Q)$, що дозволило при формуванні додаткових складових в ядрах звести інтегрування по об'єму (перерізу) феромагнітних тіл до інтегрування по їх поверхні (контуру).

3. Розроблено методику розрахунку функції $grad_Q \mu(Q)$ з урахуванням явного представлення напруженості магнітного поля через густини магнітних зарядів, що дозволило процес її апроксимації скінченновимірним аналогом виконати інтегруванням за джерелами поля, що дозволило зменшити похибку її апроксимації на відміну від процедури чисельного диференціювання безпосередньо функції $\mu(Q)$.

4. Розроблено математичну модель та відповідний розрахунковий метод для чисельного розрахунку магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами, що дозволило врахувати нелінійні властивості феромагнітних елементів.

5. Із використанням чисельних експериментальних досліджень обґрунтовано, що тонкі феромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та ротором входять у стан магнітного насичення, що суттєво знижує шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками.

6. Проведено порівняльний аналіз розрахунків, виконаних з тією ж самою постановкою задачі, за допомогою програмного продукту COMSOL Multiphysics, середньоквадратичне відхилення індукції магнітного поля в робочому зазорі

електричного двигуна в порівнянні з методом інтегральних рівнянь не перевищує 5,5%.

7. Достовірність та обґрунтованість наукових результатів забезпечена коректним та послідовним використанням методів теорії інтегральних рівнянь, результатами їх практичного застосування при розрахунках характеристик магнітного поля в конкретних електротехнічних пристроях, співпадінням отриманих результатів в граничних випадках з відомими результатами.

ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Жильцов А. В., Ликтей. В. В. Расчёт магнитного потока от постоянного магнита в форме цилиндра при наличии ферромагнетиков. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України*. 2014. № 194. С. 122–132.

2. Жильцов А. В., Ликтей. В. В. Розрахунок магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2014. № 4. С. 59–70.

3. Жильцов А. В., Ликтей. В. В. Розрахунок магнітного поля струмів обмотки статора вентильного двигуна. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України*. 2015. № 209 (2). С. 174–180.

4. Жильцов А. В., Ликтей В. В. Моделювання магнітного поля у вентильному електродвигуні із закритими пазами з урахуванням нелінійної магнітної характеристики. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України*. 2016. № 256. С. 178–186.

5. Zhylytsov A., Lyktei V. Magnetic field calculation of brushless direct current motor with smooth stator by secondary sources method. *Technical Electrodynamics*. 2018. № 5. Pp. 7–10.

6. Zhylytsov, A., Kondratenko, I., Lyktei, V., Usenko, S. The magnetic field calculation in electromechanical systems with saturated ferromagnetic structural elements. *Przeglad Elektrotechniczny*. 2020. 97(1). pp. 69–72.

7. Жильцов А.В., Ликтей В.В. Крайова задача для тривимірного магнітного поля з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей середовища. *Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах*. Наука, освіта і практика: наукове видання. Кременчук, 14-16 травня 2014. Вип. 1/2014 (2). С. 124-126.

8. Жильцов А.В., Ликтей В.В. Розрахунок магнітного поля у вентильному електродвигуні з урахуванням неоднорідності магнітних властивостей середовища. *Відновлювальна енергетика, новітні автоматизовані технології в біотехнічних системах АПК*: тези доповідей II Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених. Київ, 16-17 жовтня 2014. С. 120–121.

9. Zhylytsov A., Lyktei V. Calculation of the magnetic field winding on the stator the brushless DC electric motor. *Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування*. Київ, 14-18 грудня 2015. С. 113–114.

10. Жильцов А.В., Ликтей В.В. Магнітне поле струмів обмотки статора вентильного електродвигуна із закритими пазами з урахуванням нелінійної

магнітної характеристики. *Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування*. Київ, 10-14 травня 2016. С. 69–70.

11. Жильцов А.В., Ликтей В.В. Вдосконалення математичної моделі розрахунку характеристик магнітного поля у вентильному електродвигуні з закритими пазами з урахуванням нелінійного характеру магнітної проникливості. *Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування*. Київ, 14-18 листопада 2016. С. 102–104.

12. Zhylytsov A., Lyktei V. Calculation of the magnets' field in anelectric motor with a smooth stator. *Проблеми сучасної енергетики і автоматики в системі природокористування*. Київ, 23-27 травня 2018. С. 15–16.

АННОТАЦІЇ

Ликтей В.В. Удосконалення способу формування ядер інтегральних рівнянь в методі вторинних джерел для аналізу магнітних полів в нелінійних середовищах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.05 – «Теоретична електротехніка». – Інститут електродинаміки Національної академії наук України, Київ, 2023.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню актуального наукового завдання, що полягає у подальшому розвитку методу вторинних джерел для розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійних середовищах в напрямі зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густину джерел магнітного поля.

Багато електротехнічних пристроїв (електричні машини та апарати, елементи автоматики й обчислювальної техніки) містять феромагнітні елементи. Номінальні режими роботи таких пристроїв реалізуються зазвичай при значеннях магнітної індукції, які не призводять до значного насичення магнітом'яких матеріалів. У цей же час у деяких областях (наприклад, кутові зони, тонкі феромагнітні перекладки) значення магнітної індукції можуть перевищувати допустимі, що вимагає врахування нелінійної залежності $B(H)$ при розрахунку магнітного поля в таких пристроях.

На основі методу вторинних джерел крайову задачу розрахунку характеристик магнітного поля з урахуванням нелінійності магнітної характеристики сталі може бути зведено до системи інтегральних рівнянь, наприклад, для фіктивних магнітних зарядів, розташованих по границі та об'єму феромагнітних тіл, що дозволяє суттєво звужити область пошуку невідомих. При цьому у ядра інтегральних рівнянь входить функція $grad \mu$, розрахунок якої ускладнюється при чисельному розв'язку цих рівнянь. Перевага методу вторинних джерел у цьому випадку полягає в тому, що цю функцію можна явно виразити через густину джерел магнітного поля. Це з одного боку суттєво спрощує формування ядер інтегрального рівняння, а з іншого, підвищує точність її розрахунку при переході до скінченновимірних аналогів при чисельному розв'язку системи інтегральних рівнянь.

У роботі отримав подальший розвиток метод інтегральних рівнянь для розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійних середовищах в напрямі зменшення кількості складових у ядрах інтегральних рівнянь, які містять функцію градієнту від магнітної проникності, та подальшого явного виразу цієї функції через густину джерел магнітного поля, що дає змогу процедуру чисельного диференціювання при апроксимації функції градієнту від магнітної проникності замінити процедурою чисельного інтегрування, що має суттєве значення для підвищення точності розрахунку характеристик магнітного поля в нелінійному середовищі.

Розроблено нову математичну модель і відповідний розрахунковий метод для чисельного розрахунку магнітного поля в безколекторному двигуні постійного струму з неявнополюсним гладким статором, що містить тонкі ферромагнітні перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та явнополюсним ротором з постійними магнітами, що дає змогу враховувати нелінійні властивості ферромагнітних елементів магнітної системи двигуна.

Доведено, що при номінальному режимі роботи безколекторного двигуна постійного струму ферромагнітний матеріал, з якого виготовлено перекладки між обмоткою статора і зазором між статором та ротором, входять у стан магнітного насичення, що суттєво знижує шунтування магнітного потоку струмів статора і постійних магнітів цими перекладками, магнітна проникливість матеріалу яких наближається до значення магнітної проникливості повітря.

Ключові слова: магнітне поле, нелінійне середовище, метод вторинних джерел, безколекторний двигун постійного струму.

Lyktei V.V. Improvement of the method of forming the kernels of integral equations in the method of secondary sources for the analysis of magnetic fields in nonlinear media. – Qualification scientific work with the manuscript copyright.

The thesis for a degree of candidate of technical sciences by speciality 05.09.05 – «Theoretical electrical engineering». – Institute of electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2023.

The dissertation is dedicated to the solution of an actual scientific task, which consists in the further development of the secondary sources method for calculating the characteristics of the magnetic field in nonlinear media in the direction of reducing the number of components in the integral equations kernels that contain the function of the gradient from the magnetic permeability, and the further explicit expression of this function through the density magnetic field sources.

Many electrotechnical devices (electrical machines and devices, elements of automation and computer equipment) contain ferromagnetic elements. The nominal modes of operation of such devices are usually implemented at values of magnetic induction that do not lead to significant saturation of magnetic materials. At the same time, in some areas (for example, corner zones, thin ferromagnetic bridges), the values of magnetic induction may exceed the permissible values, which requires taking into account the nonlinear dependence of $B(H)$ when calculating the magnetic field in such devices.

Based on the method of secondary sources, the marginal problem of calculating the characteristics of the magnetic field, taking into account the nonlinearity of the magnetic

characteristics of steel, can be reduced to a system of integral equations, for example, for fictitious magnetic charges located along the boundary and volume of ferromagnetic bodies, which allows you to significantly narrow the search area for unknowns. At the same time, the core of integral equations includes the function $grad \mu$, the calculation of which is complicated by the numerical solution of these equations. The advantage of the method of secondary sources in this case is that this function can be explicitly expressed through the density of magnetic field sources. This, on the one hand, significantly simplifies the formation of the kernels of the integral equation, and on the other hand, increases the accuracy of its calculation when moving to a finite-dimensional analogue in the numerical solution of the system of integral equations.

In the work, the method of integral equations for calculating the characteristics of the magnetic field in non-linear media was further developed in the direction of reducing the number of components in the cores of the integral equations, which contain the function of the gradient from the magnetic permeability, and the subsequent explicit expression of this function through the density of the sources of the magnetic field, which makes it possible to replace the procedure of numerical differentiation when approximating the function of the gradient from the magnetic permeability to the procedure of numerical integration, which is essential for increasing the accuracy of calculating the characteristics of the magnetic field in a non-linear medium.

A new mathematical model and the corresponding calculation method for the numerical calculation of the magnetic field in a brushless DC motor with an implicit-pole smooth stator containing thin ferromagnetic bridges between the stator winding and the gap between the stator and the explicit-pole rotor with permanent magnets have been developed, which makes it possible to take into account the nonlinear properties of ferromagnetic elements magnetic system of the engine.

It has been proven that during the nominal mode of operation of a brushless DC motor, the ferromagnetic material from which the bridges between the stator winding and the gap between the stator and the rotor are made enter a state of magnetic saturation, which significantly reduces the shunting of the magnetic flux of the stator and permanent magnet currents by these bridges, magnetic permeability the material of which approaches the value of the magnetic permeability of air.

Key words: magnetic field, nonlinear medium, method of secondary sources, brushless DC motor